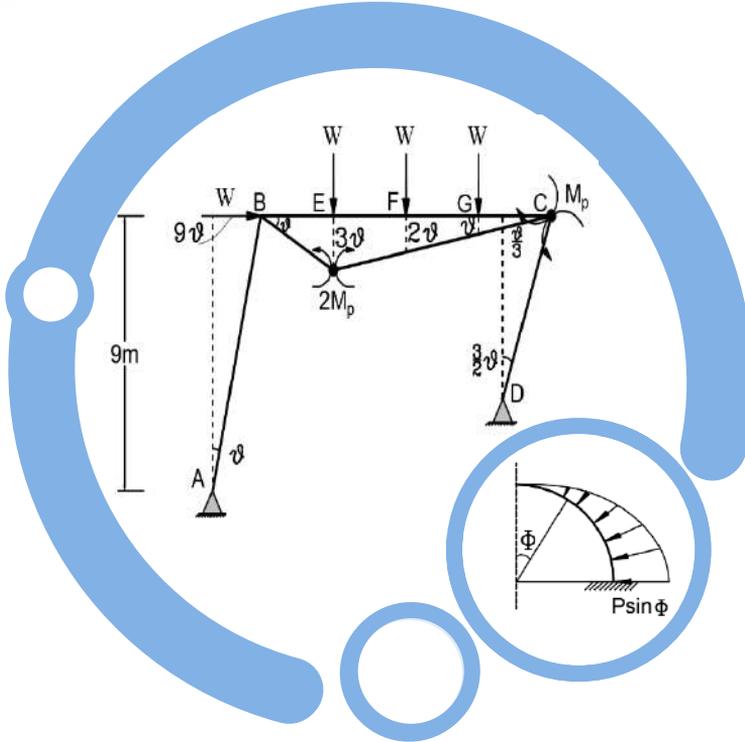




منشورات جامعة الفرات
كلية الهندسة المدنية بالرقعة

ميكانيك الإنشاءات (2)



د.م. ريم خرتش

أستاذ مساعد في قسم الهندسة الإنشائية

السنة الثالثة

مديرية الكتب والمطبوعات الجامعية

1445هـ - 2024م



ميكانيك الإنشاءات (2)





منشورات جامعة الفرات
كلية الهندسة المدنية بالرقعة

ميكانيك الإنشاءات (2)

تأليف:

د.م. ريم خرتش

أستاذ مساعد في قسم الهندسة الإنشائية

السنة الثالثة

مديرية الكتب والمطبوعات الجامعية

1445هـ - 2023م



الفهرس

Contents

7	مقدمة
9	الفصل الأول
9	خطوط التأثير في المنشآت المقررة ستاتيكيًا
9	Influence Lines for Statically Determinate Structures
9	1-1 مقدمة:
9	2-1 تعريف خط التأثير:
10	3-1 خط تأثير ردود أفعال جوائز بسيط:
11	4-1 الطريقة العامة المتبعة لرسم خط التأثير، طريقة التوازن Equilibrium Method :
12	5-1 خط تأثير القوى القاطعة Shear Force لجائز بسيط:
12	1-5-1 طريقة التوازن في إيجاد خط تأثير القوى القاطعة:
14	6-1 خط تأثير عزم الانعطاف في جائز بسيط:
15	7-1 ملخص خطوط تأثير جائز بسيط طوله L في الحالة العامة:
16	8-1 خطوط تأثير ظفر:
28	9-1 الطريقة المباشرة في رسم خطوط التأثير:
	11-1 حساب أقصى تأثير لتابع ما بفعل الحمولات الخارجية Maximum Effect of a
57	Function Due to External Loading :
63	12-1 خطوط التأثير في حال انتقال الحمولات إلى الجائز بصورة غير مباشرة:
65	13-1 خطوط التأثير في المنشآت الشبكية Influence Lines of Trusses :
	14-1 عزم الانعطاف الأعظمي المطلق تحت تأثير أحمال متحركة Maximum Absolute
74	Moment under Moving Loads :
87	الفصل الثاني

87	خطوط التأثير في المنشآت غير المقررة ستاتيكيًا
87	Influence Lines for Statically Indeterminate Structures
87	1-2 مقدمة:
87	2-2 طرق إيجاد خطوط التأثير في المنشآت غير المقررة ستاتيكيًا:
88	2-3 طريقة مولر - بريسلو Muler- Breslau :
119	الفصل الثالث
119	التحليل اللدن في المنشآت
119	Plastic Analysis
119	1-3 مقدمة:
	Plastic Behavior of Determinate المقررة السلوك اللدن في المنشآت
119	Structures :
135	ج. مرحلة الانهيار:
160	3-6 التحليل اللدن للإطارات:
183	الفصل الرابع
183	القشريات من البيتون المسلح
183	Reinforced Concrete Shells
183	1-4 مقدمة:
183	2-4 محاسن القشريات ومساوئها:
184	3-4 أنواع القشريات Shell Types :
189	4-4 الإجهادات في القشريات Stresses in Shells :
192	4-6 القشريات الدورانية Rotational Shells :
222	4-7 القشريات الأسطوانية Cylindrical Shells
236	4-8 أمثلة تطبيقية:

مقدمة

يهدف هذا الكتاب إلى إرساء المفاهيم الأساسية في رسم خطوط تأثير المنشآت الناتجة عن الأحمال المتحركة التي تعد أساس تصميم الجسور الحاملة لأحمال ديناميكية سواءً المعدنية منها أو البيتونية. إن مقررات حساب الإنشاءات السابقة جميعها، كانت تدرس المنشأ ضمن مرحلة المرونة في حين يبدأ هذا الكتاب بدراسة آليات الانهيار في المنشآت على اختلاف أنواعها عن طريق طرح مفاهيم السلوك اللدن وتشكّل المفاصل اللدنة عند زيادة الأحمال.

تم الاهتمام بشكل خاص بأنواع القشريات من البيتون المسلح وتحليل الإجهادات الناتجة عن الأحمال المختلفة فيها. ثم تحقيق هذه الإجهادات على الحالة الأخطر المتوقع حدوثها، مع التدعيم بالأمثلة العملية التي تمثل غالباً خزانات عالية مكوّنة من أنواع عديدة من القشريات تنتقل الأحمال فيما بينها عبر جوائز رابطة.

يحتوي هذا الكتاب على أربعة فصول، يبيّن الفصل الأول منها كيفية رسم خطوط التأثير في الجوائز المقررة والمنشآت الشبكية وطريقة إيجاد أقصى جهد تحت تأثير أحمال القوافل المتحركة، في حين يتضمّن الفصل الثاني طريقة رسم خطوط التأثير في الجوائز غير المقررة. أمّا الفصل الثالث فيتضمن مبادئ التحليل اللدن وآليات الانهيار في الجوائز والإطارات وتشكّل المفاصل اللدنة. أمّا الفصل الرابع من الكتاب فيتضمن القشريات من البيتون المسلح وطرائق حساب الإجهادات التي تتعرض لها حيث تمت دراسة كل من القشريات الكروية والمخروطية والأسطوانية.

وأخيراً أتمنى أن يكون هذا العمل المتواضع خطوة على طريق بناء مستقبل مشرق لطلابنا الأعزاء الذين هم ذخرنا وذخيرتنا من أجل بناء بلدنا وتطويره بما يتوافق مع معايير الحضارة ومتطلبات العلم الحديث.

والله ولي التوفيق

د. ريم فيصل خرتش



الفصل الأول

خطوط التأثير في المنشآت المقررة ستاتيكيًا

Influence Lines for Statically Determinate Structures

1-1 مقدمة:

في مقررات ميكانيك الإنشاءات السابقة، تمت دراسة المنشآت المعرضة إلى جملة من الحمولات الثابتة على حالة معينة. إذ تم تحليل المنشآت المختلفة مثل الجوائز **Beams**، الإطارات **Frames** والمنشآت الشبكية **Trusses**. وتمّ إيجاد ردود الأفعال **Reactions**، القوى القاطعة **Shear Forces**، عزوم الانعطاف **Bending Moments** والانتقالات **Deflections**.

يواجه المهندس في الحياة العملية أنواعاً من المنشآت المعرضة إلى أحمال متحركة مثل الجسور التي تحمل مركبات مرورية، الأبنية الصناعية ذات الروافع المتحركة، المكاتب ذات الأثاث والأحمال البشرية المتغيرة. ومن ثمّ يجب دراسة المنشآت بأنواع مختلفة من الحمولات وليس في وضع ثابت واحد. يجب أن يُصمم المهندس كل عنصر في المنشأ ليُقاوم أخطر الحالات التي يُمكن أن تحصل، وعلى المصمم تحديد وضع الحمولات الذي يُعطي الحالة الأخطر ويختلف من عنصر إلى آخر في المنشأ ذاته. فمثلاً أعظم حالة للحمولات في عنصر ما من جسر مروري شبكي يمكن أن تحدث عندما تكون الحمولات بشكل خط مستمر من الشاحنات من بداية إلى نهاية الجسر، في حين تكون الحالة العظمى في عنصر آخر عندما يكون امتداد الشاحنات من ذلك العنصر إلى نهاية الجسر.

في بعض الحالات يُمكن تحديد الحالة العظمى لتوضع الحمولات بسهولة، أما في معظم الحالات من الضروري إيجاد معيار معين أو مخطط معين لتوضع الحمولات. وإن أكثر الأدوات فائدة هو خط التأثير **Influence Line**.

1-2 تعريف خط التأثير:

أول من استخدم خطوط التأثير هو البروفسور **E-Winkler** من برلين عام 1867 حيث أظهر بشكل تخطيطي كيف أن حركة حمولة واحدة عبر المنشأ تؤثر على توابع المنشأ. هذه التوابع هي ردود الأفعال، القوى القاطعة، عزوم الانعطاف والتشوهات. إن خط التأثير عبارة عن مخطط يبين كيفية تغيير تابع معين (رد فعل، قوة قاطعة، عزم انعطاف...) على طول المنشأ في نقطة معينة من المنشأ أثناء تحرك حمولة واحدة **Unit Load** على طول المنشأ.

كل إحداثية من المخطط تُعطي قيمة التابع المدروس عندما تكون الحمولة في تلك الإحداثية. تستخدم خطوط التأثير بشكل أساسي لحساب التوابع وتحديد مواقع الحمولات التي تُعطي القيم العظمى

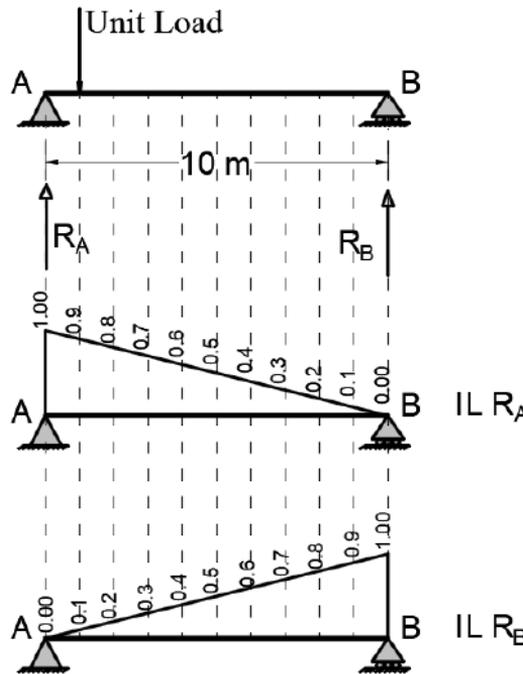
(الحالة الأخطر) لهذه التوابع. الإجراء المتبّع من أجل رسم المخططات هو ببساطة عملية رسم قيم التابع المدروس (رد فعل، قوة قاطعة، عزم انعطاف...) من أجل إحدائيات مختلفة لحمولة واحدة عبر المجاز ثم وصل هذه القيم.

يجب على الدارس أن يتصور أن الحمولة تتحرك عبر المجاز ويتم تخيل ماذا يحدث للتابع المدروس عندما تتحرك هذه الحمولة. إن دراسة خطوط التأثير تزيد من معرفة المهندس ماذا يحدث في المنشأ تحت تأثير الأوضاع المختلفة للحمولات.

ملخص القول إن الغاية من رسم خطوط التأثير هي التعرف على المواقع الحرجة **Critical Sections** للأحمال المتحركة وستعطي هذه المواقع أكبر قيمة للتابع المدروس. على ضوء معرفة المواقع الحرجة تتم الاستعانة بخطوط التأثير لإيجاد القيم العظمى للتابع المدروس.

تكون خطوط التأثير في المنشآت المقررة ستاتيكيًا خطوطاً مستقيمة أما بخصوص المنشآت غير المقررة ستاتيكيًا فإن مخططات التأثير تكون على شكل منحنيات.

3-1 خط تأثير ردود أفعال جائز بسيط:



الشكل (1-1) خطوط تأثير ردود أفعال جائز بسيط

خط تأثير ردود الأفعال لجائز بسيط يُعطى بالشكل (1-1)، حيث إن مجاز الجائز المفترض هو 10m مثلاً. ويبين تغيرات قيم رد الفعل اليساري R_A في حين تتحرك الحمولة الواحدة من اليسار إلى اليمين عبر الجائز. عندما تكون الحمولة متوضعة على المسند اليساري مباشرة يكون رد الفعل اليساري R_A مساوياً للواحد وعندما تكون الحمولة على بعد قدره 1m عن المسند اليساري A يكون مساوياً $9/10$ أي 0.9 وعندما تصبح الحمولة على بعد قدره 2m يمين المسند اليساري A يكون رد الفعل مساوياً إلى $8/10$ أي 0.8 وهكذا. يبين الشكل (1-1) قيم رد الفعل R_A من أجل خطوات قدرها 1m. تتغير القيم بشكل مستقيم من أجل خطوات متساوية لحركة الحمولة الواحدة، إذ إن قيم رد الفعل تتغير بمقدار 0.1 من أجل كل 1m.

يُرسَم رد الفعل للمسند اليميني R_B بشكل مشابه من أجل خطوات متتالية قدرها 1m للحمولة الواحدة. بالنتيجة يكون مجموع قيم مخططي تأثير ردي الفعل في أي نقطة مساوياً للواحد.

1-4 الطريقة العامة المتبعة لرسم خط التأثير، طريقة التوازن Equilibrium Method:

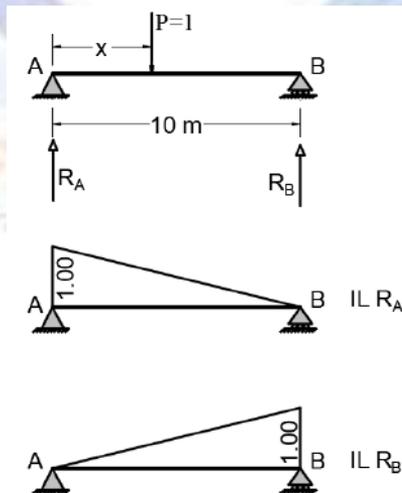
يتم اعتماد حمولة واحدة تبعد مسافة قدرها x عن المسند اليساري، شكل (1-2) ثم تتم دراسة توازن العزوم والقوى الشاقولية في الجائز كما يلي:

$$+\circlearrowleft: \sum M_A = 0 \Rightarrow 1 \times x - 10R_B = 0$$

$$R_B = x/10$$

$$+\uparrow: \sum F_Y = 0 \Rightarrow R_A = 1 - x/10$$

يتم تعويض قيم x من 0 حتى 10 ثم يتم رسم التأثير لردّي الفعل اليساري واليميني كما يلي:



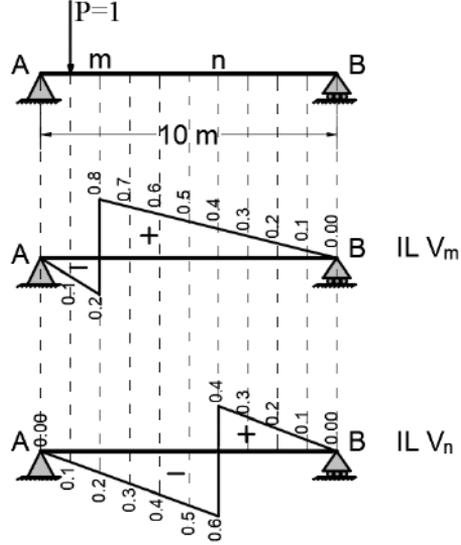
الشكل (1-2) حساب خطوط تأثير ردود أفعال جائز بسيط

5-1 خط تأثير القوى القاطعة لجانز بسيط:

يُبين الشكل خط تأثير القوى القاطعة في مقطعين m , n من جانز بسيط AB طوله $L=10m$. إن اصطلاح الإشارة المتبع عامة من أجل

القوى القاطعة هو قاعدة الدوران مع عقارب الساعة، حيث يحدث القص الموجب عندما يكون مجموع القوى يسار المقطع للأعلى في حين مجموع القوى يمين المقطع يكون نحو الأسفل.

عندما تكون القوة الواحدية مطبقة فوق المسند اليساري لا يحدث قص على كل من المقطعين m , n ويتحرك الحمولة مسافة قدرها $1m$ يمين المسند اليساري يكون رد الفعل اليساري R_A مساوياً إلى 0.9 ومن ثمّ محصلة القوى يسار المقطع تساوي 0.1 نحو الأسفل أي أن القوة القاطعة تساوي -0.1 .



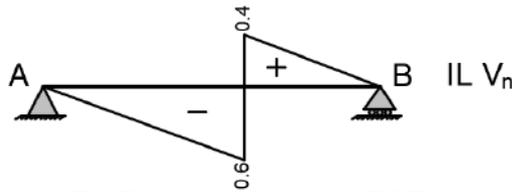
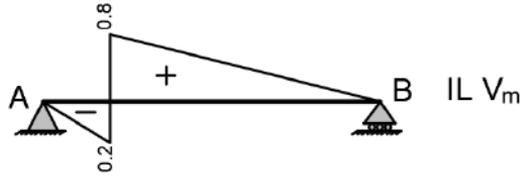
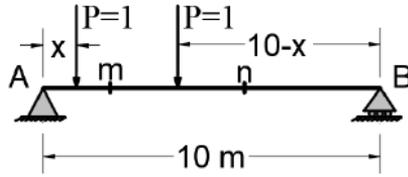
عندما تتحرك الحمولة $2m$ نحو اليمين وبمسافة صغيرة بشكل لامتناه في الصغر يسار المقطع m يكون القص نحو اليسار مساوياً إلى -

الشكل (3-1) خطوط تأثير الجهد القاطع لجانز بسيط

0.2 . في حين عندما تتحرك الحمولة مسافة صغيرة بشكل لامتناه في الصغر يمين المقطع m يصبح مجموع القوى يسار المقطع مساوياً إلى 0.8 نحو الأعلى، أي أن القوة القاطعة تساوي $+0.8$. بالمتابعة في تحريك الحمولة نحو المسند اليميني يتم الحصول على تغيّرات قيم القوة القاطعة في المقطع m كما هو مرسوم في المخطط. يتم رسم القوى القاطعة في المقطع m بالأسلوب نفسه.

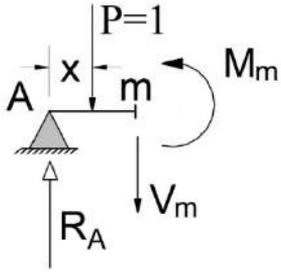
1-5-1 طريقة التوازن في إيجاد خط تأثير القوى القاطعة:

من أجل القوى القاطعة في المقطع m والذي يبعد مسافة $2m$ عن المسند A يتم اعتماد مجالين لحركة الحمولة الواحدية P الأول عندما $x=0 \rightarrow 2m$ أي أن الحمولة يسار المقطع m ، والثاني عندما $x=2 \rightarrow 10m$ أي أن الحمولة يمين المقطع m .



الشكل (4-1) حساب خطوط تأثير الجهد القاطع لجانز بسيط

بدراسة توازن القوى الشاقولية:



$$+\uparrow: \sum F_Y = 0 \Rightarrow R_A - 1 - V_m = 0$$

$$V_m = -1 + R_A$$

$$V_m = -1 + 1 - x/10 = -x/10$$

وتكون القيم عند الحدود:

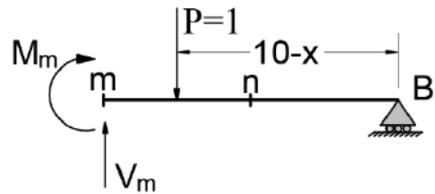
$$x = 2; V_m = -0.2 \quad x = 0; V_m = 0$$

$$+\uparrow: \sum F_Y = 0 \Rightarrow R_B - 1 + V_m = 0$$

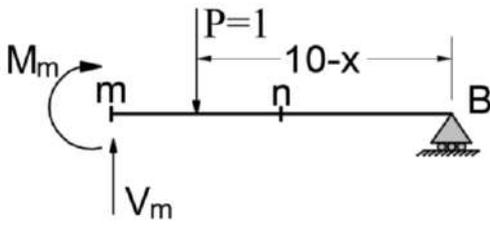
$$V_m = 1 - R_B$$

$$V_m = 1 - R_B = 1 - x/10$$

$$x = 10; V_m = 0$$



$$x = 2; V_m = 0.8$$



$$M_m = 8R_B - 1 \times (2 - x)$$

$$M_m = -0.2x + 2$$

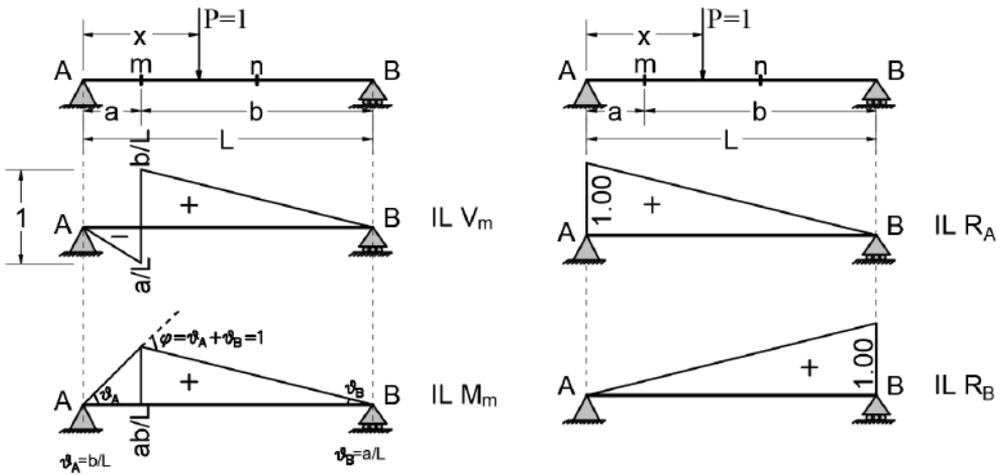
وتكون القيم عند الحدود:

$$x = 10; M_m = 0$$

$$x = 2; M_m = 1.6$$

7-1 ملخص خطوط تأثير جازز بسيط طوله L في الحالة العامة:

يمكن تلخيص خطوط التأثير لتتابع جازز بسيط كما في الجدول :



الشكل (6-1) ملخص خطوط تأثير جازز بسيط

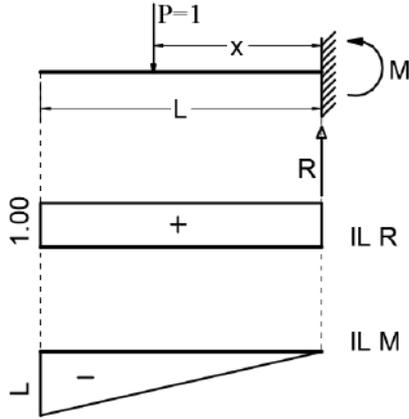
الجدول (1-1) معادلات خطوط تأثير جازز بسيط

معادلة خط التأثير	التابع
$R_A = 1 - x/L$	رد الفعل في A
$R_B = x/L$	رد الفعل في B
$V_{mR} = 1 - x/L \quad V_{mL} = -x/L$	القوى القاطعة في المقطع m
$M_{mR} = a(1 - x/L) \quad M_{mL} = x.b/L$	عزم الانعطاف في المقطع m

إن الفرق الأساسي بين مخطط القوى القاطعة ومخطط عزم الانعطاف وخط تأثير القوى القاطعة وخط تأثير عزم الانعطاف واضح. إن مخطط القوى القاطعة أو مخطط عزم الانعطاف يُظهر تغيير هاتين القيمتين عبر كامل المنشأ من أجل حمولات ثابتة على وضع معين. في حين يُظهر خط تأثير القوى

القاطعة أو عزم الانعطاف تغير قيمة القوة القاطعة أو عزم الانعطاف في المقطع ذاته والناجمة عن حمولة واحدة تتحرك من بداية المنشأ إلى نهايته.

8-1 خطوط تأثير ظفر:



• ردود الفعل في الوثاقة:

$$+\uparrow: \sum F_Y = 0 \Rightarrow R = 1$$

$$+\curvearrowleft: \sum M = 0 \Rightarrow -M + x = 0$$

$$M = -x$$

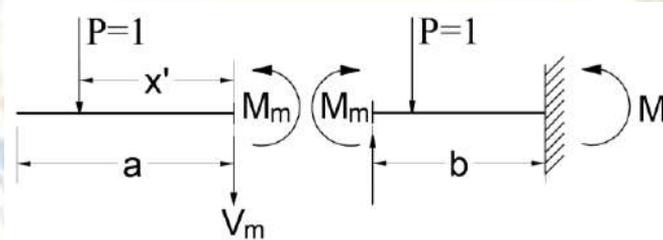
$$x = 0; R = 1; M = 0 \quad x = L; R = 1; M = -L$$

• القوة القاطعة وعزم الانعطاف في المقطع m:

○ الحمولة بين النهاية الحرة والمقطع:

$$+\uparrow: \sum F_Y = 0 \Rightarrow V_m = -1$$

الشكل (7-1) ملخص خطوط تأثير جانز بسيط



الشكل (8-1) ملخص خطوط تأثير جانز بسيط

$$+\curvearrowleft: \sum M_m = 0 \Rightarrow M_m = -x'$$

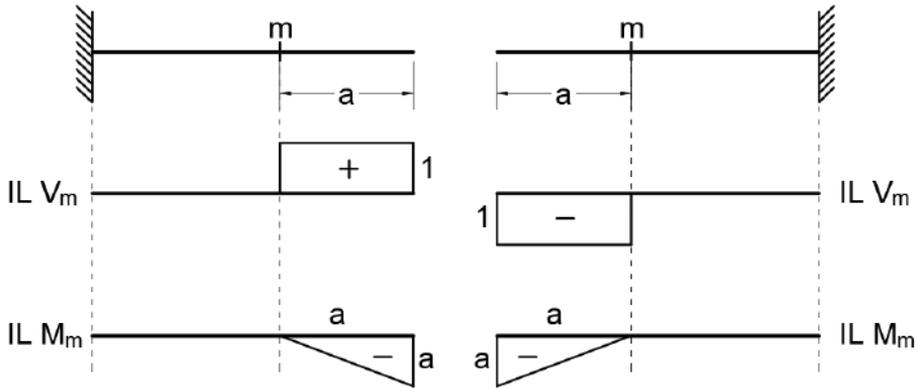
وتكون القيم عند الحدود:

$$x' = 0; M_m = 0 \quad x' = a; M_m = -a$$

○ الحمولة بين المقطع والوثاقة- بدراسة الجزء من طرف النهاية الحرة:

$$+\uparrow: \sum F_Y = 0 \Rightarrow V_m = 0$$

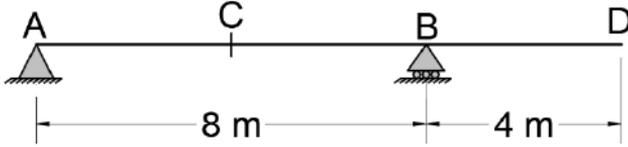
$$+\curvearrowleft: \sum M_m = 0 \Rightarrow M_m = 0$$



الشكل (9-1) ملخص خطوط تأثير ظفر

مثال تطبيقي (1):

أنشئ خطوط التأثير في الجائز المبين بالشكل من أجل:



- رد الفعل في A, B
- القص في النقطة C
- عزم الانعطاف في النقطة C
- القص قبل المسند B وبعده
- العزم عند المسند B

الحل:

- خط تأثير رد الفعل في A:

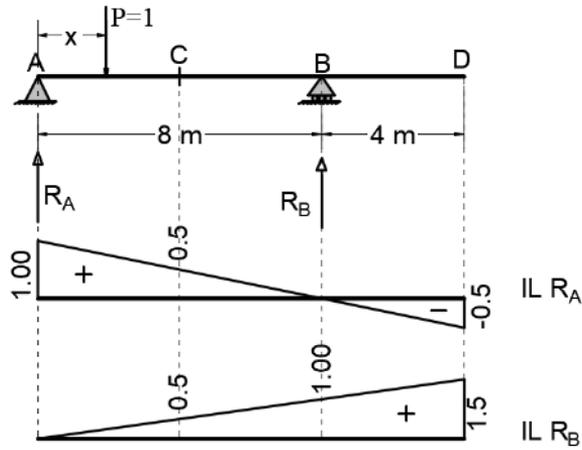
$$+\uparrow: \sum M_B = 0 \Rightarrow 8R_A - 1 \times (8 - x) = 0 \Rightarrow R_A = 1 - x/8$$

X	0	4	8	12
R _A	1	0.5	0	-0.5

- خط تأثير رد الفعل في B:

$$+\uparrow: \sum M_A = 0 \Rightarrow -8R_B + 1 \cdot x = 0 \Rightarrow R_B = x/8$$

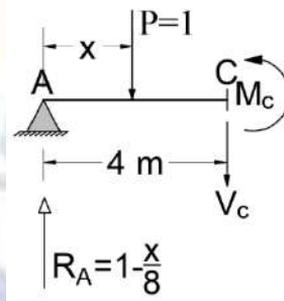
X	0	4	8	12
R _A	1	0.5	1	1.5



• القوى القاطعة في المقطع C:

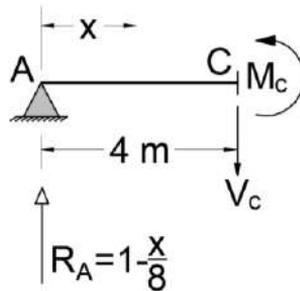
○ المجال الأول: $x: 0 \rightarrow 4$

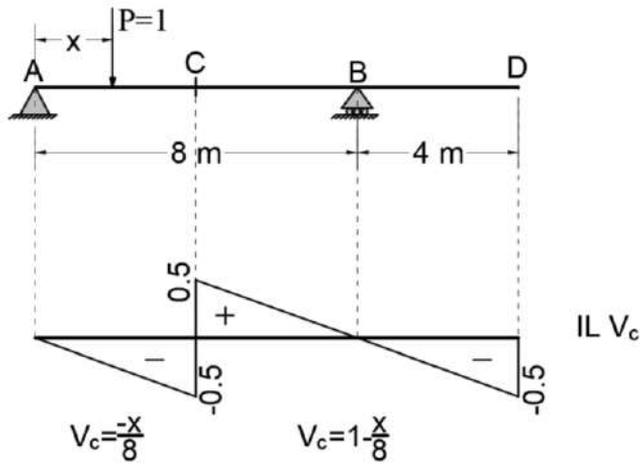
$$+\uparrow: \sum F_y = 0 \Rightarrow 1 - \frac{1}{8}x - 1 - V_c = 0 \Rightarrow V_c = -\frac{x}{8}$$



○ المجال الثاني: $x: 4 \rightarrow 12$

$$+\uparrow: \sum F_y = 0 \Rightarrow 1 - \frac{1}{8}x - V_c = 0 \Rightarrow V_c = 1 - \frac{x}{8}$$

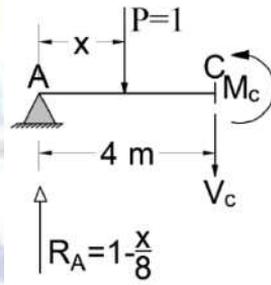




X	0	4 ⁻	4 ⁺	8	12
V _c	0	-0.5	0.5	0	-0.5

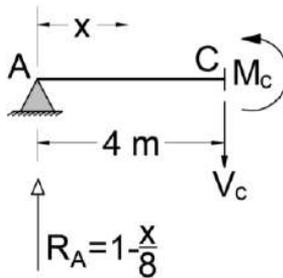
• عزم الانعطاف في المقطع C:

○ المجال الأول: $x: 0 \rightarrow 4$

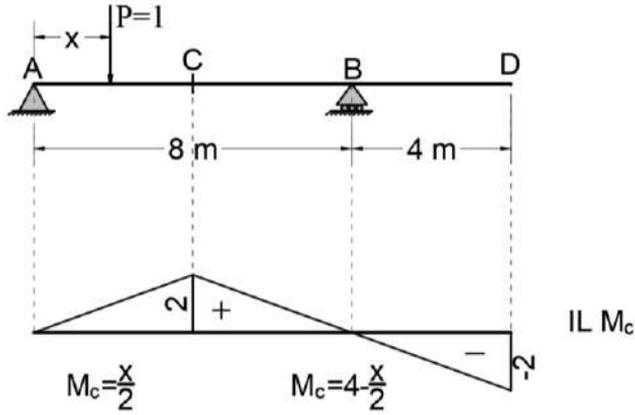


$$+\circlearrowleft: \sum M_C = 0 \Rightarrow -M_c - 1 \times (4 - x) + 4 \left(1 - \frac{x}{8}\right) = 0 \Rightarrow M_c = \frac{x}{2}$$

المجال الثاني: $x: 4 \rightarrow 12$

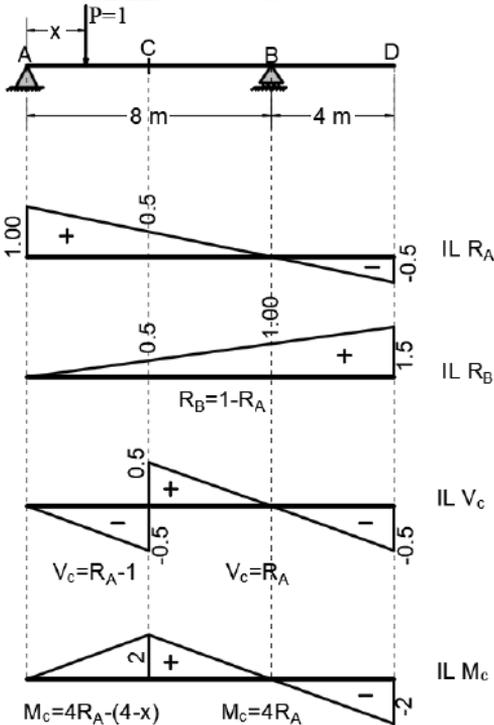


$$+\uparrow: \sum M_C = 0 \Rightarrow -M_c + 4\left(1 - \frac{x}{8}\right) = 0 \Rightarrow M_c = 4 - \frac{x}{2}$$



X	0	4	8	12
M _c	0	2	0	-2

- إيجاد خطوط تأثير رد الفعل في **B** والقوة القاطعة في **C** وعزم الانعطاف في **C** بالاستعانة بخط تأثير رد الفعل في **A**:
- خط تأثير رد الفعل في **B**:



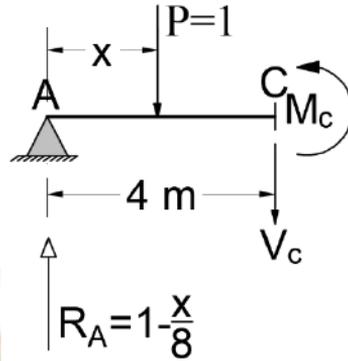
$$+\uparrow: \sum F_Y = 0 \Rightarrow R_A + R_B - 1 = 0$$

$$R_B = 1 - R_A$$

يتم تطبيق المعادلة في النقاط **A, B, C, D** على المخطط:

- خط تأثير القوة القاطعة في **C**:
- المجال الأول: $x: 0 \rightarrow 4$

$$+\uparrow: \sum F_y = 0 \Rightarrow R_A - 1 - V_c = 0 \Rightarrow V_c = R_A - 1$$

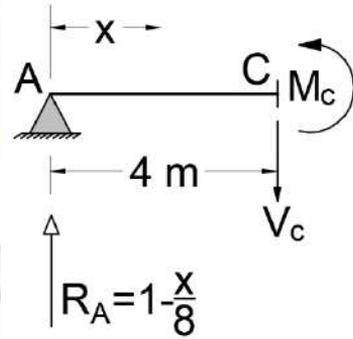


○ المجال الثاني: $x: 4 \rightarrow 12$

$$+\uparrow: \sum F_y = 0 \Rightarrow R_A - V_c = 0 \Rightarrow V_c = R_A$$

• خط تأثير عزم الانعطاف في C:

○ المجال الأول: $x: 0 \rightarrow 4$



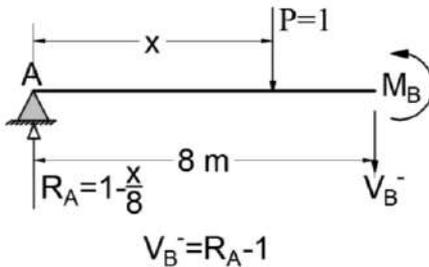
$$+\downarrow: \sum M_C = 0 \Rightarrow -R_A + 1 \times (4 - x) + M_C = 0 \Rightarrow M_C = 4R_A - (4 - x)$$

○ المجال الثاني: $x: 4 \rightarrow 12$

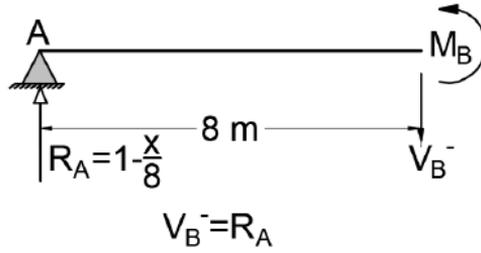
$$+\downarrow: \sum M_C = 0 \Rightarrow 4R_A - M_C = 0 \Rightarrow M_C = 4R_A$$

• خط تأثير القوة القاطعة قبل المسند B:

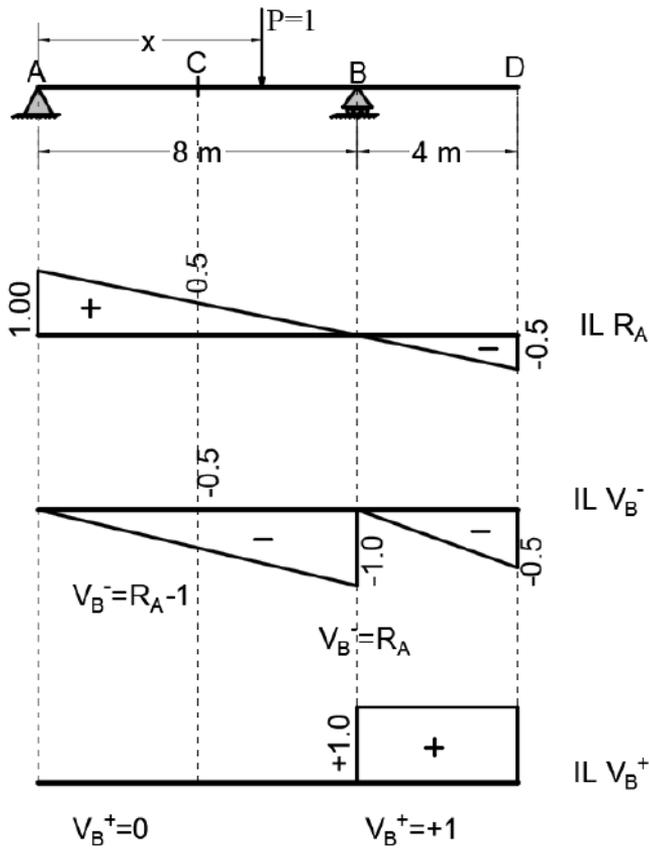
○ المجال الأول: $x: 0 \rightarrow 8$

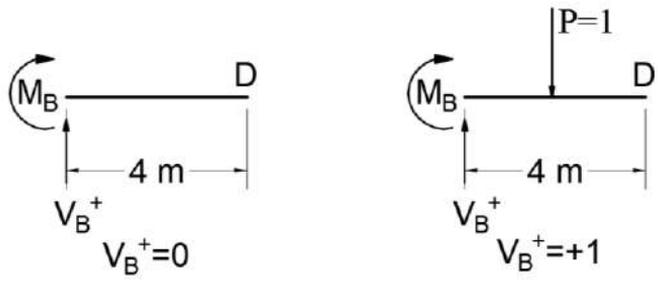


○ المجال الثاني: $x: 8 \rightarrow 12$

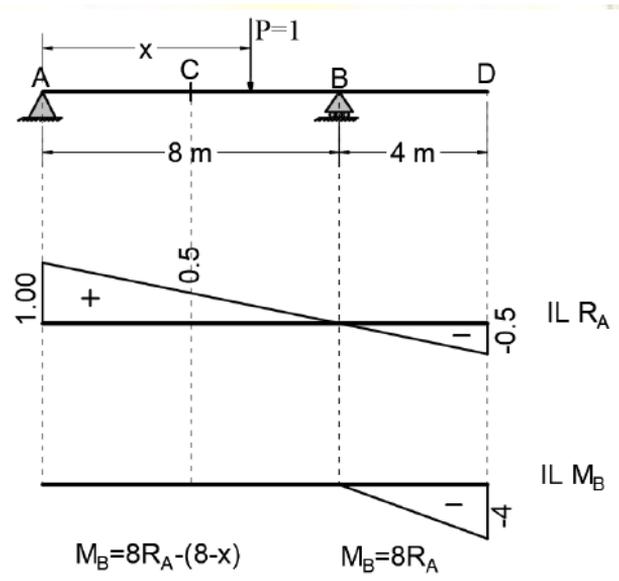
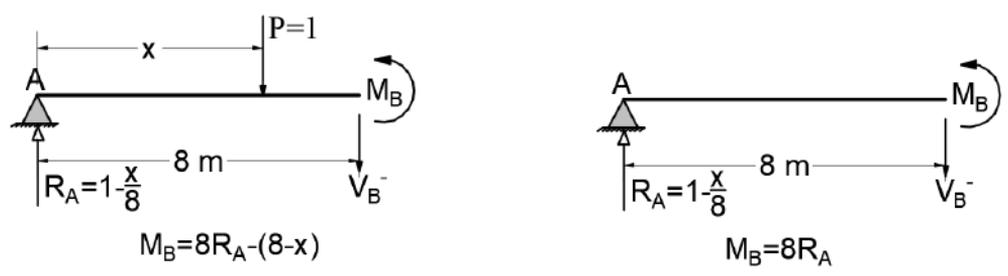


● خط تأثير القوة القاطعة بعد المسند B:



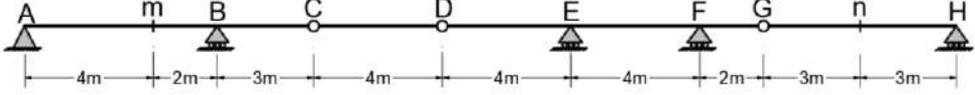


• خط تأثير عزم الانعطاف عند المسند B:



مثال تطبيقي (2):

أوجد خطوط التأثير التالية في الجائر المقرر المبين بالشكل:

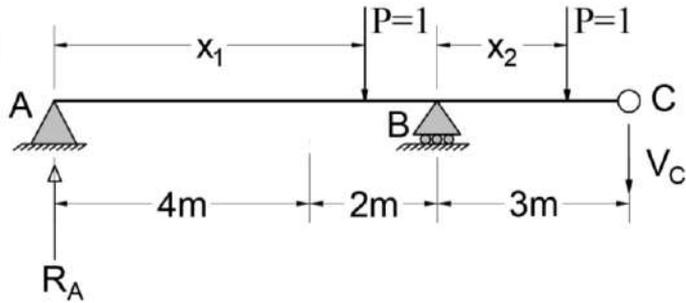


1. خط تأثير رد الفعل في النقطة A.
2. خط تأثير رد الفعل في النقطة E.
3. خط تأثير القوة القاطعة في المفصل D.
4. خط تأثير العزم في المقطع m.
5. خط تأثير العزم في المقطع n.

الحل:

1- خط تأثير رد الفعل في النقطة A:

• الحمولة بين A, B : $x_1 : 0 \rightarrow 6$



بأخذ توازن الجزء اليميني باعتماد عدم وجود حمولات: $V_C = 0$

$$+\uparrow: \sum M_B = 0 \Rightarrow 6R_A - P(6 - x_1) = 0 \Rightarrow R_A = 1 - \frac{x_1}{6}$$

وتكون القيم عند الحدود:

$$x_1 = 0; R_A = 1 \quad x_1 = 6; R_A = 0$$

• الحمولة بين B, C : $x_2 : 0 \rightarrow 3$

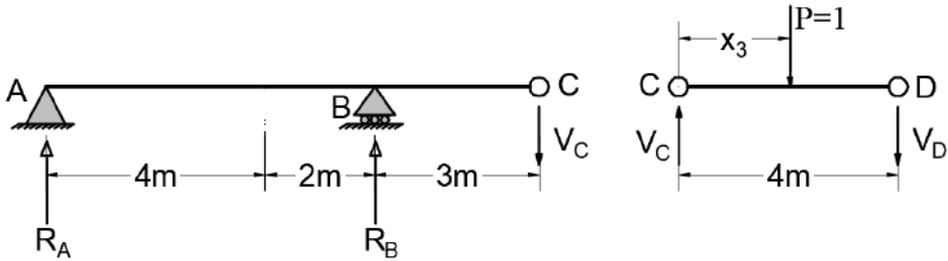
بأخذ توازن الجزء اليميني باعتماد عدم وجود حمولات: $V_C = V_D = 0$

$$+ \curvearrowleft: \sum M_B = 0 \Rightarrow 6R_A + P \cdot x_2 = 0 \Rightarrow R_A = -\frac{x_2}{6}$$

وتكون القيم عند الحدود:

$$x_2 = 0; R_A = 0 \quad x_2 = 3; R_A = -\frac{1}{2}$$

• الحمولة بين **C, D**: $x_3 : 0 \rightarrow 4$

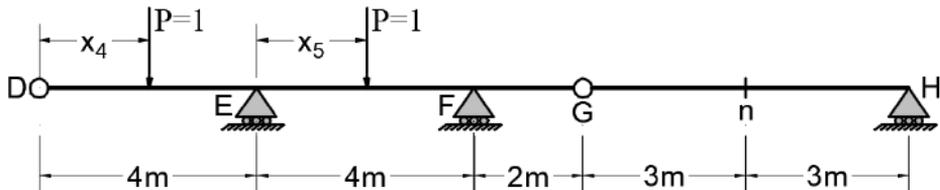


$$+ \curvearrowleft: \sum M_D = 0 \Rightarrow 4V_C - P(4 - x_3) = 0 \Rightarrow V_C = 1 - \frac{x_3}{4}$$

$$+ \curvearrowleft: \sum M_B = 0 \Rightarrow 6R_A + 3V_C = 0 \Rightarrow R_A = -\frac{V_C}{2} = -\frac{1}{2} \left(1 - \frac{x_3}{4} \right)$$

$$x_3 = 0; R_A = -\frac{1}{2} \quad x_3 = 4; R_A = 0$$

• الحمولة بين **D, E**: $x_4 : 0 \rightarrow 4$

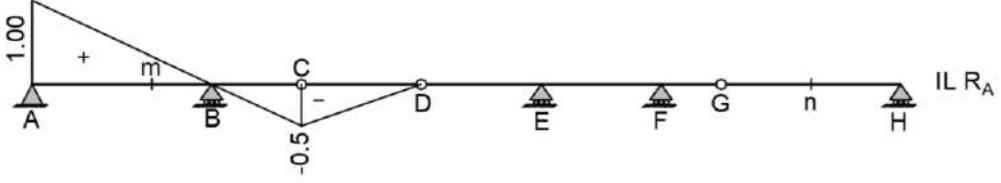


$$V_C = 0; R_A = 0$$

• الحمولة بين **F, E - F, G - G, H**

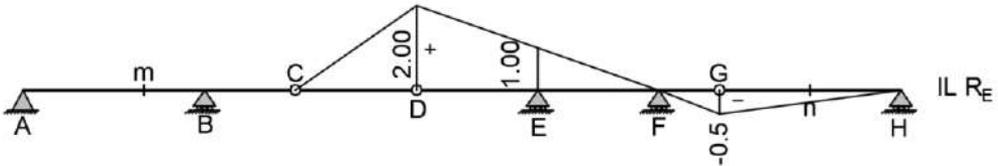
$$V_C = 0; R_A = 0$$

ويكون خط تأثير رد الفعل في **A** كما يلي:



-2 خط تأثير رد الفعل في النقطة E:

بالطريقة ذاتها يتم رسم خط تأثير رد الفعل في E:



-3 خط تأثير القوة القاطعة في D:

$$V_D = 0$$

• الحمولة بين **A, B**: $x_1: 0 \rightarrow 6$

$$V_D = 0$$

• الحمولة بين **C, B**: $x_2: 0 \rightarrow 3$

• الحمولة بين **C, D**: $x_3: 0 \rightarrow 4$

$$+ \uparrow: \sum M_C = 0 \Rightarrow P \cdot x_3 + 4V_D = 0 \Rightarrow V_D = -\frac{x_3}{4}$$

$$x_3 = 0; V_D = 0$$

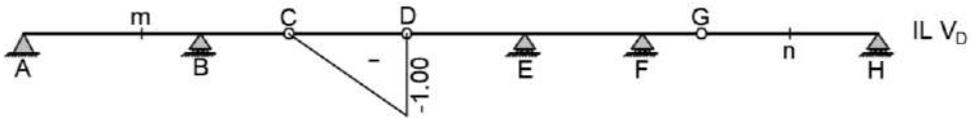
$$x_3 = 4; V_D = -1$$

$$V_D = 0$$

• الحمولة بين **D, E**: $x_4: 0 \rightarrow 4$

$$V_D = 0$$

• الحمولة بين **F, E - F, G - G, H**



-4 خط تأثير العزم في المقطع m:

• الحمولة بين **A, B**: $x_1: 0 \rightarrow 6$ باعتماد الحمولة يسار المقطع m:

$$4R_A - P(4 - x_1) = M_m \quad R_A = 1 - \frac{x_1}{6}$$

$$M_m = \frac{x_1}{3}$$

$x_1 = 0; M_m = 0$ الحمولة عند **B**

$x_1 = 4; M_m = 4/3$ الحمولة عند **m**

• الحمولة بين **B, C** : $x_2 : 0 \rightarrow 3$

$$M_m = 4R_A = -\frac{x_2}{6} \cdot 4 = -\frac{2}{3}x_2$$

$x_2 = 0; M_m = 0$ الحمولة عند **B**

$x_2 = 3; M_m = -2$ الحمولة عند **C**

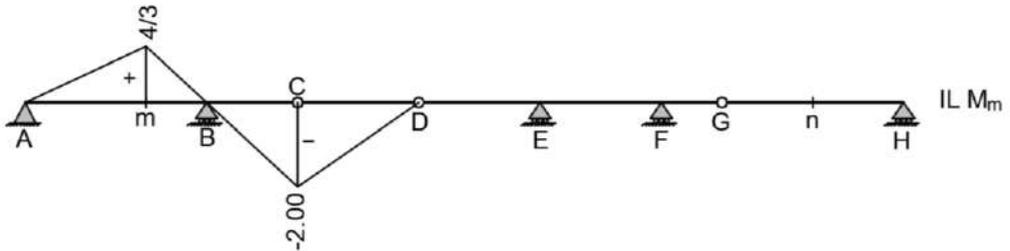
• الحمولة بين **C, D** : $x_3 : 0 \rightarrow 4$

$$M_m = 4R_A = 4\left(-\frac{1}{2}\left(1 - \frac{x_3}{4}\right)\right) = -2\left(1 - \frac{x_3}{4}\right)$$

$x_3 = 0; M_m = -2$ الحمولة عند **C**

$x_3 = 4; M_m = 0$ الحمولة عند **D**

بالنسبة لبقية المجالات يكون رد الفعل في النقطة **A** معدوماً ومن ثم بأخذ الجزء اليساري يكون العزم في المقطع **m** معدوماً.

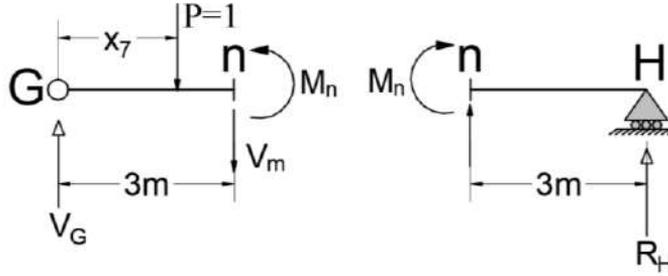


5- خط تأثير العزم في المقطع **n**:

عندما تكون الحمولة **P=1** في المجالات الأولى يكون العزم في المقطع **n** معدوماً إلا إذا

كانت الحمولة في المجال الأخير **GH** كما يلي:

الحمولة بين G,H : $x_7 : 0 \rightarrow 6$



يتم حساب ردود الأفعال أولاً:

$$+ \curvearrowleft : \sum M_G = 0 \Rightarrow -6R_H + Px_7 = 0 \Rightarrow R_H = \frac{x_7}{6}$$

$$+ \uparrow : \sum F_Y = 0 \Rightarrow V_G = 1 - \frac{x_7}{6}$$

• الحمولة تسير يسار المقطع n، بأخذ الجزء الأيمن:

$$+ \curvearrowleft : \sum M_n = 0 \Rightarrow M_n = 3R_H = 3 \frac{x_7}{6} \Rightarrow M_n = \frac{x_7}{2}$$

$$x_7 = 0; M_n = 0 \quad x_7 = 3; M_n = 3/2$$

• الحمولة تسير يمين المقطع n، بأخذ الجزء الأيسر:

$$+ \curvearrowleft : \sum M_n = 0 \Rightarrow M_n = 3V_G = 3 \left(1 - \frac{x_7}{6} \right) \Rightarrow M_n = 3 - \frac{x_7}{2}$$

$$x_7 = 3; M_n = 3/2 \quad x_7 = 6; M_n = 0$$



9-1 الطريقة المباشرة في رسم خطوط التأثير:

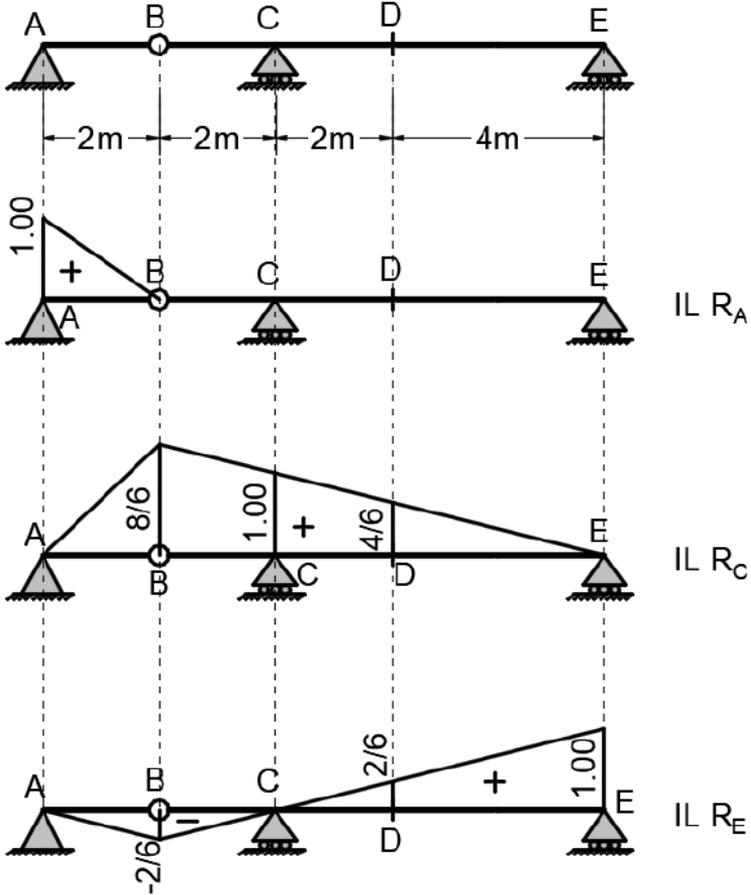
تتألف خطوط التأثير في المنشآت المقررة ستاتيكيًا من مجموعة من المستقيمات. يستطيع

المهندس بخبرته رسم خطوط التأثير لمختلف التوابع بشكل مباشر. وذلك بتحقيق الفرضيتين التاليتين:

- لا يجوز أن ينكسر خط التأثير إلا في المفصل.
- تحدد القيم المجهولة من التشابه بين المثالثات.

1- خطوط تأثير ردود أفعال المساند:

يتم إعطاء رد الفعل القيمة "واحد" عندما تكون الحمولة عند مسنده والقيمة "صفر" عندما تكون الحمولة عند بقية المساند. ثم يتم الوصل بمستقيمات بين هذه النقاط مراعاة الفرضيتين السابقتين. مثلاً باعتماد الجائز المستمر المبين بالشكل، تكون خطوط تأثير ردود الأفعال في كل من **A**, **C**, **E** كما هو مبين:



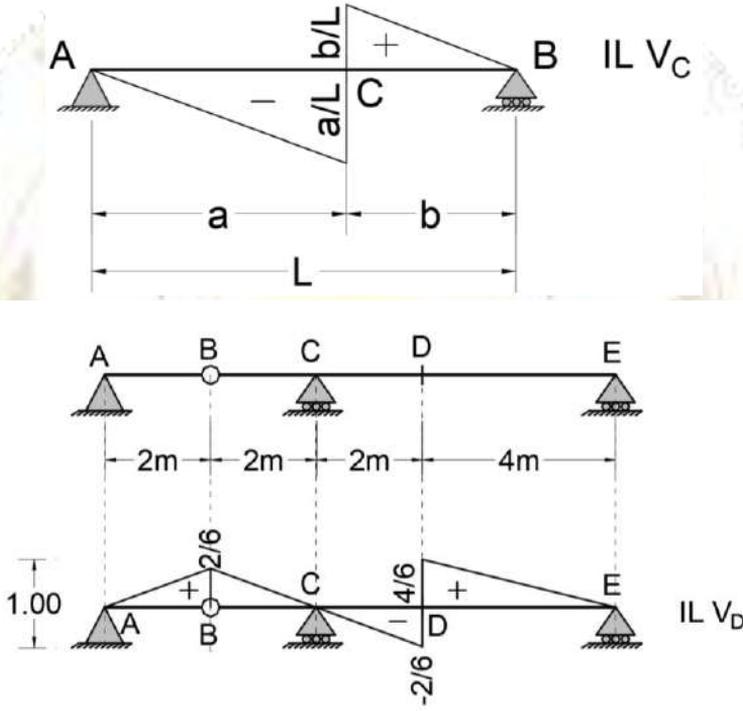
الشكل (10-1) خطوط تأثير ردود أفعال المساند

2- خط تأثير القوة القاطعة في مقطع ما:

أ. إذا كان المقطع واقعاً بين مسندين:

إن نقطتي القص تتفارقان مع شرط بقاء المسافة بينهما مساوية للواحد. باصطلاح القيم الموجبة أعلى المخطط، يتم رفع الجزء الأيمن من المخطط عند نقطة التقاء القطع بالمقدار (طول الجزء الأيمن للقطع/طول المجاز) وإنزال الجزء الأيسر بالمقدار (طول الجزء الأيسر للقطع/طول المجاز) لتكون المسافة بين نقطة القطع في جزأي خط التأثير مساوية للواحد. ويتم تحديد بقية القيم عند المساند والمفاصل من تشابه المثلثات.

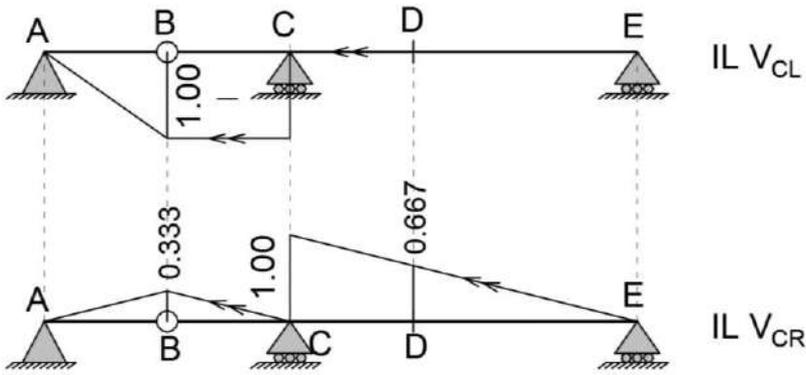
$$\frac{a}{L} + \frac{b}{L} = \frac{L}{L} = 1$$



الشكل (11-1) خط تأثير القوة القاطعة ضمن المجاز

ب. إذا كان المقطع المطلوب عند مسند أو مفصل:

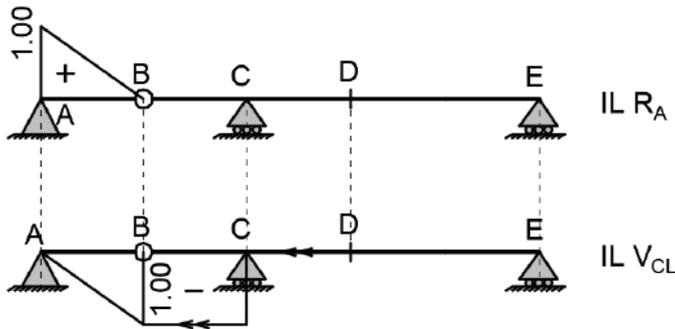
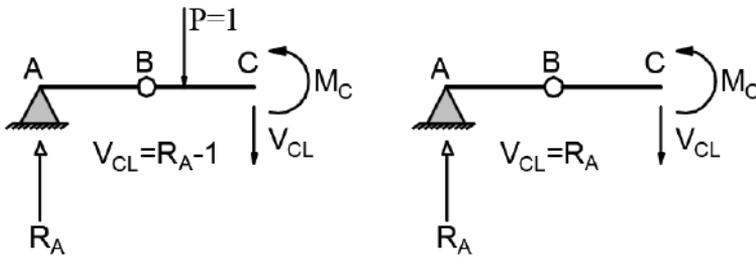
- إذا كان المطلوب قوة القص يسار المسند أو المفصل V_L تُنزل الجهة اليسرى بالمقدار 1 وتثبت الجهة اليمنى للمسند أو المفصل كما في الشكل (12-1).
- إذا كان المطلوب قوة القص يمين المسند أو المفصل V_R تُرفع الجهة اليمنى بالمقدار 1 وتثبت الجهة اليمنى، حيث ينكسر الخط عند المفصل والمقطع المطلوب فقط.



الشكل (12-1) خط تأثير القوة القاطعة يمين أو يسار مسند

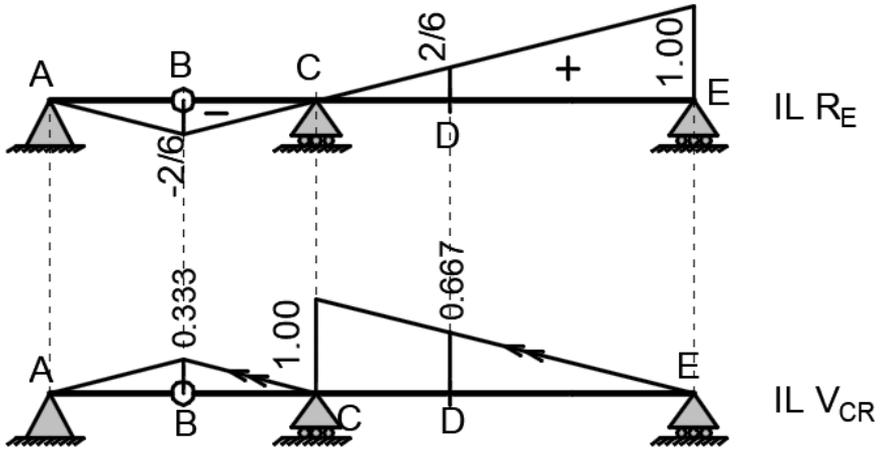
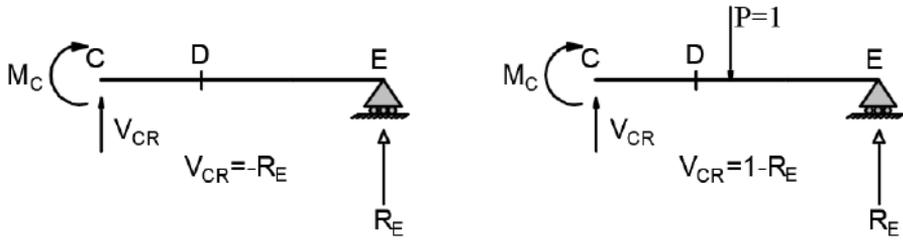
يمكن التحقق من ذلك بطريقة التوازن كما يلي:

قوة القص يسار المقطع:



الشكل (13-1) خطوط تأثير رد الفعل في A والقص يسار المسند

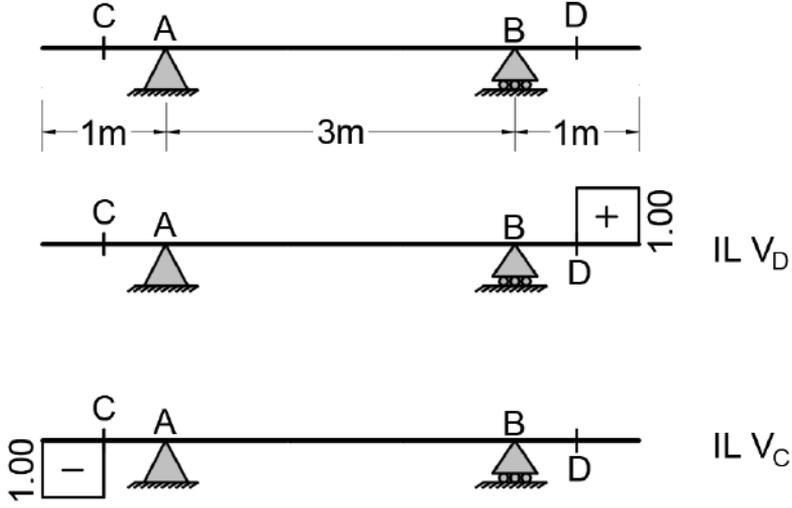
قوة القص يمين المقطع:



الشكل (14-1) خطوط تأثير رد الفعل في E والقص يمين المسند

ج. إذا كان المقطع بجوار طرف حر ووثاقة:

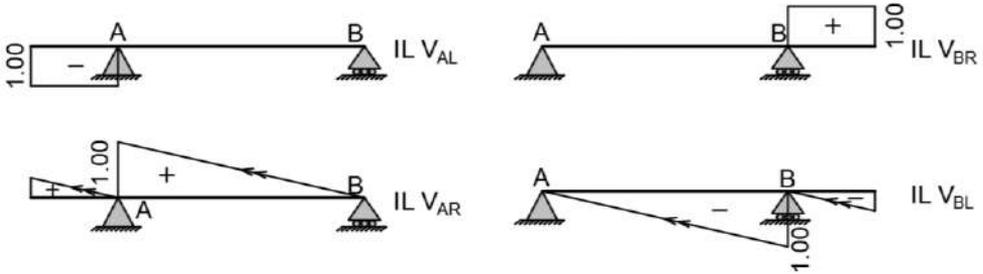
- إذا كان الطرف الحر من اليمين: يكون خط تأثير القوة القاطعة بشكل مستطيل يساوي الواحد يمين المقطع بقيمة موجبة.
- إذا كان الطرف الحر من اليسار: يكون خط تأثير القوة القاطعة بشكل مستطيل يساوي الواحد يسار المقطع بقيمة سالبة.



الشكل (15-1) ملخص خطوط تأثير الجائز ذي الأظفار

د. حالة الجائز الظفري:

تكون قوى القص يمين ويسار المسند بجوار الظفر كما في الشكل (16-1):



الشكل (16-1) ملخص خطوط تأثير القص في جائز بسيط ذي ظفر

3- خط تأثير عزم الانعطاف في مقطع ما:

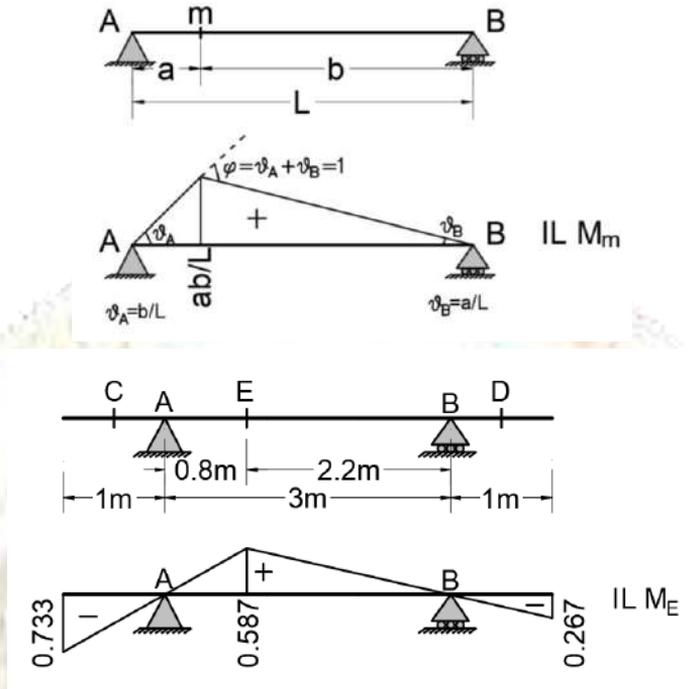
أ. إذا كان المقطع واقعاً بين مسندين:

يتم رفع خط التأثير للأعلى عند المقطع بالمقدار (طول الجزء الأيمن من المقطع x طول

الجزء الأيسر من المقطع/طول المجاز كاملاً) أي axb/L . مع مراعاة الفرضيات التالية:

- انعدام قيمة خط التأثير عند المساند.
- لا يجوز انكسار خط التأثير إلا عند المفاصل.

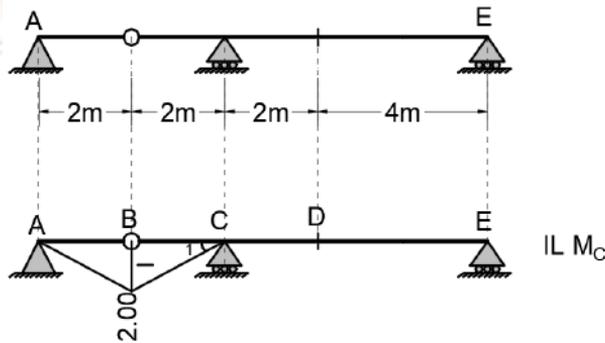
- تحسب القيم المجهولة من تشابه المثلثات.



الشكل (17-1) ملخص خطوط تأثير العزم في جائر بسيط ذي ظفر

ب. إذا كان المقطع المطلوب إيجاد خط تأثير عزم الانعطاف فيه يقع عند مسند أو مفصل:

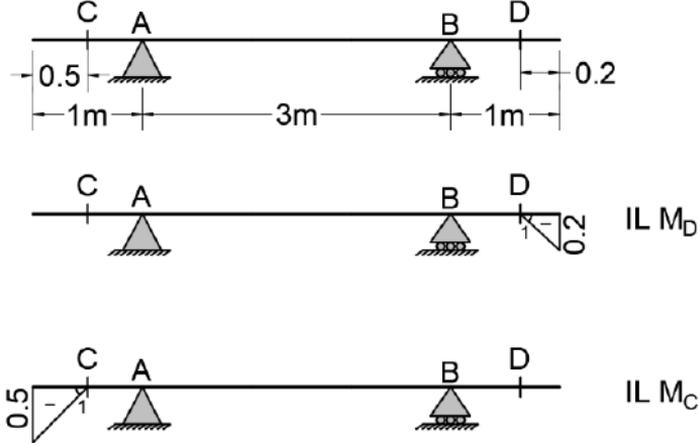
يكون خط التأثير معدوماً عند المسند أو المفصل المطلوب رسم خط التأثير عنده. يُرسم مستقيم بدوران واحد نحو الأسفل دائماً (بقيمة سالبة) وينكسر فقط عند المفاصل في حين ينعدم عند المساند، وتحسب القيم عند النقاط الشهيرة من تشابه المثلثات.



الشكل (18-1) خط تأثير العزم عند المسند

ج. إذا كان المقطع المطلوب رسم خط تأثير عزم الانعطاف عنده بجوار طرف حر أو وثاقة:

إن قيمة العزم تنعدم عندما تكون القوة عند المقطع المدروس، في حين قيمة العزم عندما تكون القوة عند الطرف الحر تساوي (طول الجزء الحر بعد المقطع مضروباً بالرقم $1/|$) وتكون قيمة دوران خط التأثير عند المقطع مساويةً للواحد.



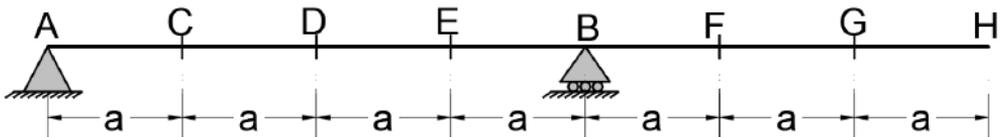
الشكل (19-1) ملخص خطوط تأثير العزوم في أطراف جانز

1-9-1 أمثلة على رسم خطوط التأثير بالطريقة المباشرة:

مثال تطبيقي (1):

أوجد خطوط التأثير التالية بالطريقة المباشرة من أجل الجانز المبين بالشكل:

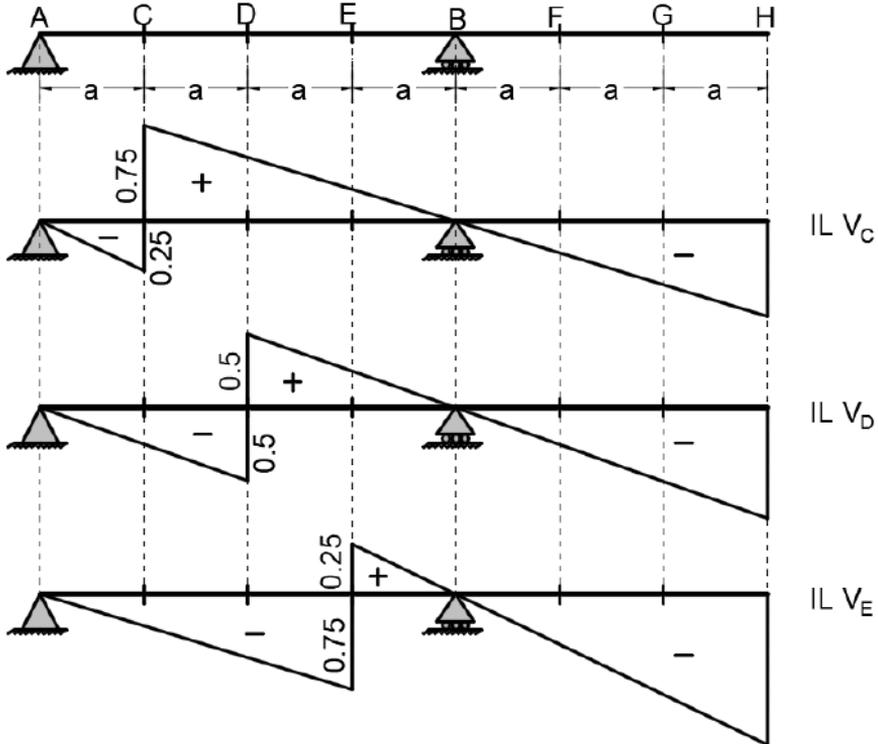
- 1- القوة القاطعة في كل من C, D, E.
- 2- القوة القاطعة يسار ويمين المقطع B.
- 3- القوة القاطعة عند المقطع G, F.
- 4- عزم الانعطاف في كل من C, D, E.
- 5- عزم الانعطاف عند B, F, G.



الحل:

1- القوة القاطعة في كل من C, D, E:

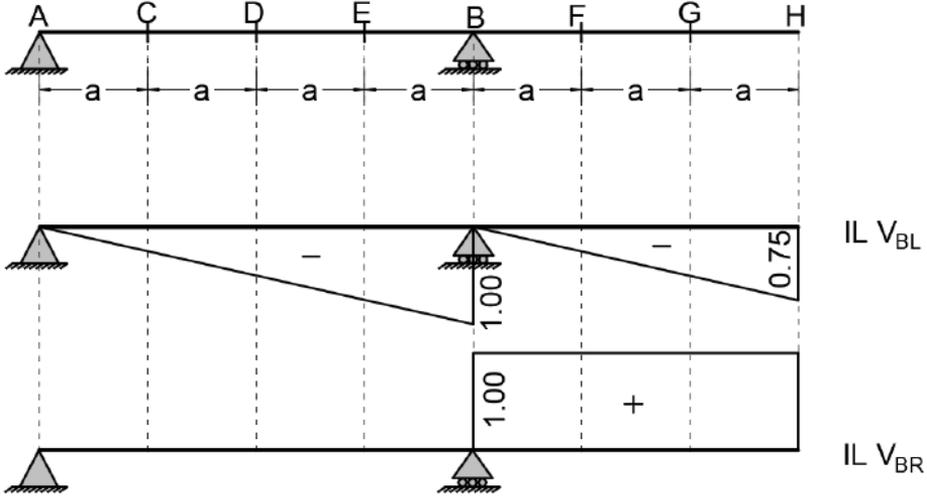
هذه المقاطع تقع بين مسندين، ومن ثم تُطبَّق عليها قواعد الجائز البسيط، ويتم استنتاج ما تبقى بالتشابه بدون كسر المخطط بسبب عدم وجود مفاصل:



الشكل (20-1) ملخص خطوط تأثير جائز بسيط

2- القوة القاطعة يمين ويسار المقطع B:

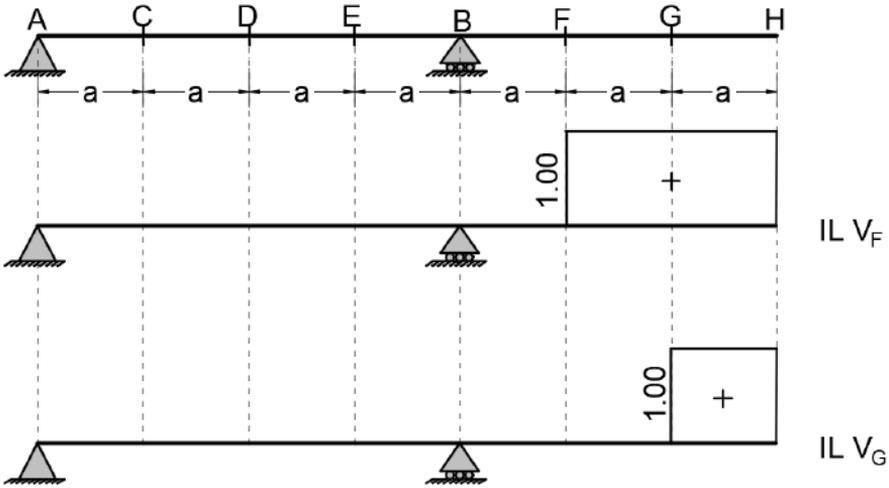
الحالة جائز ظفري والظفر يمين الجائز، يتم تطبيق الحالة (د) من حالات خطوط تأثير القوة القاطعة:



الشكل (21-1) ملخص خطوط تأثير جانز بسيط

3- القوة القاطعة عند المقطع **F, G**:

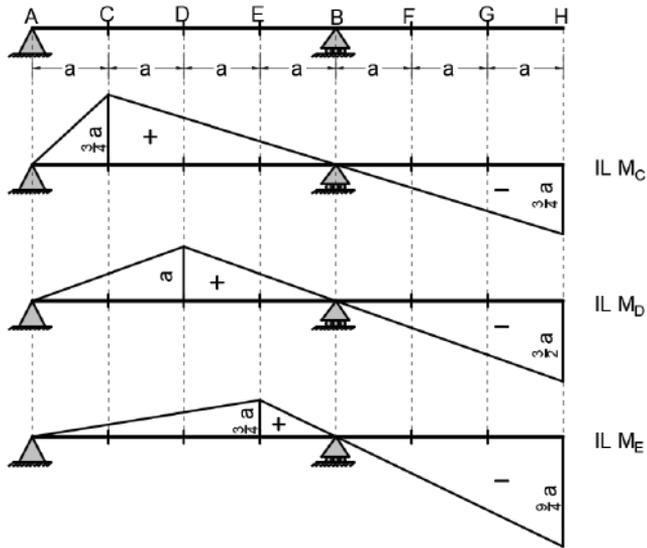
هذه حالة طرف حر وهي تماثل الحالة (ج) من حالات خطوط تأثير القوة القاطعة :



الشكل (22-1) ملخص خطوط تأثير جانز بسيط

4- عزم الانعطاف عند **C, D, E**:

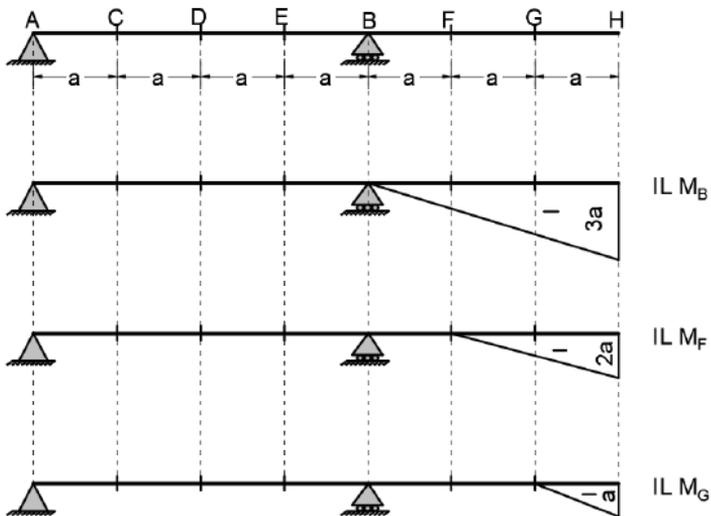
هذه المقاطع تقع بين مسندين، ومن ثم تُطبَّق عليها قواعد الجانز البسيط، ويتم استنتاج ما تبقى بالتشابه بدون كسر المخطط بسبب عدم وجود مفاصل:



الشكل (1-23) ملخص خطوط تأثير جانز بسيط

5- عزم الانعطاف في **B, G, F**:

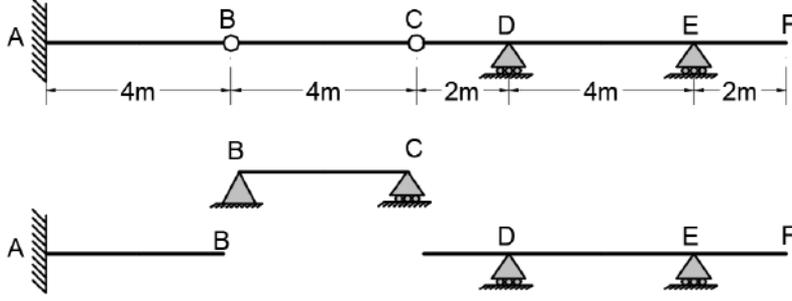
خط تأثير عزم الانعطاف عند **B** يماثل الحالة (ب) من حالات خطوط تأثير عزم الانعطاف، حيث يقع المقطع بجوار مسند. في حين خط تأثير عزم الانعطاف عند **F, G** فيماثل الحالة (ج) ويقع ضمن الظفر.



الشكل (1-24) ملخص خطوط تأثير عزوم الانعطاف في مقاطع مختلفة من الظفر

1-9-2 خطوط تأثير الجوائز المستمرة وفق الطريقة المباشرة:

في حال كون الجوائز المستمرة أكثر تعقيداً من حالة الجائز البسيط والجائز الظفري. يمكن اتباع الطريقة المباشرة أيضاً وذلك بعد تجزئة الجائز المستمر إلى عدة جوائز مقرررة تتبع الحالات المعرفة سابقاً، فمثلاً يمكن تجزئة الجائز كما هو موضَّح بالشكل (1-25):



الشكل (1-25) تجزئة الجائز المستمر إلى جوائز مقرررة

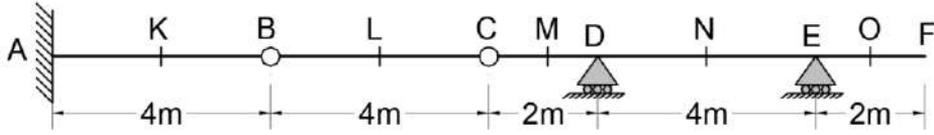
يتم رسم خط التأثير وفق القواعد المعرفة سابقاً في الجزء الذي يعود إليه، ثم تتم المتابعة إلى الأجزاء الأخرى وفق الفرضيات:

- ينكسر خط التأثير عند المفصل فقط، وعندما يندم خط التأثير عند المفصل فإنه لا ينقل شيئاً إلى القطعة المجاورة.
- توجد القيم عند مساند القطع المجاورة بالتشابه.
- يندم خط التأثير عند المساند إلا إذا كان خط التأثير يعود إلى رد الفعل في هذا المسند فتساوي عندها قيمة خط التأثير إلى الواحد.

مثال تطبيقي (1):

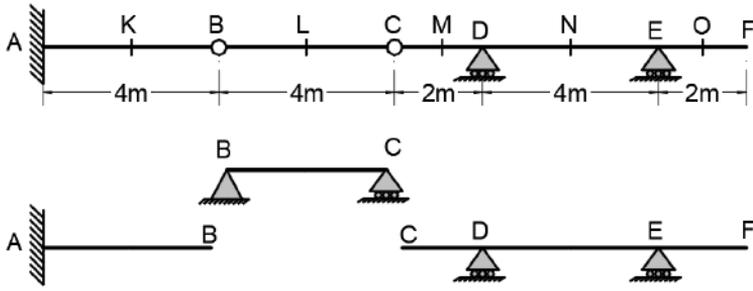
ارسم خطوط التأثير التالية في الجائز الميّن بالشكل بالطريقة المباشرة:

- 1- رد الفعل الشاقولي والعزم في الوثاقة **A**.
- 2- رد الفعل في المسند **E, D**.
- 3- القص والعزم في المقاطع **K, L, M, N, O, F** الواقعة في منتصفات المجازات.



الحل:

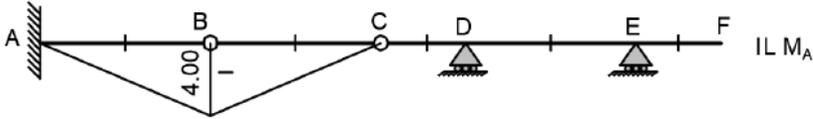
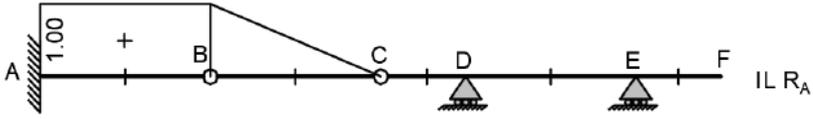
يتم تجزئة الجائز إلى عدة جوائز مقررة كما هو مبين:



1- خط تأثير رد الفعل الشاقولي والعزم في الوثاقة **A**:

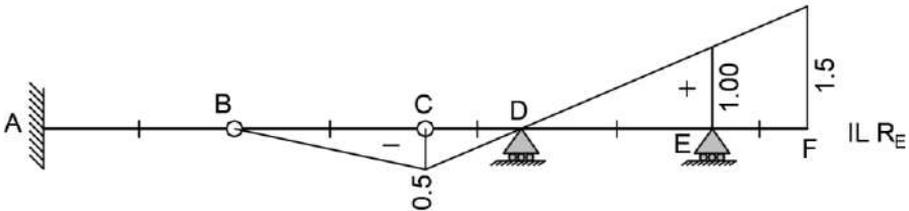
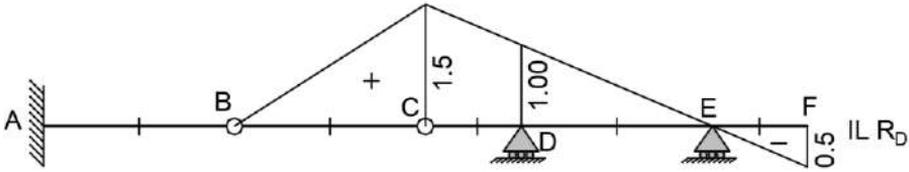
القيم واقعة في الظفر **AB**:

ومن ثم يُرسم خط التأثير في هذا الجزء كما يُرسم خط تأثير ردود الفعل في الوثاقة في الجائز الظفري. تتم بعدها المتابعة على الجائز المستمر وفق الفرضيات المعروفة، حيث ينكسر خط التأثير عند المفصل.



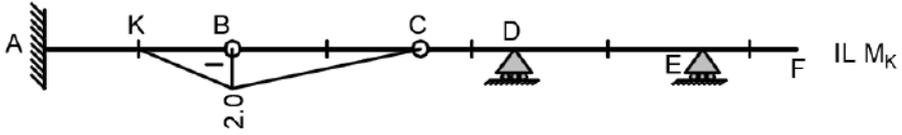
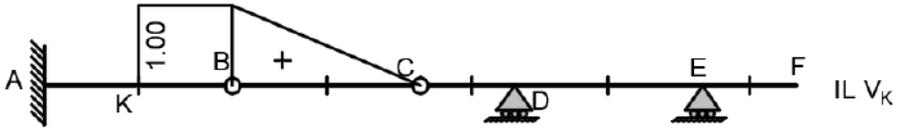
2- رد الفعل في المسند **D, E** :
 هذه القيم واقعة في الجائز الظرفي **C, D** :
E, F

تُعطى قيمة الواحد عند المسند المراد رسم خط التأثير عنده ثم يتم الوصل بحيث لا يحصل انكسار في هذا الجزء، ثم للمتابعة نحو اليمين نحو الجزء **BC** يتم كسر خط التأثير عند المفصل.

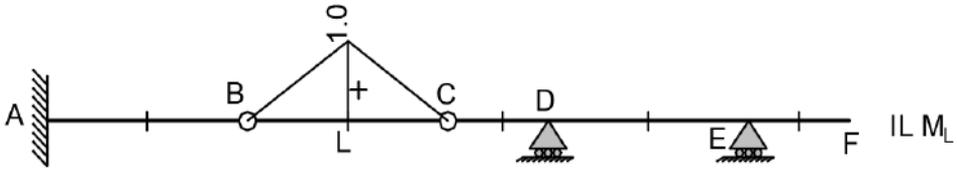
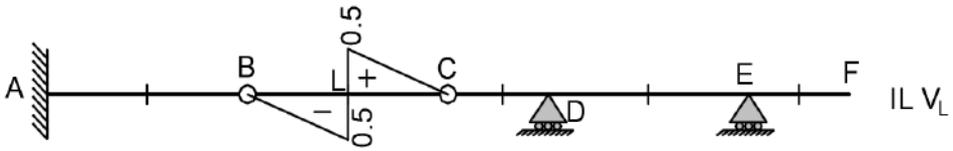


3- العزم والقوة القاطعة في المقاطع: **K** :
 • المقطع **K**

يقع المقطع ضمن الظفر **AB**: يتم رسم خطي التأثير كما في حالة الظفر ثم يُكسر عند المفصل:

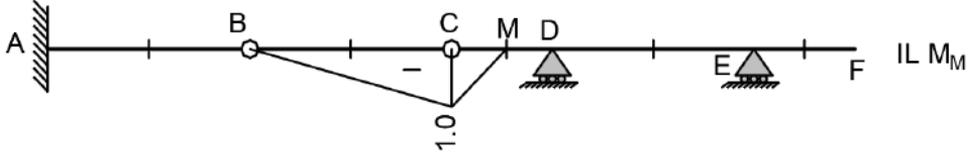
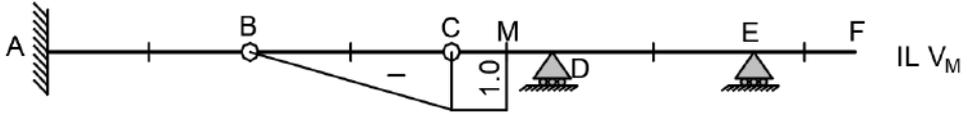


- المقطع L:
يقع المقطع ضمن الجزء الذي يقابل الجائز البسيط BC، وبسبب كون B, C مفاصل وينعدم عندها خط التأثير فإنه لا يستمر إلى الأجزاء الأخرى.



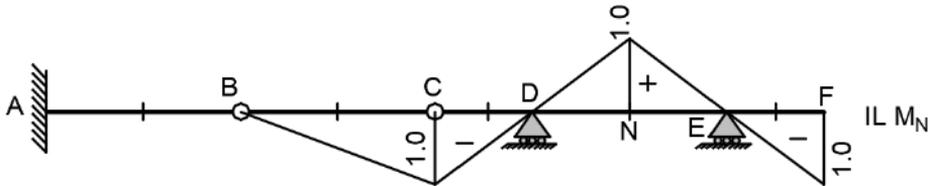
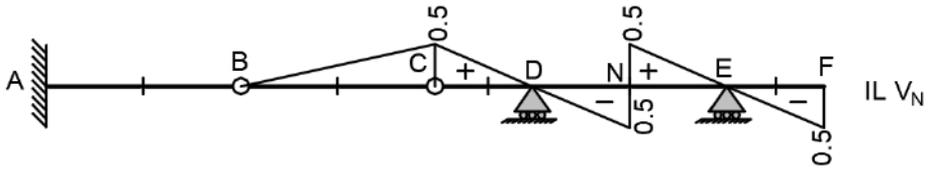
- المقطع M:
يقع المقطع ضمن الجائز C, من طرف النهاية D, E, F

الحرّة، فيرُسم كما في حالة مقطع بجوار طرف حر ثم تتم المتابعة بالكسر عند المفصل:



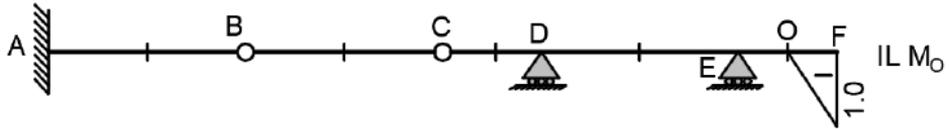
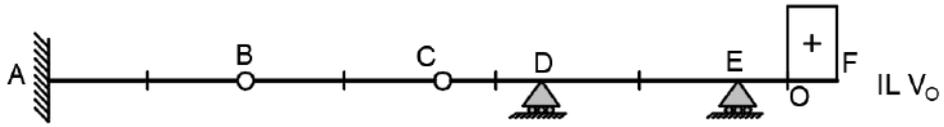
• المقطع N:

يقع ضمن الجائز **C, D, E, F** ضمن المجاز **DE** ومن ثمّ فهو يرسم ضمن هذا المجاز كما في حالة الجائز البسيط، وتُحسب القيم عند **C, F** من التشابه بسبب عدم وجود انكسار ثم ينكسر خط التأثير عند المفصل.



• المقطع O:

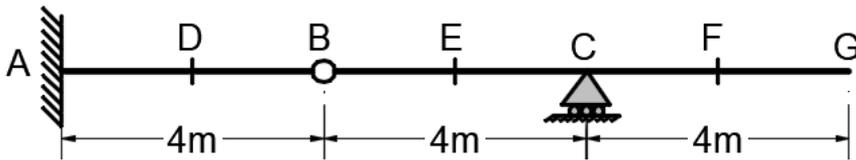
يقع المقطع ضمن الجائز **C, D, E, F** من طرف النهاية الحرة، فيرسم كما في حالة مقطع بجوار طرف حر.



مثال تطبيقي (2):

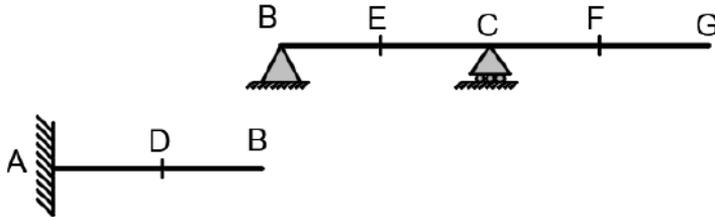
أنشئ خطوط التأثير من أجل التوابع التالية في الجائز المبين بالشكل وذلك بالاعتماد على الطريقة المباشرة:

- 1- رد الفعل في A, C.
- 2- القص في D, E, F.
- 3- عزم الانعطاف في F, E, D.

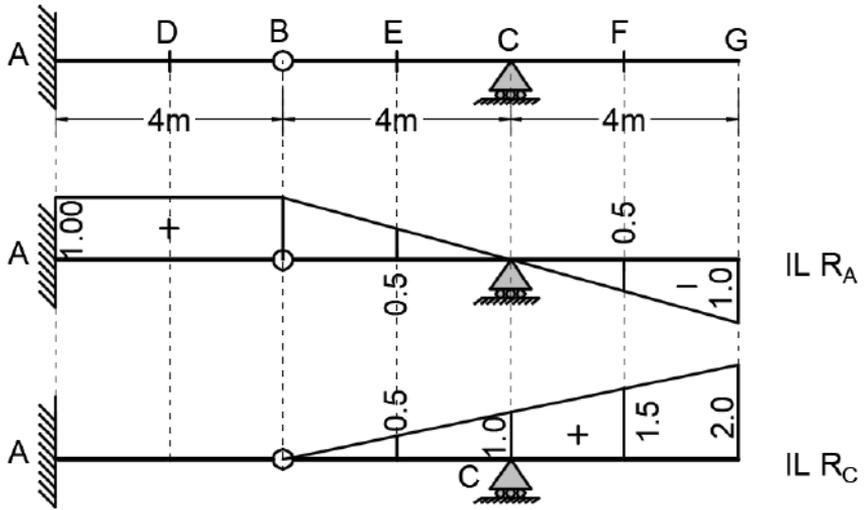


الحل:

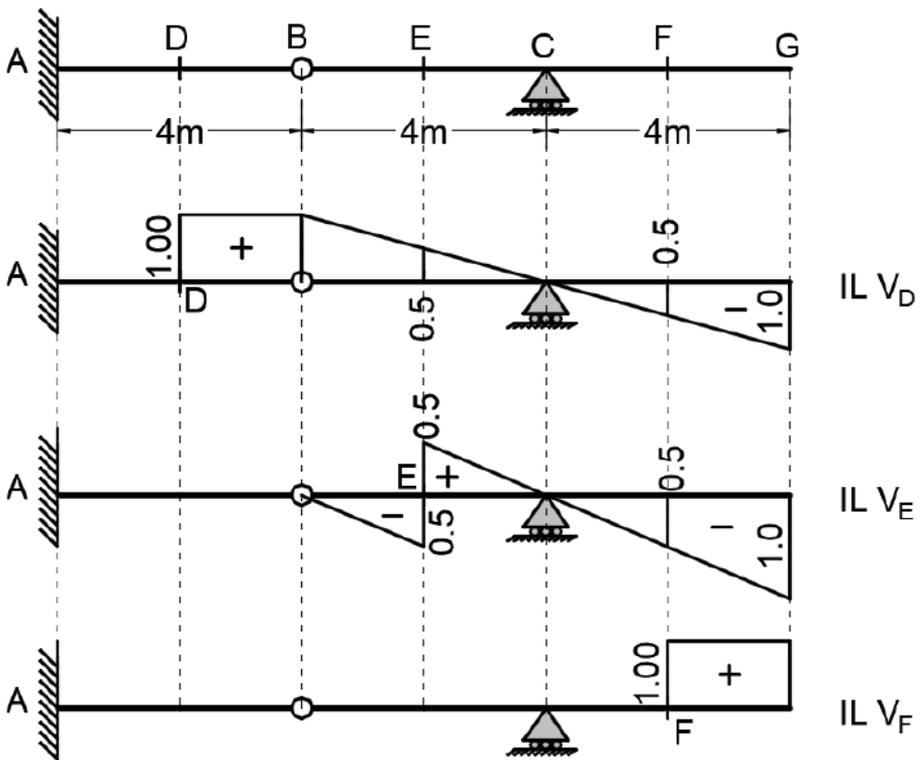
تتم أولاً تجزئة الجائز إلى جائزين مقررين معلومي خط التأثير:



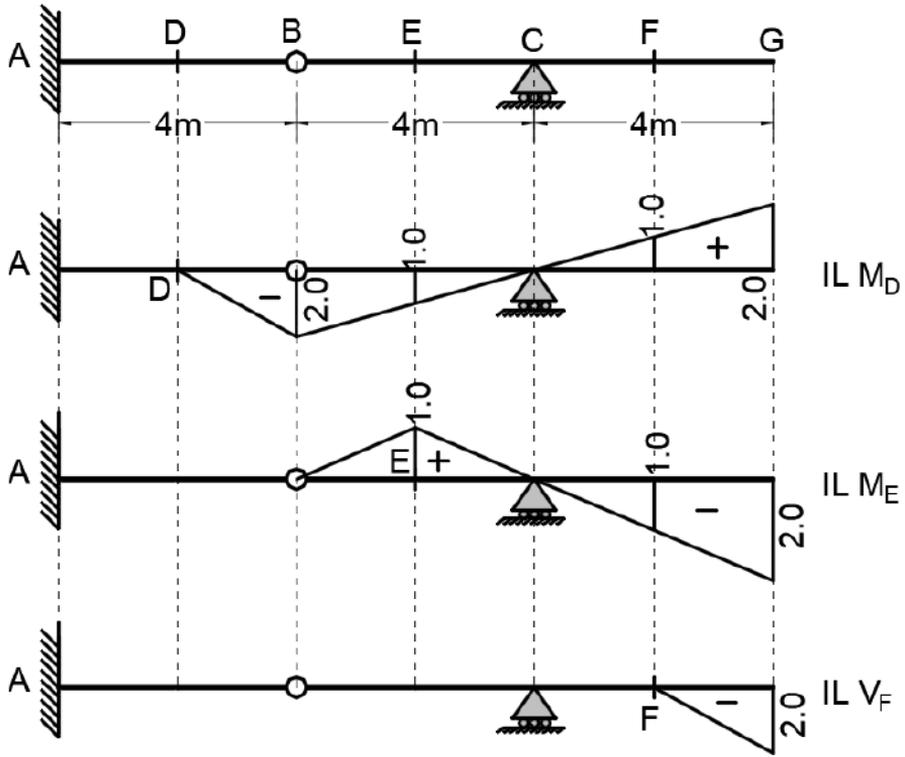
1- خطوط تأثير ردّي الفعل في A, C:



2- خطوط تأثير القوة القاطعة في D, E, F:

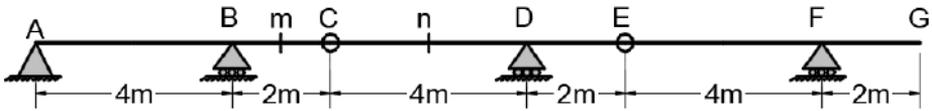


3- خطوط تأثير عزم الانعطاف في F, E, D:



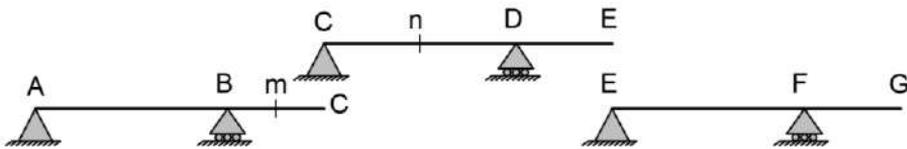
مثال تطبيقي (3):

أنشئ خط تأثير القوة القاطعة وعزم الانعطاف في المقطعين m , n من الجائز المبين بالشكل بالاعتماد على الطريقة المباشرة:

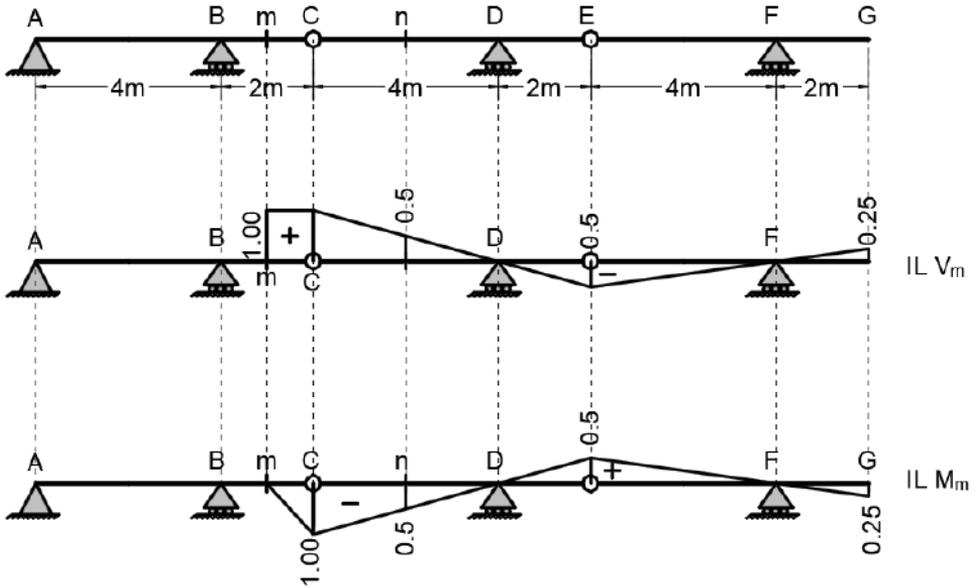


الحل:

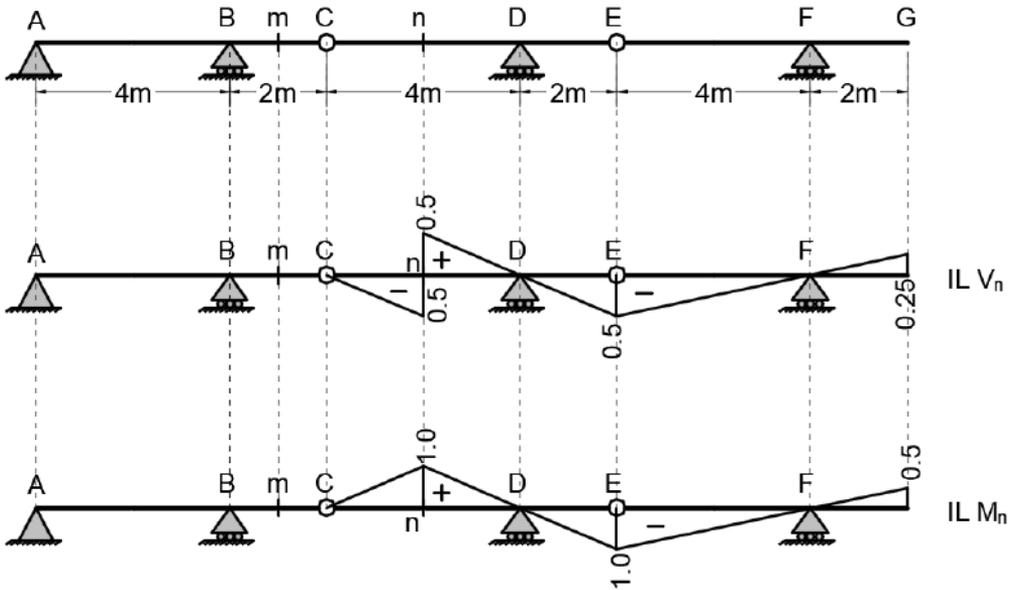
تم أولاً تجزئة الجائز إلى ثلاثة جوائز مقررمة معلومة خط التأثير:



1- خطوط تأثير القوة القاطعة وعزم الانعطاف في المقطع m:



2- خطوط تأثير القوة القاطعة وعزم الانعطاف في المقطع n:

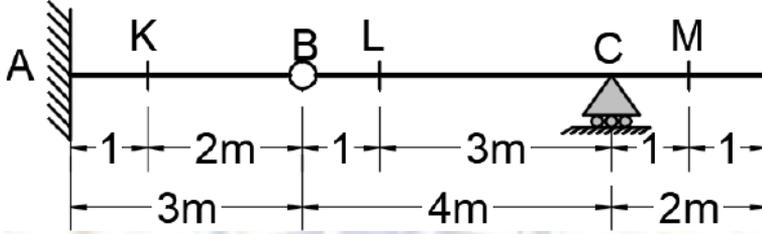


مثال تطبيقي (4):

ارسم خطوط التأثير التالية على الجائز المبيّن بالشكل بالطريقة المباشرة:

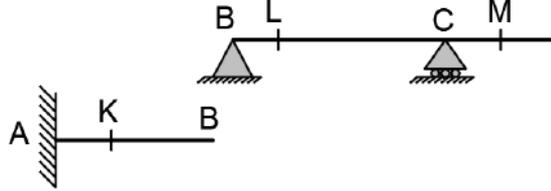
1- رد فعل الوثاقعة وعزم الوثاقعة.

2- القوة القاطعة وعزم الانعطاف في المقاطع K, L, M.

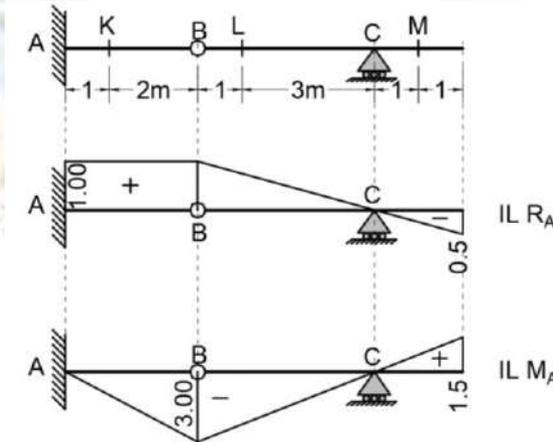


الحل:

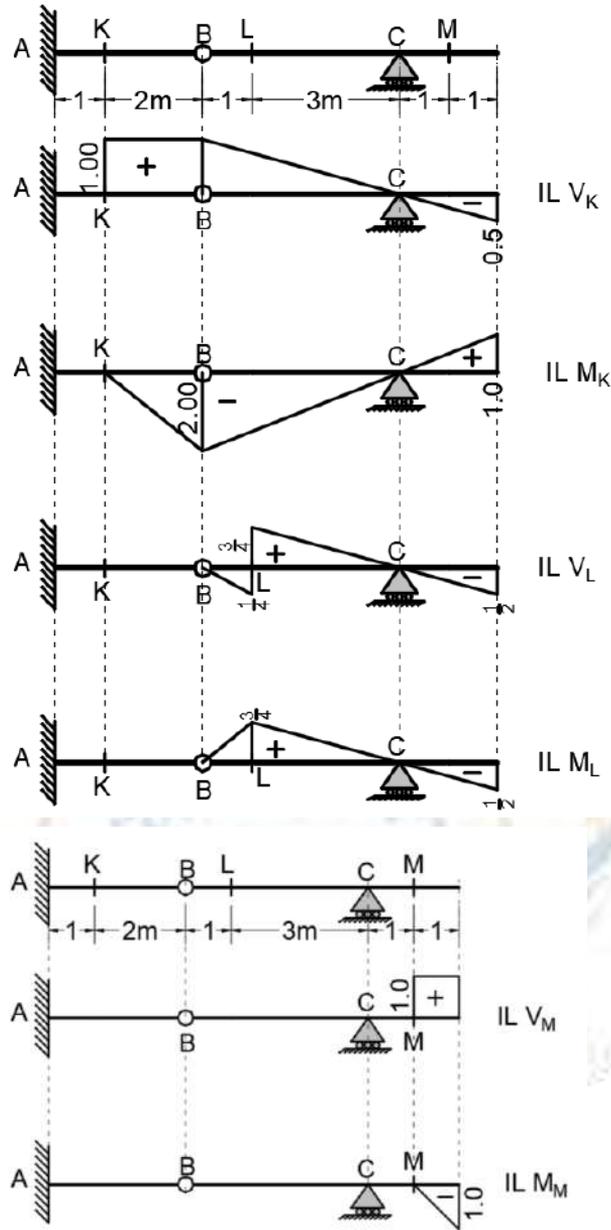
تتم أولاً تجزئة الجائز إلى جائزين مقررين معلومي خط التأثير:



1- خطي تأثير رد الفعل الشاقولي والعزم في الوثاقعة A:



2- خطوط تأثير القوى القاطعة وعزم الانعطاف في المقاطع K, L, M:



10-1 تأثير تابع ما بفعل الحمولات الخارجية

من الممكن الحصول على قيم الجهود من قوى قاطعة وعزوم انعطاف وردود أفعال من أجل

حمولة خارجية معينة بالاعتماد على خطوط التأثير، لتوضيح ذلك تتم دراسة الأمثلة التالية:

أ. حالة الحمولات المركزة:

للحصول على قيمة تابع ما (رد فعل، قوة قاطعة، عزم انعطاف) يتم أخذ مجموع جداء القوى المركزة بالقيمة المقابلة لكل منها على خط التأثير.

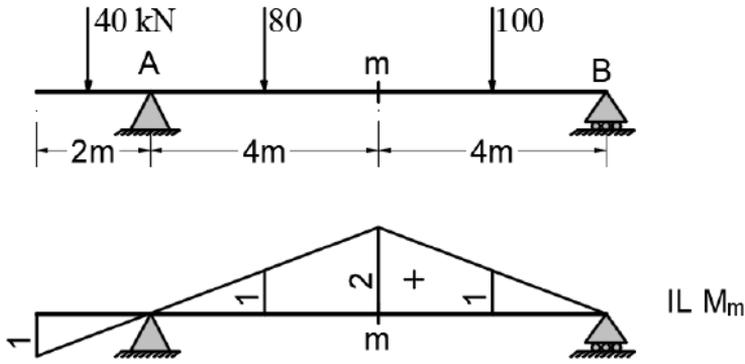
$$X = \sum_{i=1}^n P_i \cdot Y_i$$

P_i : الحمولة المركزة رقم i .

n : عدد الحمولات المركزة.

Y_i : القيمة المقابلة لإحداثية القوة P_i على خط التأثير.

مثلاً لحساب قيمة العزم في المقطع m الناتجة عن الحمولات المركزة المبينة بالشكل (1-26) يتم اتباع الخطوات التالية:



الشكل (1-26) تأثير العزم في مقطع ما بفعل الحمولات الخارجية المركزة

- رسم خط التأثير الخاص بعزم الانعطاف في المقطع m .
- تحديد القيم المقابلة لإحداثيات نقاط تطبيق القوى Y_i على خط التأثير المدروس.
- أخذ مجموع جداء كل قوة بالإحداثي المقابل لها.

$$M_m = \sum_{i=1}^n P_i \cdot Y_i = 100 \times 1 + 80 \times 1 - 40 \times \frac{1}{2} = 160 \text{ kN.m}$$

ب. حالة الحمولات الموزعة بانتظام:

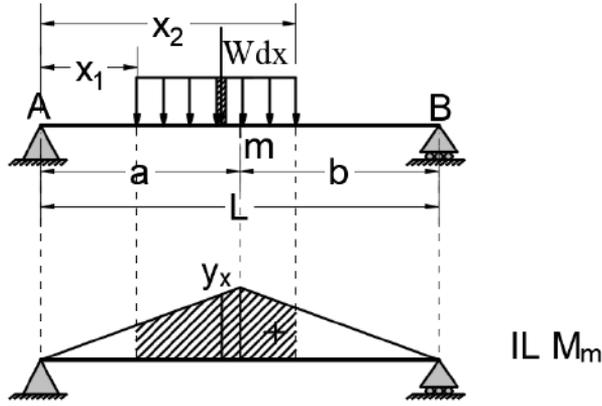
للحصول على قيمة تابع ما (رد فعل، قوة قاطعة، عزم انعطاف) يتم أخذ مجموع جداء الحمولات الموزعة بانتظام بالمساحة المقابلة لكل منها على خط التأثير.

$$X = \sum_{i=1}^n W_i \cdot S_i$$

S_i : المساحة المقابلة للحمولة W_i على خط التأثير.

البرهان:

لتكن الحمولة الموزعة بانتظام W على المجال $[x_1, x_2]$ من الجائز البسيط AB الذي طوله L . المطلوب إيجاد قيمة عزم الانعطاف M_m تحت تأثير هذه الحمولة بالاستعانة بخط التأثير. بأخذ شريحة بعرض dx يتم الحصول على حمولة مركزة قيمتها Wdx ويكون العزم الناتج عن تأثير الحمل:



الشكل (27-1) تأثير العزم في مقطع ما بفعل حمولة موزعة

$$M_m = \left(\int_{x_1}^{x_2} W dx \right) Y_x = W \int_{x_1}^{x_2} Y_x dx = W.S$$

$M_m = W.S$ ويكون بالنتيجة:

بالتعميم في حال وجود عدة حمولات موزعة بانتظام يكون: $M_m = \sum_{i=1}^n W_i.S_i$

S_i : المساحة المقابلة للحمولة W_i على خط التأثير.

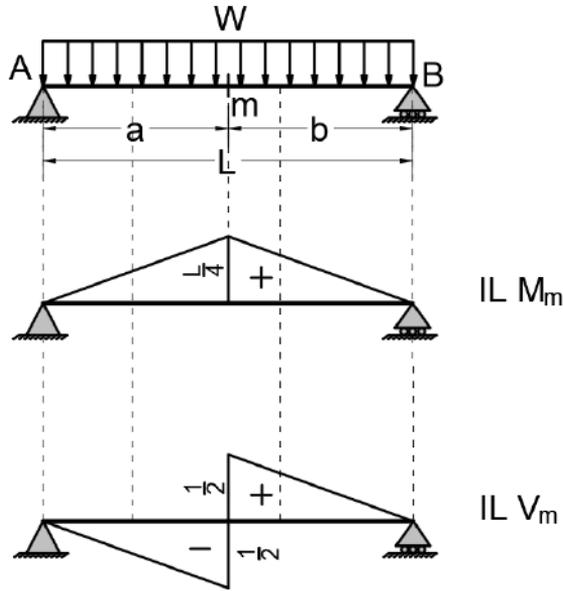
مثلاً لحساب قيمة العزم والقوة القاطعة في المقطع m الناتجة عن الحمولة الموزعة المبينة بالشكل (28-28) (1) يتم اتباع الخطوات التالية:

$$M_m = \sum_{i=1}^n W_i.S_i; S = \frac{L}{2} \frac{L}{4} = \frac{L^2}{8} \quad \text{عزم الانعطاف في المقطع } m$$

$$M_m = W \frac{L^2}{8}$$

القوة القاطعة في المقطع m :

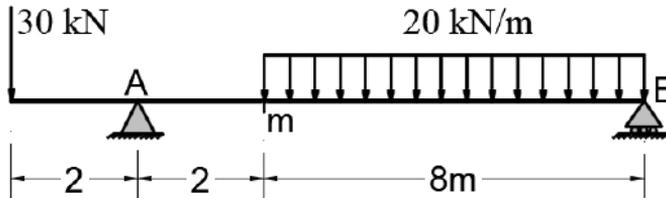
$$V_m = \sum_{i=1}^n W_i S_i; S = \frac{1}{2} \frac{L}{2} \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \frac{L}{2} \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow V_m = 0$$



الشكل (1-28) تأثير العزم والقوة القاطعة في مقطع ما بفعل حمولة موزعة على كامل المجاز

مثال تطبيقي (1):

أوجد عزم الانعطاف والقوة القاطعة في المقطع m من الجائز المبين بالشكل بالاعتماد على خطوط التأثير:



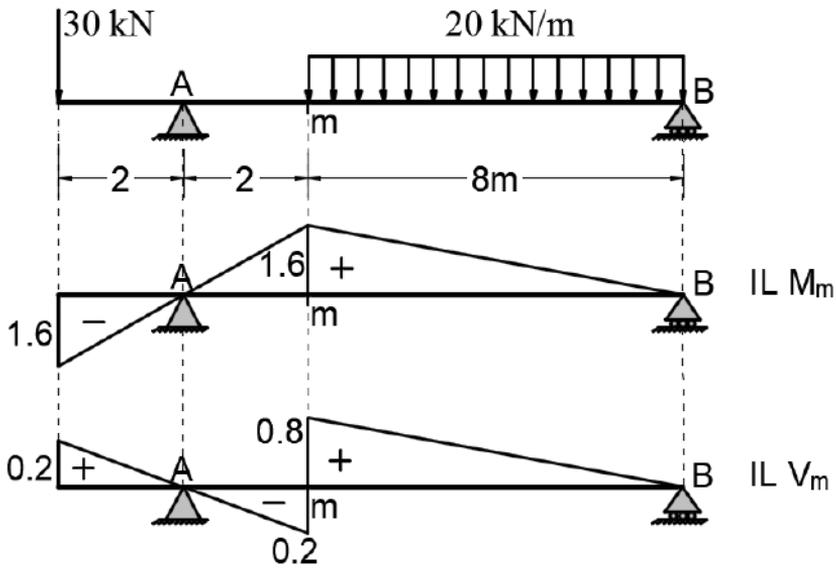
الحل:

• يتم رسم خط تأثير كل من العزم والقوة القاطعة في المقطع m :

وتكون قيم كل من عزم الانعطاف والقوة القاطعة في المقطع m تحت تأثير الأحمال المبينة كما يلي:

$$M_m = -30 \times 1.6 + 20 \left(1.6 \times \frac{8}{2} \right) = 80 \text{ kN.m}$$

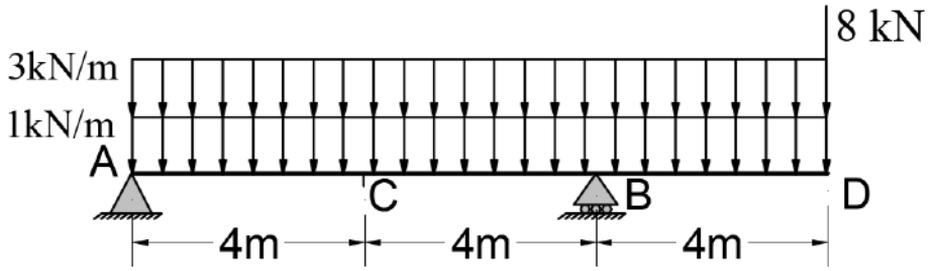
$$V_m = 30 \times 0.2 + 20 \left(0.8 \times \frac{8}{2} \right) = 70 \text{ kN.m}$$



مثال تطبيقي (2):

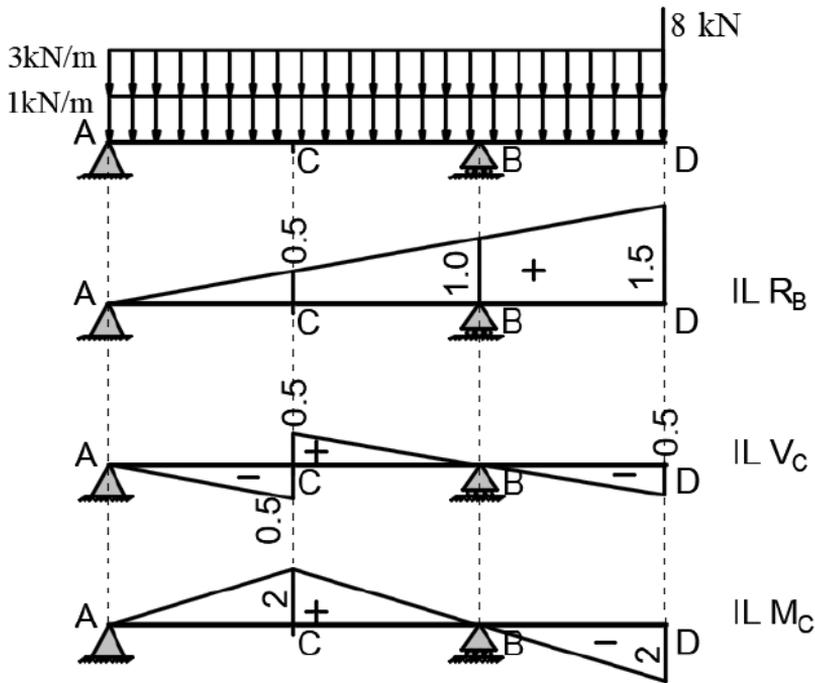
حدّد قيمة رد الفعل في المسند B، القوة القاطعة في النقطة C، والعزم الموجب في النقطة C بالاعتماد على خطوط التأثير تحت تأثير الأحمال التالية:

- 1- حمولة مركزة مية قدرها 8kN.
- 2- حمولة موزعة بانتظام مية قدرها 3kM.
- 3- حمولة موزعة بانتظام ناتجة عن وزن الجائز قدرها 1kN/m.



الحل:

- 1- يتم رسم خطوط التأثير للتوابيع المطلوب قيمها، وهي رد الفعل في B، القوة القاطعة في C، والعزم الموجب في C:



- 2- حساب القيم المطلوبة بأخذ جداء الحملات بما يقابلها على خطوط التأثير:

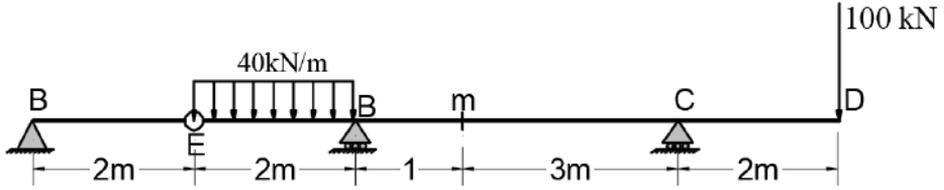
$$R_B = 1 \left(\frac{1}{2} \times 12 \times 1.5 \right) + 3 \left(\frac{1}{2} \times 12 \times 1.5 \right) + 8 \times 1.5 = 48 \text{ kN}$$

$$V_C = 4 \left[\left(\frac{1}{2} \times 4 \times \frac{-1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} \times 4 \times \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} \times 4 \times \frac{-1}{2} \right) \right] + 8 \times \left(-\frac{1}{2} \right) = -8 \text{ kN}$$

$$M_C = 4 \left[\left(\frac{1}{2} \times 8 \times 2 \right) + \left(-\frac{1}{2} \times 4 \times 2 \right) \right] + 8 \times (-2) = 0 \text{ kN}$$

مثال تطبيقي (3):

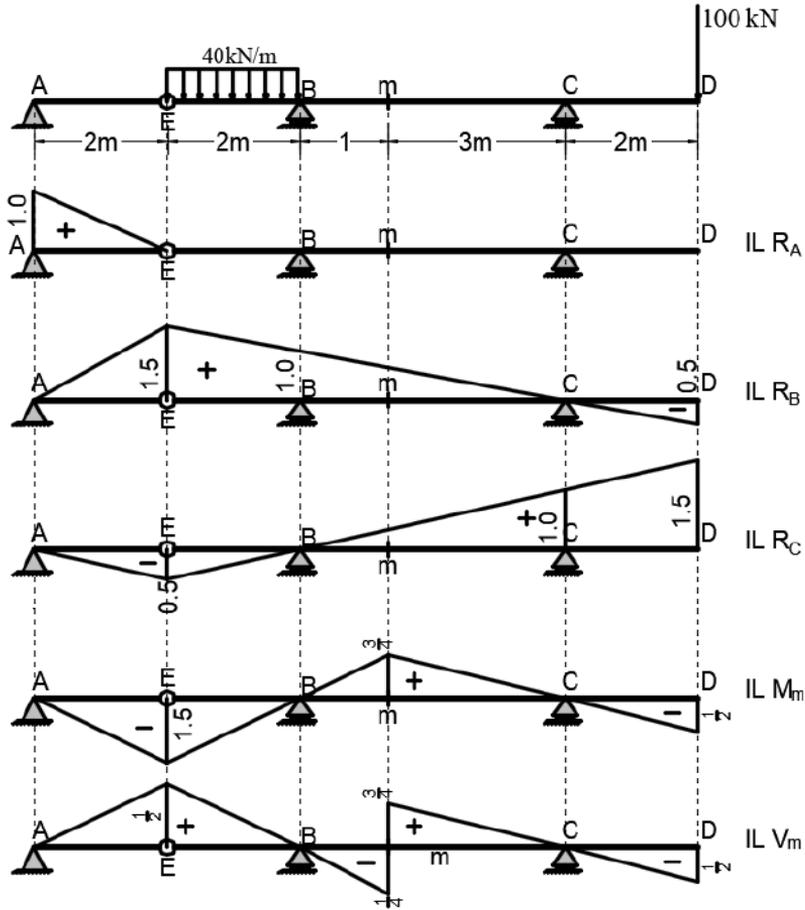
ارسم خطوط تأثير ردود الأفعال في **A, B, C** وعزم الانعطاف والقوة القاطعة في المقطع **m** من الجائز المبين بالشكل واحسب القيم الناتجة عن الحمولات:



الحل:

1- يتم رسم خطوط تأثير كل من ردود الأفعال في **A, B, C** وعزم الانعطاف والقوة القاطعة في المقطع **m**:





2- حساب القيم المطلوبة بأخذ جداء الحمولات بما يقابلها على خطوط التأثير:

$$R_A = 0kN$$

$$R_B = 100\left(-\frac{1}{2}\right) + 40\left(\frac{(1+1.5)}{2} \cdot 2\right) = 50kN$$

$$R_C = 100(1.5) - 40\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2\right) = 130kN$$

$$M_m = -100(0.5) - 40\left(1.5 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2\right) = -110kN$$

$$V_m = -100(0.5) + 40\left(0.5 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2\right) = -30kN$$

11-1 حساب أقصى تأثير لتابع ما بفعل الحمولات الخارجية Maximum Effect of a Function Due to External Loading

كما هو معلوم فإن بعض الحمولات غير دائمة مثل الحمولات الحية. ونتيجة لذلك هناك اختلاف في قيم الجهود بحسب توضع هذه الأحمال. يمكن عن طريق خطوط التأثير الحصول على أقصى قيمة لهذه الجهود من أجل الوضعية الأخطر للأحمال الحية وغيرها من أحمال غير دائمة.

1- حمولة مركزة غير دائمة:

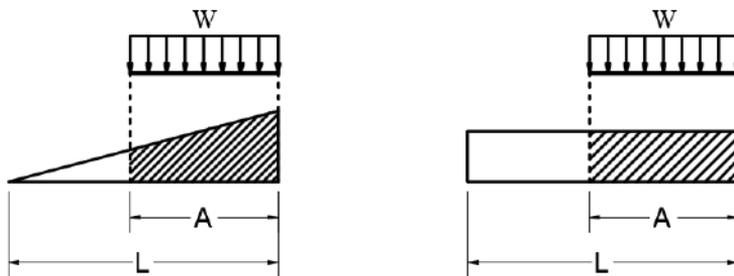
بعد رسم خط التأثير يتم أخذ جداء أعلى قيمة في خط التأثير بقيمة القوة المركزة (القيمة الموجبة العظمى إذا طلب أقصى تأثير موجب والقيمة السالبة العظمى إذا طلب أقصى تأثير سالب).

2- حمولة موزعة بانتظام غير دائمة:

- حمولة يمكنها أن تشغل أي مسافة: يتم أخذ جداء الحمل الموزع بالمساحات الموجبة فقط في حال كان المطلوب أقصى تأثير موجب، ويتم أخذ جداء الحمل الموزع بالمساحات السالبة فقط في حال طلب أقصى تأثير سالب.

- حمولة ممتدة على مسافة محددة ولتكن **A**:

○ في حال كون خط التأثير بشكل مثلث قائم الزاوية أو مستطيل يتم تثبيت الحمولة بحيث تبدأ عند قمة المثلث كما هو موضح في الشكل (1-29)، وتكون قيمة التابع العظمى مساوية المساحة المظللة مضروبة بقيمة الحمولة.

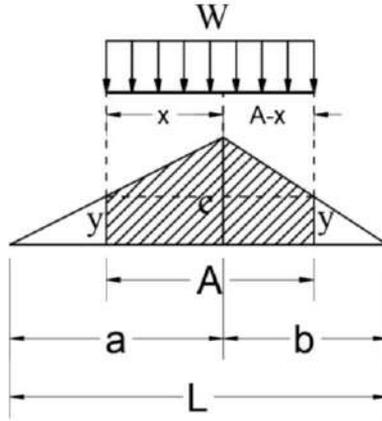


الشكل (1-29) أقصى تأثير حمولة موزعة

○ في حال كون خط التأثير عبارة عن مثلث مختلف الأضلاع كما في الشكل (1-30)،

إذ يتم وضع الحمل الموزع على القمة العليا بحيث تبعد عنها مسافة قدرها x وقد تحقق

كون الارتفاع متساوياً ويساوي y :



الشكل (30-1) الموقع الذي يعطي أقصى تأثير للحمولة الموزعة

حيث تعطى x, y بالمعادلة $x = Aa/L$ ، $y = c(1 - A/L)$ ، إن القيمة العظمى للتابع المطلوب تساوي المساحة المظللة مضروبة بالحمولة W وتكون مساوية:

$$W.A.c \left(1 - \frac{A}{2L}\right)$$

البرهان:

من تشابه المثلثات - مثلث اليسار:

$$\frac{c}{a} = \frac{y}{a-x} \Rightarrow \frac{c}{y} = \frac{a}{a-x} \quad (I)$$

من تشابه المثلثات - مثلث اليمين:

$$\frac{c}{b} = \frac{y}{b-A+x} \Rightarrow \frac{c}{y} = \frac{b}{b-A+x} \quad (II)$$

بمساواة (I) مع (II):

$$\frac{a}{a-x} = \frac{b}{b-A+x} \Rightarrow x = \frac{aA}{L}$$

بالتعويض في (I):

وتكون المساحة المشمولة بالحمولة (المساحة المظللة) عبارة عن شبهي منحرفين:

$$S = x \frac{(y+c)}{2} + (A-x) \frac{(y+c)}{2} = A \frac{(y+c)}{2} = A \frac{(c(1 - A/L) + c)}{2} = Ac \left(1 - \frac{A}{2L}\right)$$

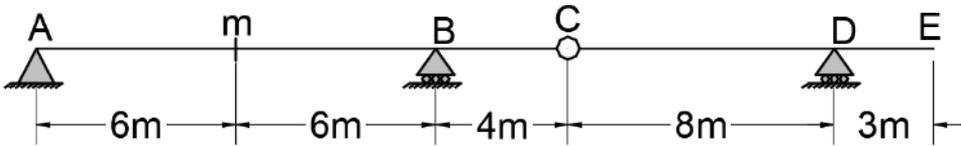
وبخصوص الحمولة الميتة فإنها دائمة ومن ثم يتم أخذ جداء قيمة الحمل بمساحة مخطط التأثير المقابل لها كاملة ثم يتم الجمع بشكل جبري.

مثال تطبيقي (1):

لدينا الجائز المبين بالشكل، يستند إلى ثلاثة مساند ويحتوي على مفصل داخلي واحد. ارسم خطوط تأثير عزم الانعطاف في المقطع m ، ثم أوجد القيمة العظمى لعزم الانعطاف M_m تحت تأثير الأحمال التالية:

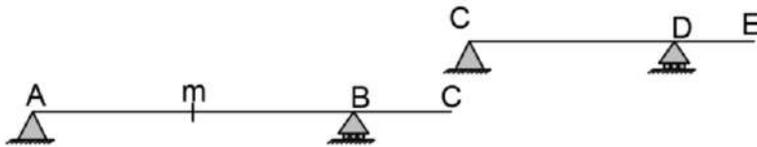
1- حمولة وزن ذاتي قدرها 18kN/m .

2- حمولة حية قدرها 22kN/m يمكن أن تشغل أي مسافة.

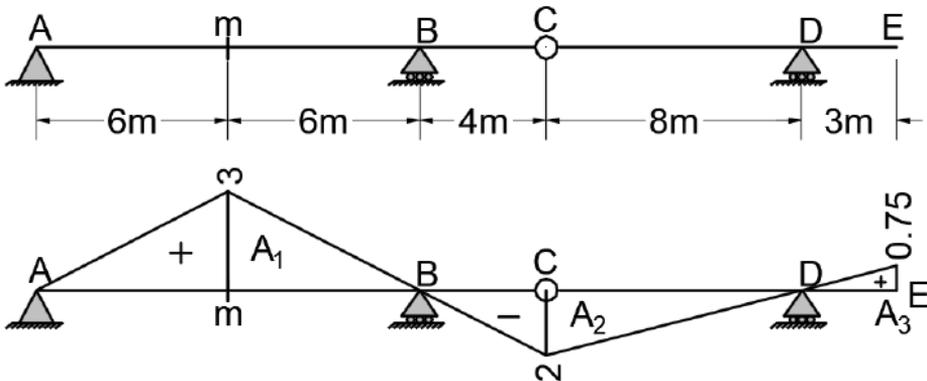


الحل:

1- يتم تجزئة الجائز إلى جائزين مقررين معلومي خط التأثير:



برسم خط التأثير بشكل مباشر:



ويكون أقصى عزم موجب في المقطع m :

$$(M_m^+)_{\max} = DL(\text{TotalArea}) + LL(\text{PositiveArea})$$

$$(M_m^+)_{\max} = 18(A_1 + A_2 + A_3) + 22(A_1 + A_3)$$

$$(M_m^+)_{\max} = 18\left(18 + \frac{9}{8} - 12\right) + 22\left(18 + \frac{9}{8}\right) = 549kN.m$$

ويكون أقصى عزم سالب في المقطع **m**:

$$(M_m^-)_{\max} = DL(TotalArea) + LL(NegativeArea)$$

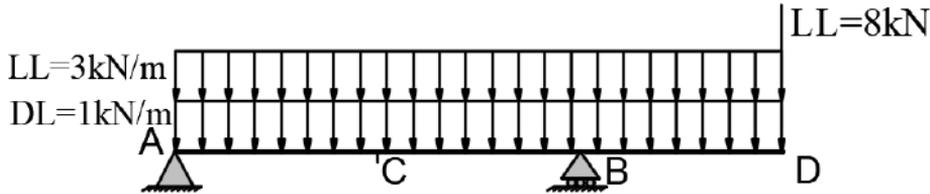
$$(M_m^-)_{\max} = 18(A_1 + A_2 + A_3) + 22(A_2)$$

$$(M_m^-)_{\max} = 18\left(18 + \frac{9}{8} - 12\right) + 22(-12) = -135.75kN.m$$

مثال تطبيقي (2):

حدّد القيمة العظمى لرد الفعل عند المسند **B**، القيمة العظمى للقوة القاطعة في **C**، وعزم الانعطاف الأعظم الموجب الذي يمكن أن يحدث في المقطع **C**. وذلك تحت تأثير الأحمال التالية:

- 1- حمولة حية مركزة قيمتها **8kN**.
- 2- حمولة حية موزعة بانتظام قيمتها **3kN/m**.
- 3- حمولة ميتة موزعة بانتظام قيمتها **1kN/m**.



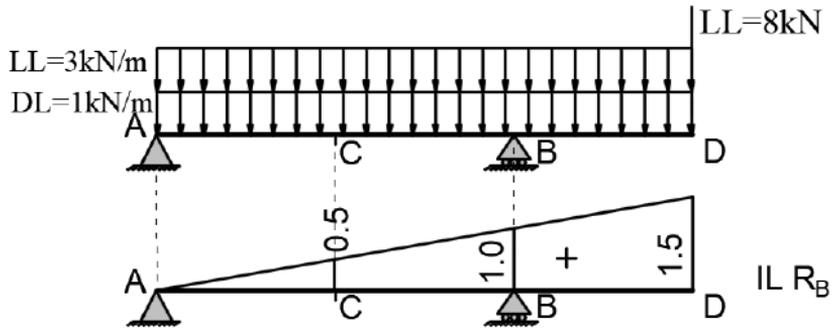
الحل:

تمّ رسم خطوط التأثير في مسألة سابقة وهي موضحة بالشكل التالي:

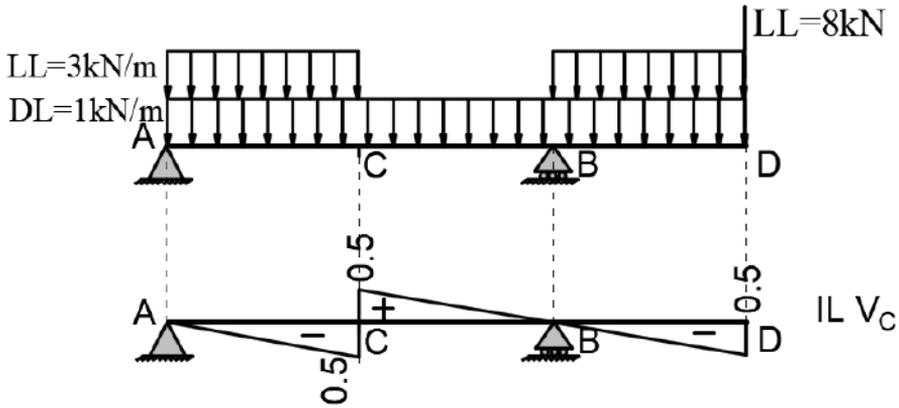
1- رد الفعل الأعظم في **B** موجب دائماً:

$$R_{B\max}^+ = W_{DL}(TotalArea) + W_{LL}(TotalArea) + P_{LL}1.5$$

$$R_{B\max}^+ = 1 \times (9) + 3(9) + 8 \times 1.5 = 48kN$$



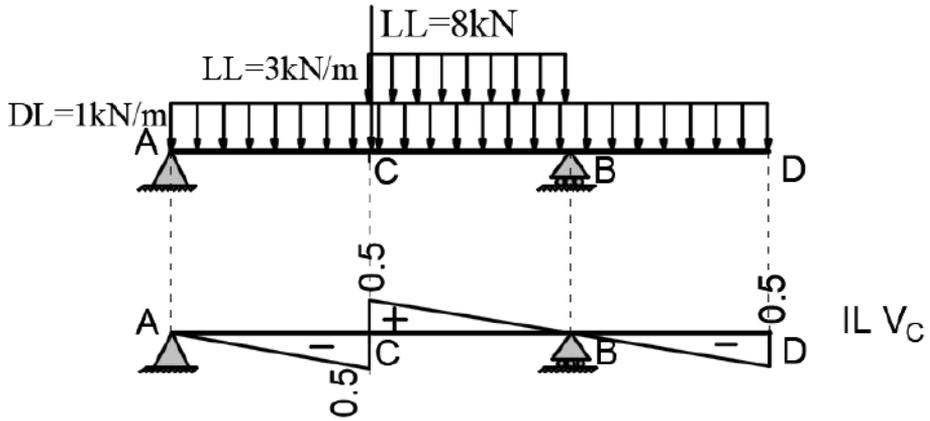
2- القوة القاطعة العظمى في الحالة السالبة، إذ يتم تحميل الحمولة الحية على الأجزاء السالبة فقط من خط التأثير، في حين يتم تحميل الحمولة الميتة على الجميع.



$$V_{cmax}^- = W_{DL}(TotalArea) + W_{LL}(NegativeArea) + P_{LL}(-0.5)$$

$$V_{cmax}^- = 1 \times (-1 + 1 - 1) + 3(-1 - 1) + 8(-0.5) = -11kN$$

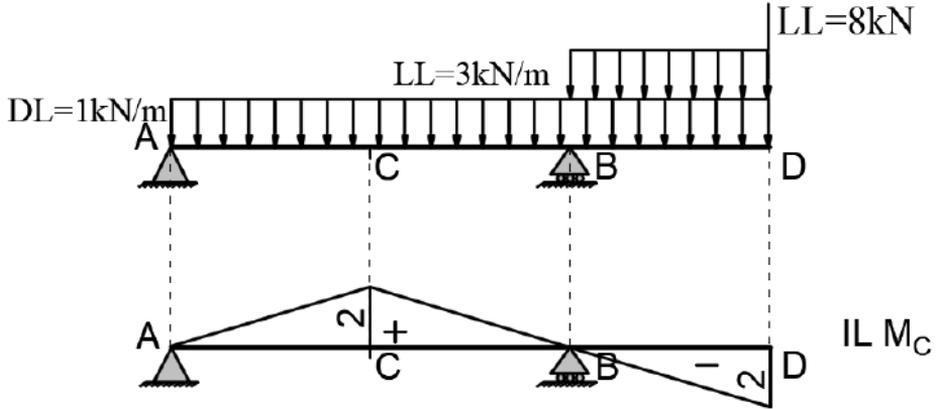
3- القوة القاطعة العظمى في الحالة الموجبة، إذ يتم تحميل الحمولة الحية على الأجزاء الموجبة فقط من خط التأثير، في حين يتم تحميل الحمولة الميتة على الجميع.



$$V_{c\max}^+ = W_{DL}(\text{TotalArea}) + W_{LL}(\text{PositiveArea}) + P_{LL}(0.49)$$

$$V_{c\max}^+ = 1 \times (-1 + 1 - 1) + 3(1) + 8(0.49) = 7.92 \text{ kN}$$

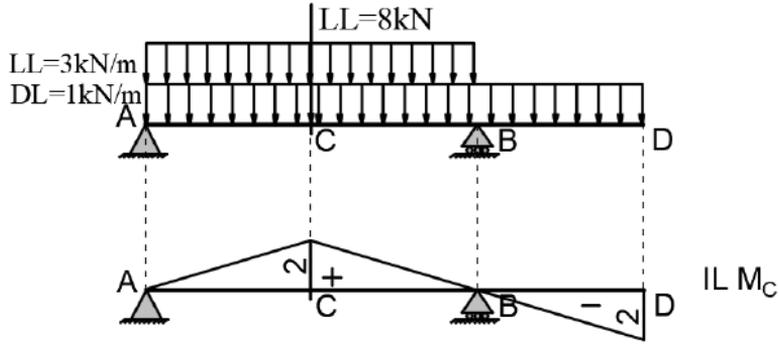
4- عزم الانعطاف الأعظم في الحالة السالبة، إذ يتم تحميل الحمولة الحية على الأجزاء السالبة فقط من خط التأثير، في حين يتم تحميل الحمولة الميتة على الجميع.



$$M_{c\max}^- = W_{DL}(\text{TotalArea}) + W_{LL}(\text{NegativeArea}) + P_{LL}(-2)$$

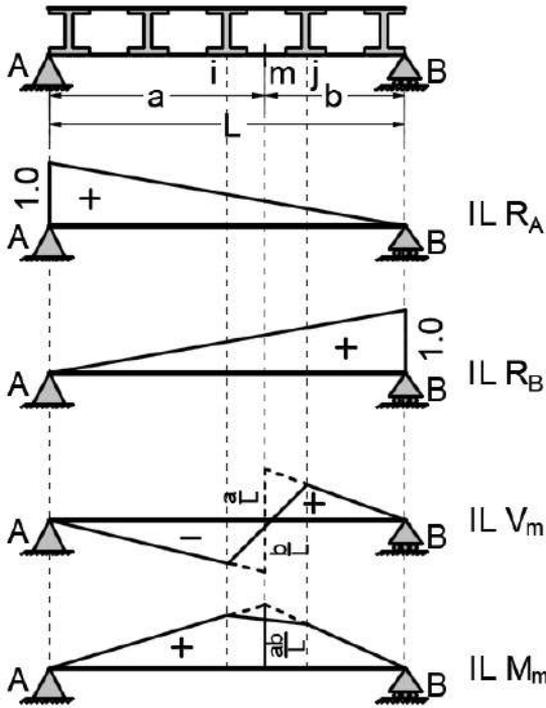
$$M_{c\max}^- = 1 \times (8 - 4) + 3(-4) + 8(-2) = -24 \text{ kN.m}$$

5- عزم الانعطاف الأعظم في الحالة الموجبة، إذ يتم تحميل الحمولة الحية على الأجزاء السالبة فقط من خط التأثير، في حين يتم تحميل الحمولة الميتة على الجميع.



$$M_{c\max}^+ = W_{DL}(\text{TotalArea}) + W_{LL}(\text{PositiveArea}) + P_{LL}(2)$$

$$M_{c\max}^+ = 1 \times (8 - 4) + 3(8) + 8(2) = 44 \text{ kN.m}$$



12-1 خطوط التأثير في حال انتقال الحمولات إلى الجائز بصورة غير مباشرة:

غالباً في جسور الطرق تنتقل أحمال العربات بشكل مباشر من العربات إلى الجوائز الرئيسية، حيث تنتقل الأحمال عبر جوائز ثانوية. فينتقل الحمل عبر البلاطات إلى الجوائز الثانوية ومنها إلى الجوائز الرئيسية. يسمى النظام الإنشائي في هذه الحال **Girders with Floor Systems**. في هذه الجملة لا تختلف خطوط تأثير رودود الفعل عن الحالة السابقة، في حين تختلف خطوط تأثير القوة القاطعة وعزم الانعطاف من أجل مقطع

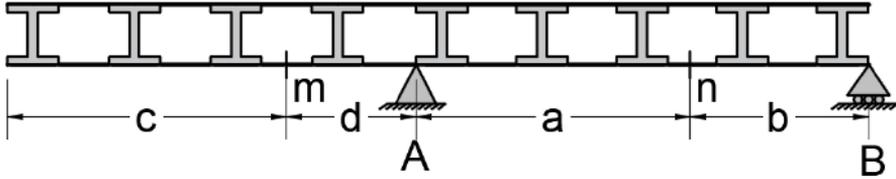
الشكل (31-1) خطوط التأثير في حالة الأحمال غير المباشرة

يقع بين جائزين ثانويين، كما هو مبين بالشكل (31-1).

حيث إن خط تأثير القوة القاطعة وعزم الانعطاف في المجال i, j هو مستقيم يصل بين القيمة عند النقطة i والقيمة عند النقطة j ويسمى "مستقيم النقل".

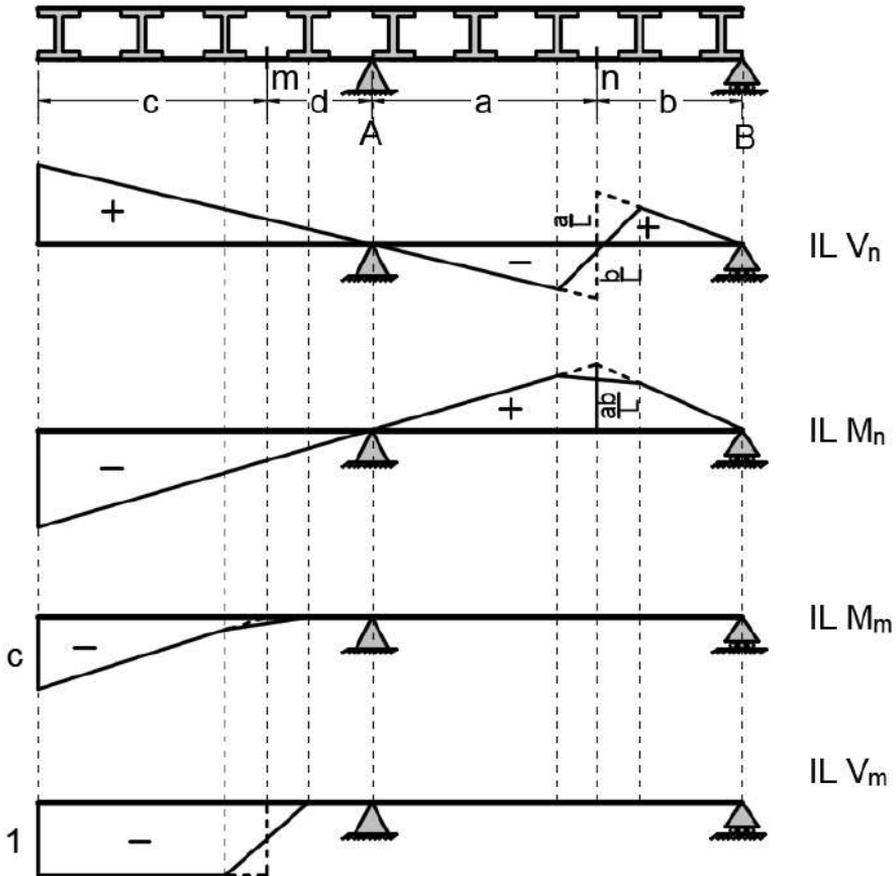
مثال تطبيقي (2):

أوجد خط تأثير عزم الانعطاف والقوة القاطعة في المقطعين m, n من الجائز المبين بالشكل:



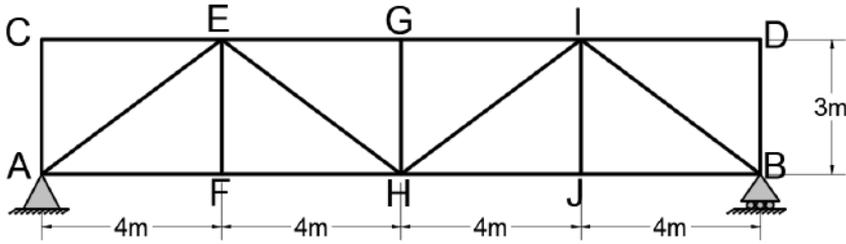
الحل:

يتم رسم خطوط التأثير بطريقة الجائز البسيط نفسها وبعد ذلك يتم تحديد إحداثيات نقتي مستقيم النقل ثم يتم رسمه.



13-1 خطوط التأثير في المنشآت الشبكية Influence Lines of Trusses

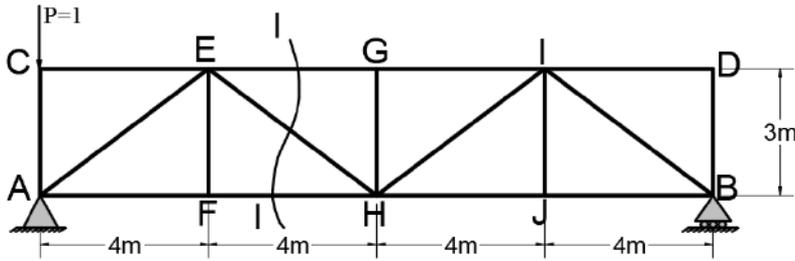
في المنشآت الشبكية تُستخدم الطريقة التقليدية العامة (طريقة التوازن) لرسم خط التأثير لأي تابع مطلوب. الاختلاف الوحيد هو أن الحمولة الواحدة تنتقل عبر العقد (عقدة-عقدة) إما على العناصر السفلية أو العلوية للمنشأ الشبكي حسب الحالة. بغية حساب التوابع المطلوبة يتم اتباع طريقة القطع أو العقد كما هو الحال في تحليل المنشآت الشبكية. لتوضيح ذلك يتم اعتماد المثال التالي، لإيجاد خط التأثير القوة المحورية في العنصر EH عندما تكون القوة الواحدة تتحرك على العناصر العلوية يتم اتباع ما يلي:



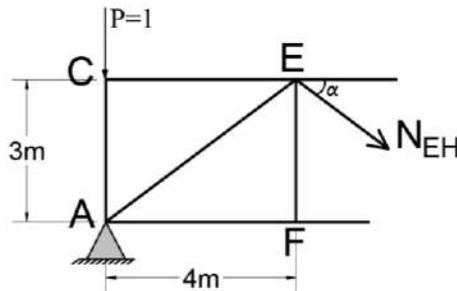
بأخذ المقطع I-I:

• الحمولة الواحدة مطبقة في النقطة C: بأخذ توازن المنشأ كاملاً:

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow R_A = 1; \sum F_Y = 0 \Rightarrow R_B = 0$$



بأخذ توازن الجزء اليساري:

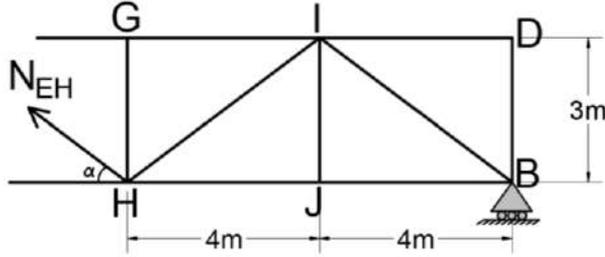


$$\sum F_Y = 0 \Rightarrow N_{EH} = 0$$

- الحمولة الواحدية مطبقة في النقطة E:
بأخذ توازن المنشأ كاملاً:

$$R_A = \frac{3}{4}; R_B = \frac{1}{4}$$

بأخذ توازن الجزء اليميني:



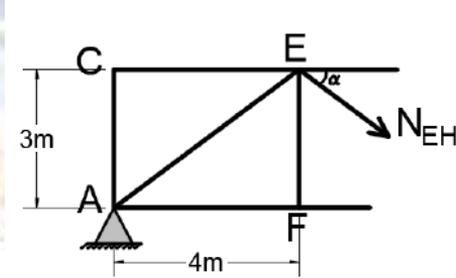
$$\sum F_Y = 0 \Rightarrow N_{EH} \frac{3}{5} + \frac{1}{4} = 0 \Rightarrow N_{EH} = -\frac{1}{4} \left(\frac{5}{3} \right) = -\frac{5}{12}$$

$$\sin \alpha = \frac{3}{5}; \cos \alpha = \frac{4}{5}$$

- الحمولة الواحدية مطبقة في النقطة G:

$$R_A = \frac{1}{2}; R_B = \frac{1}{2}$$

بأخذ توازن الجزء اليساري:



$$\sum F_Y = 0 \Rightarrow N_{EH} \frac{3}{5} - \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow N_{EH} = \frac{1}{2} \left(\frac{5}{3} \right) = \frac{5}{6}$$

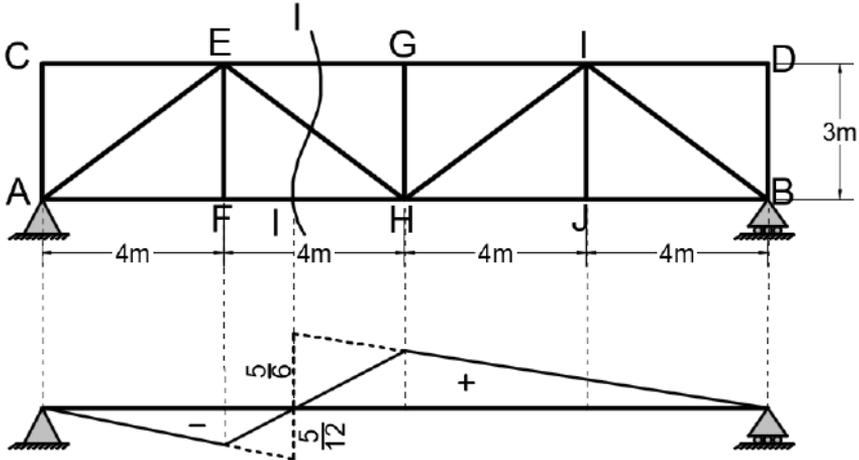
- الحمولة الواحدية مطبقة في النقطة D:

$$R_A = 1; R_B = 0$$

بأخذ توازن الجزء اليميني:

$$N_{EH} = 0$$

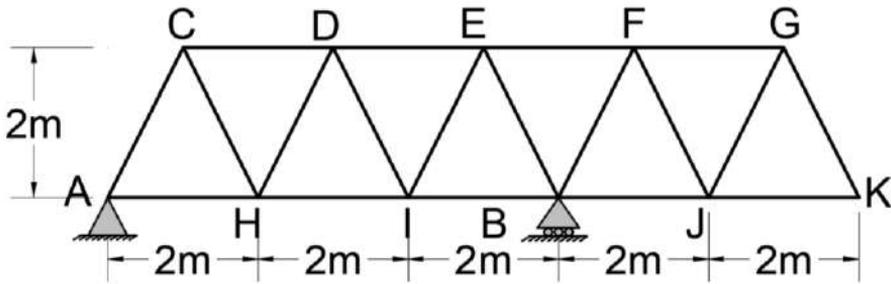
ويكون خط تأثير القوة المحورية في العنصر EH:



مثال تطبيقي (1):

ارسم خط تأثير القوة المحورية في العنصر IH إذا كانت الحمولة الواحدة تنتقل على العقد

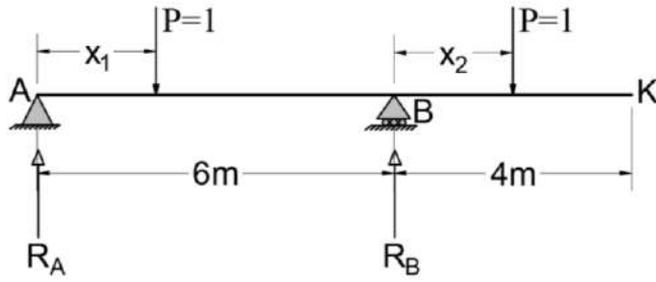
السفلية:



الحل:

1- ردود الأفعال:

• الحمولة تقع بين A, B



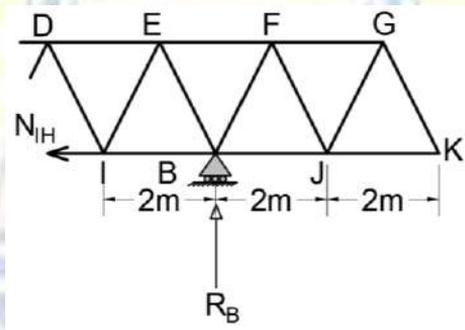
$$+\circlearrowleft: \sum M_A = 0 \Rightarrow R_B = \frac{x_1}{6}$$

• الحمولة تقع بين B, K

$$R_A = -\frac{x_2}{6}; R_B = 1 + \frac{x_2}{6}$$

2- حساب خطوط التأثير:

• الحمولة واقعة على A أو H: بأخذ توازن الجزء اليميني:



$$+\circlearrowleft: \sum M_D = 0 \Rightarrow N_{IH} \times 2 = R_B \times 3 \Rightarrow N_{IH} = \frac{3}{2} \frac{x_1}{6} = \frac{x_1}{4}$$

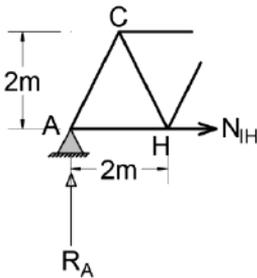
$$x_1 = 0; N_{IH} = 0$$

الحمولة عند النقطة A:

$$x_1 = 2; N_{IH} = \frac{1}{2}$$

الحمولة عند النقطة H:

• الحمولة واقعة على B أو I: بأخذ توازن الجزء اليسار:



$$+ \curvearrowleft : \sum M_D = 0 \Rightarrow N_{IH} \times 2 = R_A \times 3 \Rightarrow N_{IH} = \frac{3}{2} \left(1 - \frac{x_1}{6} \right)$$

$$x_1 = 4; N_{IH} = \frac{1}{2}$$

الحمولة عند النقطة I:

$$x_1 = 6; N_{IH} = 0$$

الحمولة عند النقطة B:

• الحمولة واقعة على B أو K: بأخذ توازن الجزء اليسار:

تؤخذ معادلات الطرف الأيسر ذاتها مع تغيير قيمة R_A :

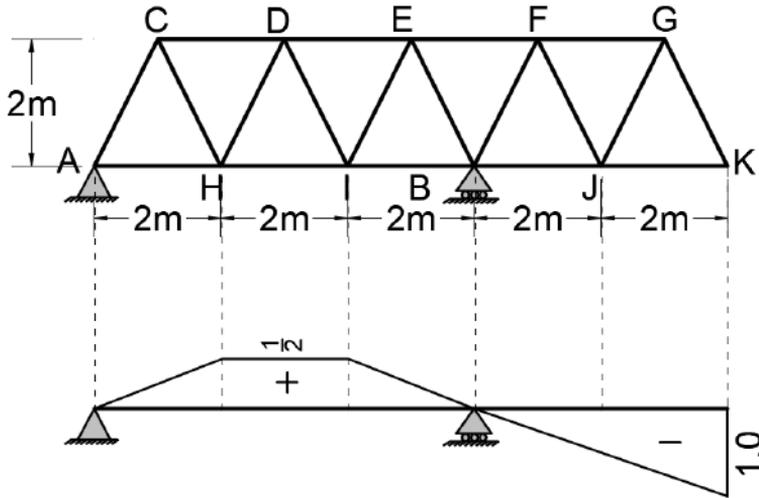
$$+ \curvearrowleft : \sum M_D = 0 \Rightarrow N_{IH} \times 2 = R_A \times 3 \Rightarrow N_{IH} = -\frac{3}{2} \frac{x_2}{6} = -\frac{x_2}{4}$$

$$x_2 = 0; N_{IH} = 0$$

الحمولة عند النقطة B:

$$x_2 = 4; N_{IH} = -1$$

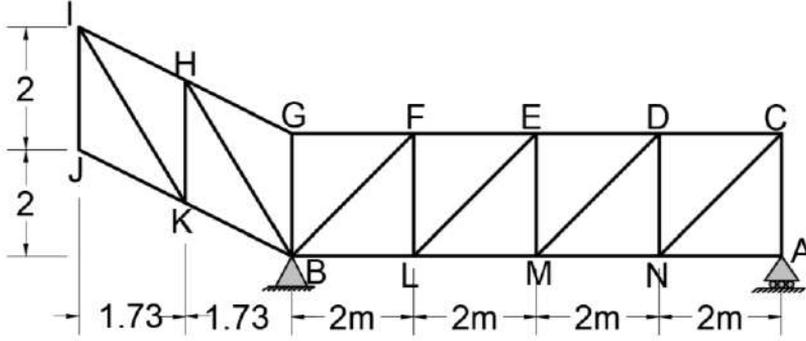
الحمولة عند النقطة K:



- إذا كانت الحمولة الواحدة تنتقل على الوتر العلوي فإنه يتم إنزال المساقط من العقد العلوية.
- إن القيم عند المساند معدومة والمستقيمات في خط التأثير لا تتكسر لعدم وجود مفاصل.

مثال تطبيقي (2):

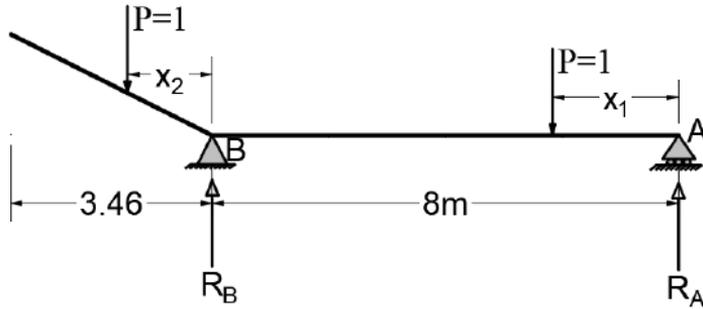
أوجد خطوط تأثير القوى المحورية في العناصر التالية LM, LE, FE:



الحل:

1- ردود الأفعال:

• الحمولة الواحدية تنتقل على العقد الواقعة بين A, B : $x_1 : 0 \rightarrow 8$



$$R_A = 1 - \frac{x_1}{8}; R_B = \frac{x_1}{8}$$

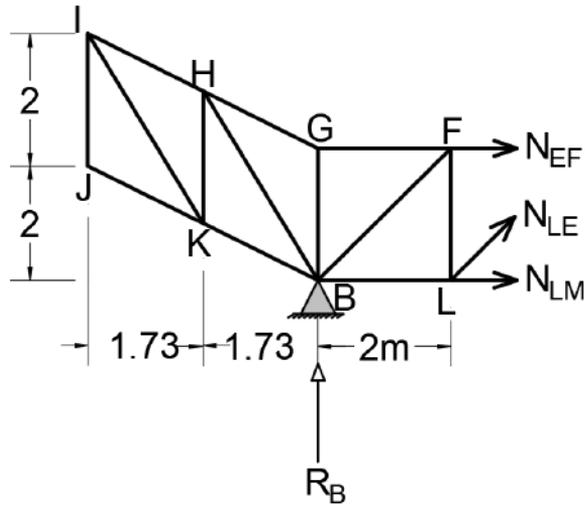
• الحمولة الواحدية تنتقل على العقد الواقعة بين J, B : $x_2 : 0 \rightarrow 2\sqrt{3}$

$$R_A = -\frac{x_2}{8}; R_B = 1 + \frac{x_2}{8}$$

2- خطوط تأثير القوى المحورية في العناصر LM, LE, EF:

• الحمولة الواحدية تنتقل على العقد C, D, E : $x_1 : 0 \rightarrow 4$

بأخذ توازن الجزء اليساري:



$$+\circlearrowleft: M_E = 0 \Rightarrow -N_{LM} \times 2 + R_B \times 4 = 0$$

$$N_{LM} = 2R_B \Rightarrow N_{LM} = \frac{x_1}{4}$$

$$+\circlearrowleft: M_L = 0 \Rightarrow N_{EF} \times 2 + R_B \times 2 = 0$$

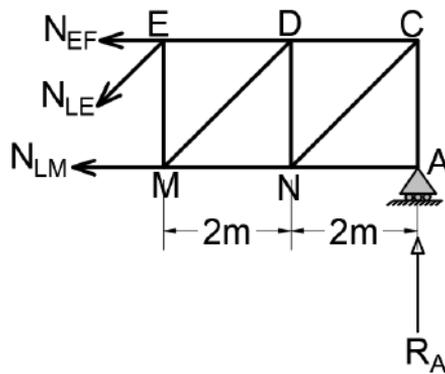
$$N_{EF} = -R_B \Rightarrow N_{EF} = -\frac{x_1}{8}$$

$$+\uparrow: F_Y = 0 \Rightarrow R_B + N_{EL} \times \sin 45 = 0$$

$$N_{EL} = -\frac{R_B}{\sin 45} = -\frac{x_1}{4\sqrt{2}} = -\frac{x_1\sqrt{2}}{8}$$

• الحمولة الواحدية تنتقل على العقد G, F : $x_1 : 6 \rightarrow 8$

بأخذ توازن الجزء اليميني:



$$+\downarrow: M_E = 0 \Rightarrow -N_{LM} \times 2 + R_A \times 4 = 0$$

$$N_{LM} = 2R_A \Rightarrow N_{LM} = 2\left(1 - \frac{x_1}{8}\right)$$

$$+\downarrow: M_L = 0 \Rightarrow -N_{EF} \times 2 - R_A \times 6 = 0$$

$$N_{EF} = -3R_A \Rightarrow N_{EF} = -3\left(1 - \frac{x_1}{8}\right)$$

$$+\downarrow: F_Y = 0 \Rightarrow R_A - N_{EL} \times \sin 45 = 0$$

$$N_{EL} = \frac{R_A}{\sin 45} = \sqrt{2}\left(1 - \frac{x_1}{8}\right)$$

• الحمولة الواحدة تنتقل على العقد **G, H, I** : $x_2 : 0 \rightarrow 2\sqrt{3}$

بأخذ توازن الجزء اليميني:

$$+\downarrow: M_E = 0 \Rightarrow -N_{LM} \times 2 + R_A \times 4 = 0$$

$$N_{LM} = 2R_A \Rightarrow N_{LM} = 2\left(-\frac{x_2}{8}\right) = -\frac{x_2}{4}$$

$$+\downarrow: M_L = 0 \Rightarrow -N_{EF} \times 2 - R_A \times 6 = 0$$

$$N_{EF} = -3R_A \Rightarrow N_{EF} = -3\left(-\frac{x_2}{8}\right) = \frac{3x_2}{8}$$

$$+\downarrow: F_Y = 0 \Rightarrow R_A - N_{EL} \times \sin 45 = 0$$

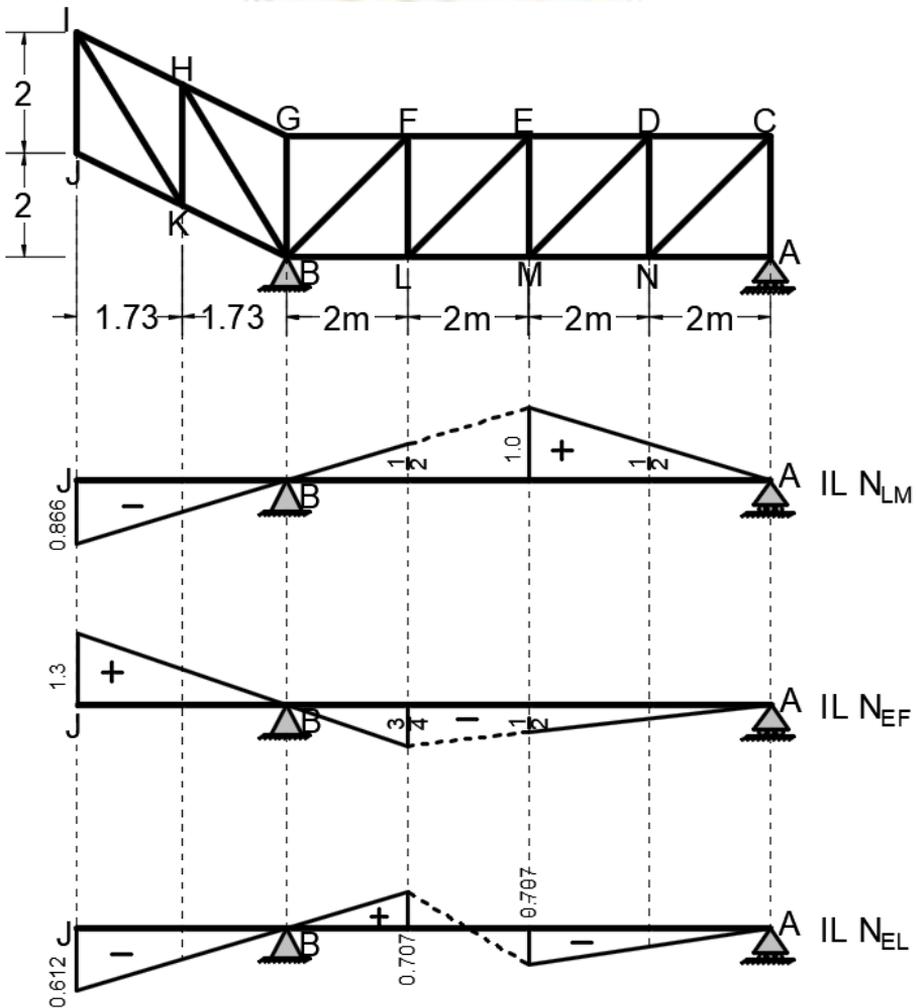
$$N_{EL} = \frac{R_A}{\sin 45} = \sqrt{2}\left(-\frac{x_2}{8}\right) = -\frac{\sqrt{2}x_2}{8}$$

يبين الجدول التالي نتيجة قيم خطوط التأثير في كل من المجالات المدروسة:

الحمول ة	الحمولة واقعة على العقد E, F, G	الحمولة واقعة على العقد C, D, E	الحمولة واقعة على العقد G, H, I
مجال x	$x_1 : 6 \rightarrow 8$	$x_1 : 0 \rightarrow 4$	$x_2 : 0 \rightarrow 2\sqrt{3}$
N_{LM}	$N_{LM} = 2\left(1 - \frac{x_1}{8}\right) \begin{cases} 1 \\ 2 \\ 0 \end{cases}$	$N_{LM} = \frac{x_1}{4} \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$	$N_{LM} = -\frac{x_2}{4} \begin{cases} 0 \\ -\sqrt{3}/2 \end{cases}$

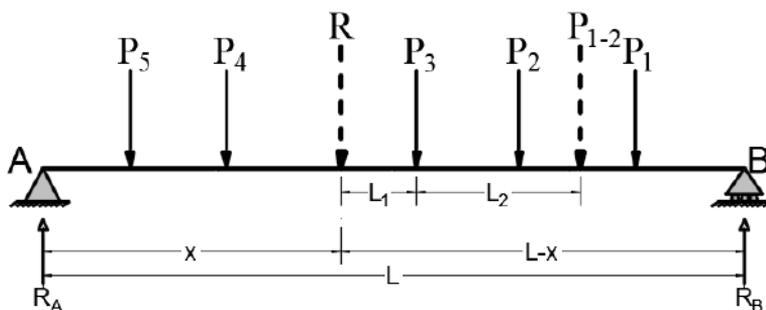
$N_{EF} = -3 \frac{x_2}{8} \begin{Bmatrix} 0 \\ 3\sqrt{3} \\ 4 \end{Bmatrix}$	$N_{EF} = -3 \left(1 - \frac{x_1}{8}\right) \begin{Bmatrix} -\frac{3}{4} \\ 0 \end{Bmatrix}$	$N_{EF} = -\frac{x_1}{8} \begin{Bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{2} \end{Bmatrix}$	\mathbf{N}_{EF}
$N_{EL} = -\frac{\sqrt{2}x_2}{8} \begin{Bmatrix} 0 \\ \sqrt{6} \\ 4 \end{Bmatrix}$	$N_{EL} = \sqrt{2} \left(1 - \frac{x_1}{8}\right) \begin{Bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{4} \\ 0 \end{Bmatrix}$	$N_{EL} = -\frac{x_1}{4\sqrt{2}} \begin{Bmatrix} 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} \end{Bmatrix}$	\mathbf{N}_{EL}

وتكون خطوط التأثير كما هو مبين بالشكل:



14-1 عزم الانعطاف الأعظمي المطلق تحت تأثير أحمال متحركة Maximum Absolute Moment under Moving Loads

يتألف مخطط عزم الانعطاف في جأز بسيط محمّل بمجموعة من الحمولات المركّزة من مجموعة من المستقيمات بغض النظر عن مواقع الحمولات، ومن ثم يحدث العزم الأعظم المطلق عند إحدى هذه الحمولات وهي عادة الأقرب إلى مركز ثقل مجموعة الحمولات المتحرّكة عبر المجاز. مثلاً باعتماد الجأز البسيط **AB** المبين بالشكل (32-1)، طوله **L** وتعبيره مجموعة الحمولات المتحرّكة عبر المجاز. بفرض كون الحمولة P_3 هي الحمولة الأقرب إلى مركز ثقل الحمولات وتقع على بعد L_1 من محصلة الحمولات **R**. وعلى بعد L_2 من P_{1-2} وهي محصلة القوتين P_1, P_2 .



الشكل (32-1) عزم الانعطاف الأعظمي المطلق

$$R_A = R \left(\frac{L-x}{L} \right) \text{ بأخذ توازن العزوم يكون رد الفعل اليساري}$$

$$R_B = R \left(\frac{x}{L} \right) \text{ رد الفعل اليميني يساوي}$$

يُعطى العزم عند P_3 بالعلاقة:

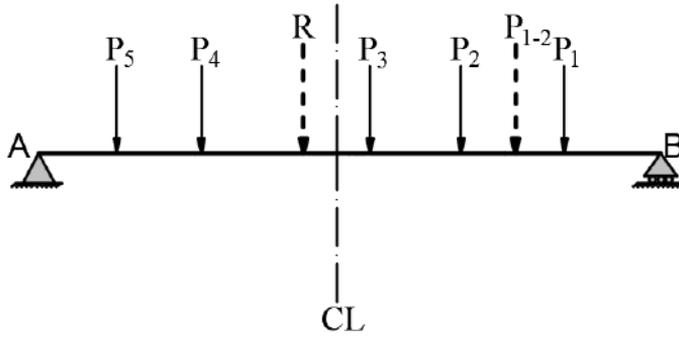
$$M = R_B(L-x-L_1) - P_{1-2}L_2$$

من أجل إيجاد x التي تُعطي العزم الأعظم يتم جعل المشتق الأول مساوياً للصفر.

$$\frac{dM}{dx} = L-x-L_1 = 0 \Rightarrow x = \frac{L}{2} - \frac{L_1}{2}$$

يمكن صياغة قاعدة من أجل إيجاد العزم الأعظم المطلق من الاشتقاق السابق كما يلي:

يحدث العزم الأعظم في جأز محمّل بسلسلة حمولات متحركة عادة عند الحمولة الأقرب إلى مركز ثقل الحمولات وذلك عندما يكون مركز الجأز في منتصف المسافة بين المحصلة (أي مركز ثقل الحمولات) وأقرب حمل لها.



الشكل (1-33) موقع المحصلة من أجل إيجاد عزم الانعطاف الأعظمي المطلق

- إذا كانت الحمولة الأقرب إلى مركز ثقل الحمولات (المحصلة) هي الأصغر فإن العزم الأعظم يحدث عند حمولة أخرى. أحياناً يحتاج الأمر إلى اختبار حمولتين أو ثلاث لإيجاد القيم العظمى.
- تطبق القاعدة ذاتها من أجل القوة القاطعة العظمى.

1-14-1 خطوات إيجاد عزم الانعطاف المطلق الأعظم في جوائز بسيط تحت تأثير الأحمال المتحركة:

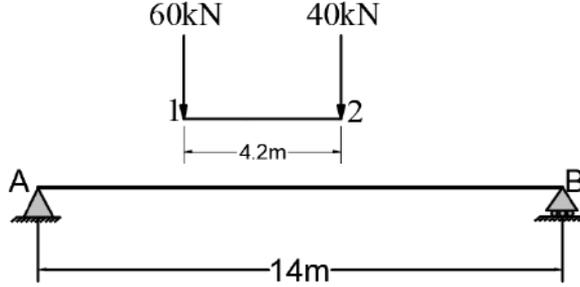
لإيجاد المقطع الذي يحتوي على أقصى عزم تحت تأثير الأحمال المتحركة يتم اتباع ما يلي:

- 1- يتم إيجاد محصلة الحمولات كلها إذا كان طول القافلة أقل من طول الجائز ويتم إهمال القوى الخارجية في حال وقوعها خارج الجائز.
- 2- يتم إيجاد موقع المحصلة بخصوص الحمولات التي تم أخذها.
- 3- يتم تحميل قافلة الحمولات النهائية على الجائز بحيث يصبح مركز الجائز CL في منتصف المسافة بين المحصلة وأقرب حمل لها، مع الانتباه أنه في بعض الأحيان يجب التحقق من الحمل الأبعد إذا كانت قيمته أكبر من الحمل الأقرب.
- 4- يتم احتساب العزم في المقطع تحت الحمل القريب.

مثال تطبيقي (1):

أوجد العزم المطلق الأعظمي من أجل الجائز المبين بالشكل تحت تأثير الأحمال المتحركة

الموضحة:



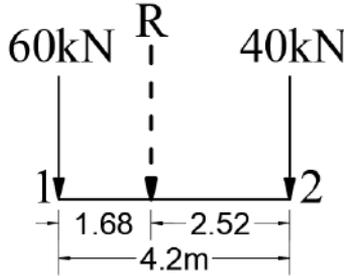
الحل:

1- إيجاد مركز ثقل الحمولات (مركز المحصلة):

$$R = 40 + 60 = 100kN$$

$$\sum M_1 = 40 \times 4.2 = 168kN.m$$

$$x = \frac{\sum M_1}{R} = 1.68m$$



2- ردود الأفعال:

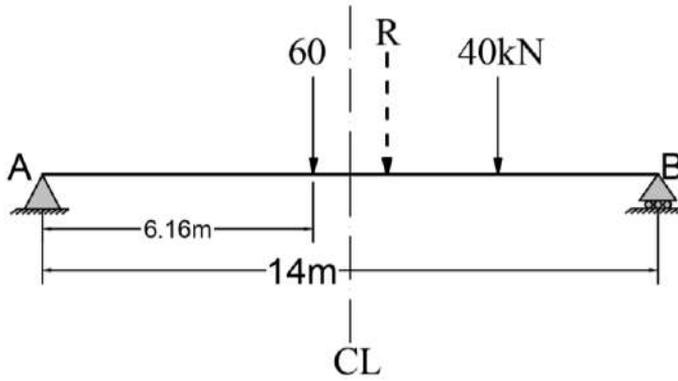
$$\sum M_B = 0 \Rightarrow R(7 - 0.84) = 14R_A \Rightarrow R_A = 44kN$$

يتم تركيز القافلة في الوضع الأعظم الذي يكون عنده مركز الجائز في منتصف المسافة بين المحصلة

والقوة الأقرب، حيث تساوي هذه المسافة $x/2 = 1.68/2 = 0.84m$

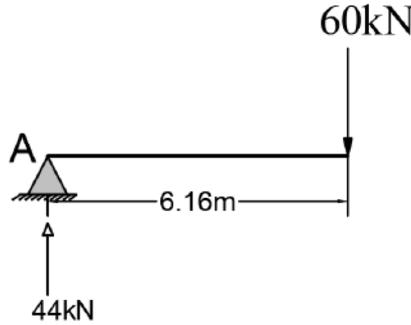
المسافة من القوة اليسرى إلى المسند اليساري $L/2 - x/2 = 7 - 0.84 = 6.16m$

المسافة من القوى اليسرى إلى المسند اليميني $L/2 + x/2 = 7 + 0.84 = 7.84m$



وتكون قيمة العزم عند القوة اليسرى **60kN**:

$$M_{\max} = R_A \times 6.16 = 44 \times 6.16 = 271.04 \text{ kN.m}$$

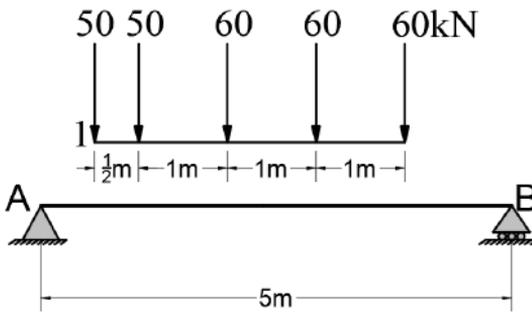


مثال تطبيقي (2):

جائز بسيط طوله $L=5\text{m}$

يخضع إلى قافلة أحمال متحركة مؤلفة من خمس حمولات مبيّنة بالشكل، والمطلوب أوجد عزم الانعطاف الأعظم.

الحل:



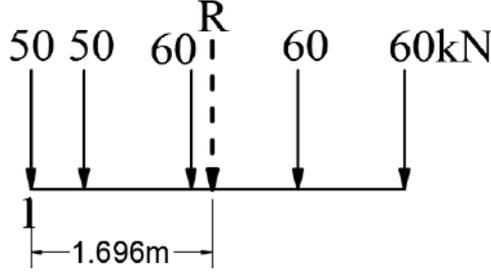
1- إيجاد مركز ثقل الحمولات

(مركز المحصلة):

$$R = 50 \times 2 + 60 \times 3 = 280 \text{ kN}$$

$$\sum M_1 = 50 \times \frac{1}{2} + 60 \times 1.5 + 60 \times 2.5 + 60 \times 3.5 = 475 \text{ kN.m}$$

$$x = \frac{\sum M_1}{R} = 1.696 \text{ m}$$



يتم تركيز القافلة في الوضع الأعظم الذي يكون عنده مركز الجائز في منتصف المسافة بين المحصلة والقوة الأقرب، حيث تساوي هذه المسافة $\bar{x} = 1.696 - 1.5 = 0.196$; $\bar{x} / 2 = 0.098 \text{ m}$.
المسافة من القوة اليسرى المجاورة للمحصلة إلى المسند اليساري

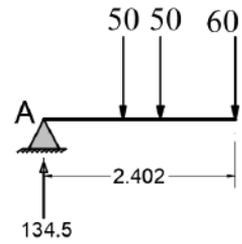
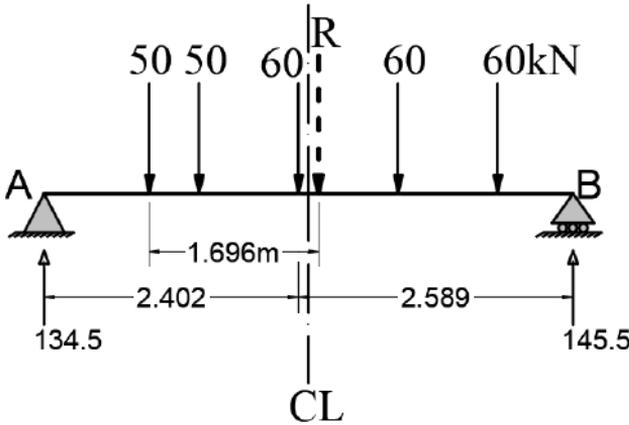
$$L/2 - \bar{x}/2 = 2.5 - 0.098 = 2.402 \text{ m}$$

المسافة من القوة اليسرى المجاورة للمحصلة إلى المسند اليميني

$$L/2 + \bar{x}/2 = 2.5 + 0.098 = 2.598 \text{ m}$$

وتكون قيمة العزم عند القوة

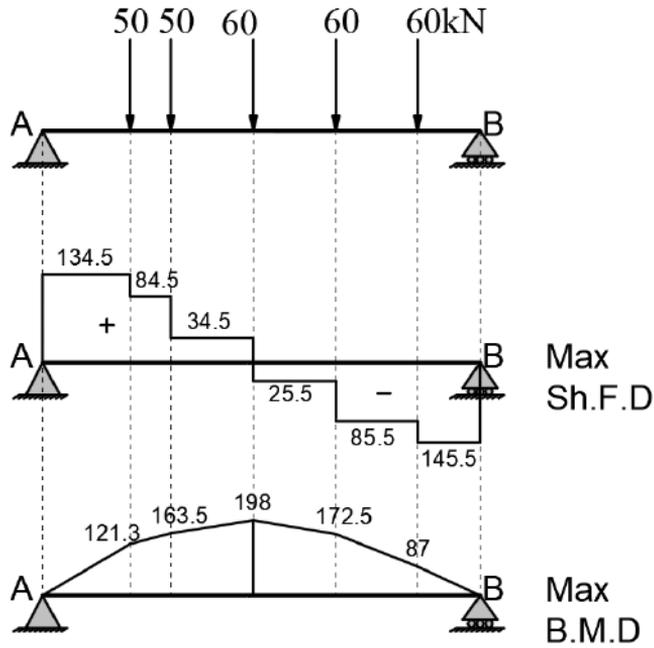
الثالثة من اليسار **60kN**:



$$M_{\max} = 134.5 \times 2.402 - 50 \times 1.5 - 50 \times 1 = 198.07 \text{ kN.m}$$

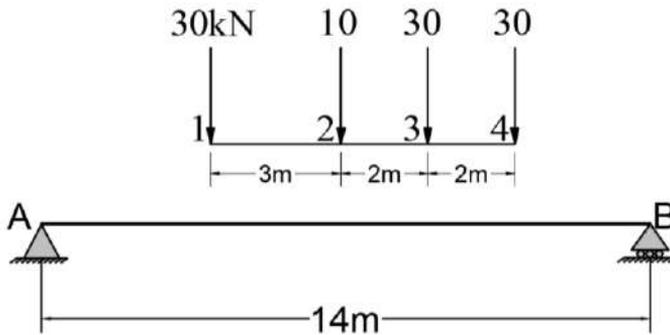
$$\sum M_B = 0 \Rightarrow R(2.5 - 0.098) = 5R_A \Rightarrow R_A = 134.5 \text{ kN.m}$$

بالنتيجة يكون مخطط القوة القاطعة ومخطط عزم الانعطاف في الحالة العظمى:



مثال تطبيقي (3):

أوجد العزم المطلق الأعظم من أجل الجائز البسيط المبين بالشكل تحت تأثير قافلة الأحمال المتحركة الموضحة:

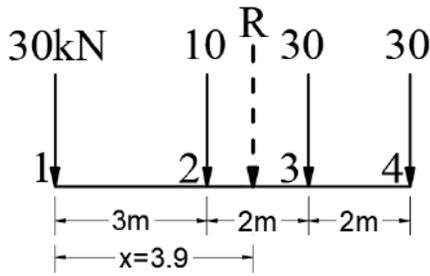


الحل:

1- إيجاد مركز ثقل الحمولات (مركز المحصلة):

$$R = 30 \times 3 + 10 = 100 \text{ kN}$$

$$\sum M_1 = 10 \times 3 + 30 \times 5 + 30 \times 7 = 390 \text{ kN.m}$$



$$x = \frac{\sum M_1}{R} = 3.9m$$

وهو بعد المحصلة عن نقطة تأثير الحمولة الأولى من اليسار .

2- إيجاد العزم الأعظم:

يتم دراسة الحالتين نظراً لكون المحصلة واقعة بين

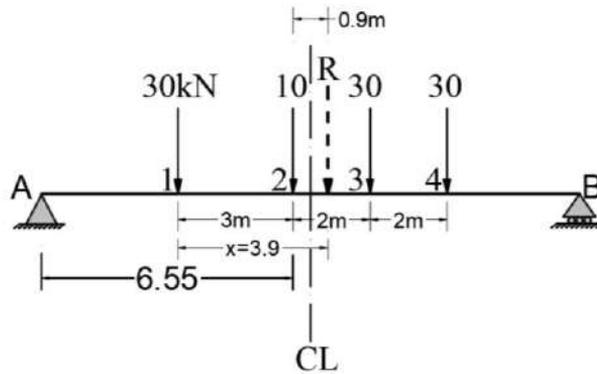
الحمولة 10kN والحمولة 30kN:

أ- مركز الجائز في منتصف المسافة بين المحصلة والحمولة 10kN:

حيث تساوي هذه المسافة $\bar{x} / 2 = 0.45m$; $\bar{x} = 3.9 - 3 = 0.9$.

المسافة من القوة 10kN إلى المسند اليساري $L/2 - \bar{x} / 2 = 7 - 0.45 = 6.55m$

المسافة من القوة 10kN إلى المسند اليميني $L/2 + \bar{x} / 2 = 7 + 0.45 = 7.45m$

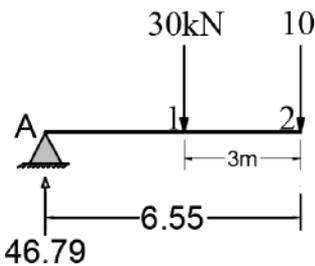


ردود الأفعال:

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow R(7 - 0.45) = 14R_A \Rightarrow R_A = 46.79kN.m$$

وتكون قيمة العزم عند القوة 10kN:

$$M_{\max} = M_2 = 46.79 \times 6.55 - 30 \times 3 = 216.475kN.m$$



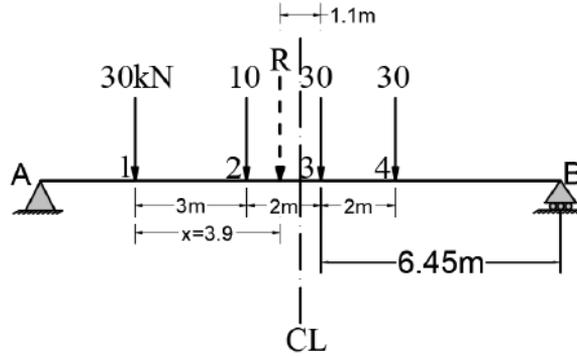
أ- مركز الجائز في منتصف المسافة بين المحصلة

والحمولة 30kN:

حيث تساوي هذه المسافة $\bar{x} = 2 - 0.9 = 1.1m$.

المسافة من القوة **30kN** إلى المسند اليساري $L/2 - \bar{x}/2 = 7 + 0.55 = 7.55m$

المسافة من القوة **30kN** إلى المسند اليميني $L/2 + \bar{x}/2 = 7 - 0.55 = 6.45m$

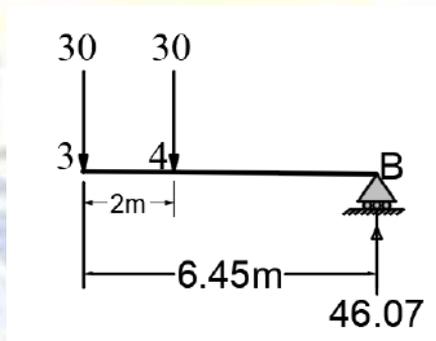


ردود الأفعال:

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow R(7 - 0.55) = 14R_B \Rightarrow R_B = 46.07kN.m$$

وتكون قيمة العزم عند القوة **30kN**:

$$M_{\max} = M_3 = 46.07 \times 6.45 - 30 \times 2 = 237.16kN.m$$

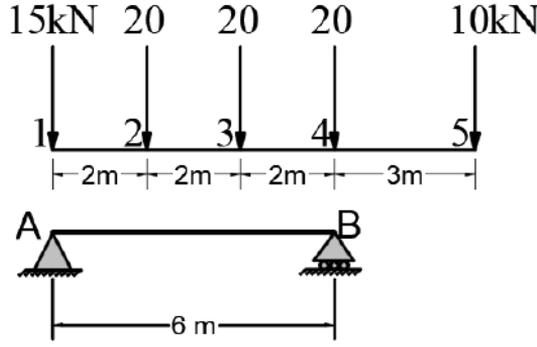


بالمقارنة يُلاحظ أن العزم الأعظم عند القوة 3.

مثال تطبيقي (4):

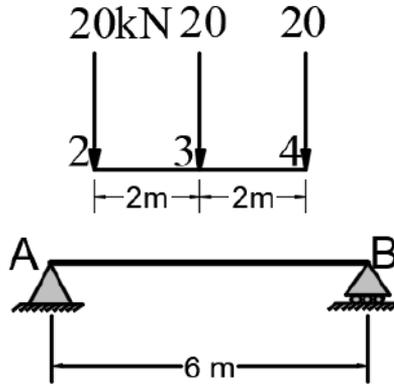
أوجد العزم المطلق الأعظم من أجل الجائز البسيط المبين بالشكل تحت تأثير قافلة الأحمال

المتحركة الموضحة:



الحل:

طول قافلة الأحمال 9m أطول من مجاز الجائز، لذلك يتم إهمال القوى الخارجية من جهة واحدة أو جهتين بحيث يكون طول قافلة الأحمال أقل من طول الجائز. يتم إلغاء القوى 15kN و 10kN.

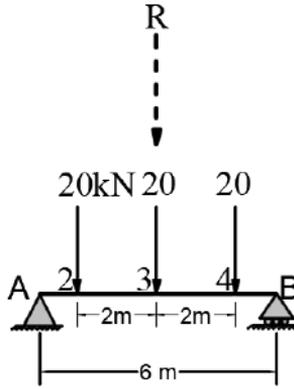


1- إيجاد مركز ثقل الحمولات (مركز المحصلة):

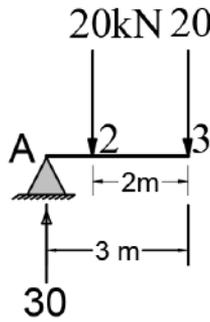
$$R = 20 \times 3 = 60kN$$

$$\sum M_2 = 20 \times 2 + 20 \times 4 = 180kN.m$$

$$x = \frac{\sum M_2}{R} = 2m$$



إن نقطة تطبيق المحصلة R تتطبق على مركز الجانز وعلى نقطة تطبيق الحمولة رقم 3.



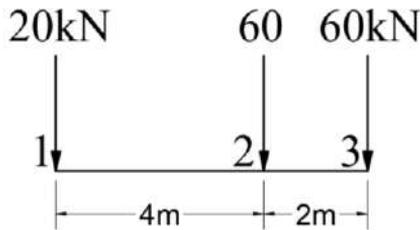
وتكون قيمة العزم عند القوة :

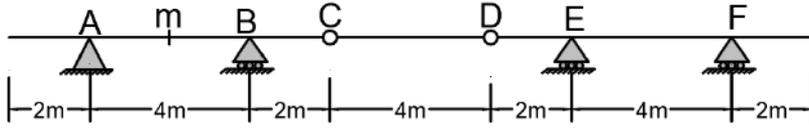
$$M_{\max} = M_3 = 30 \times 20 - 20 \times 2 = 50 \text{ kN.m}$$

مثال تطبيقي (5):

ارسم خط تأثير رد الفعل A ، والعزم والقوة القاطعة في المقطع m من الجانز المبين بالشكل.

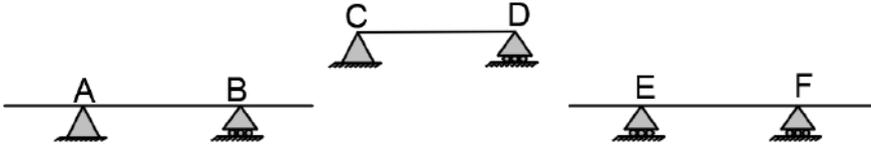
- احسب قيمة العزم الموجب الأعظم والسالب الأعظم والقوة القاطعة الموجبة العظمى والقوة القاطعة السالبة العظمى ورد الفعل تحت تأثير قافلة الأحمال المتحركة التالية القادمة من يسار الجسر:





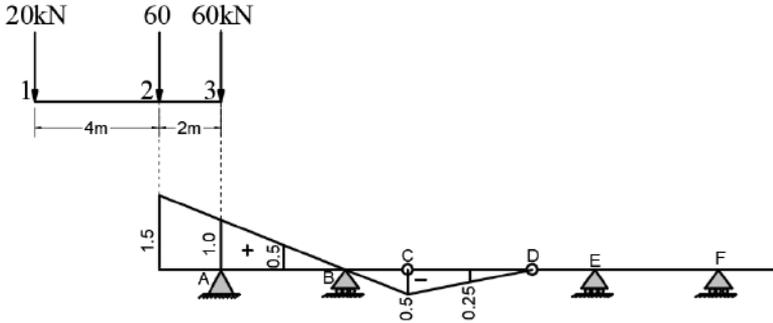
الحل:

يتم تجزئة الجانز المستمر إلى عدة جانز مقررة معلومة خط التأثير، ثم يتم رسم خطوط التأثير بشكل مباشر.

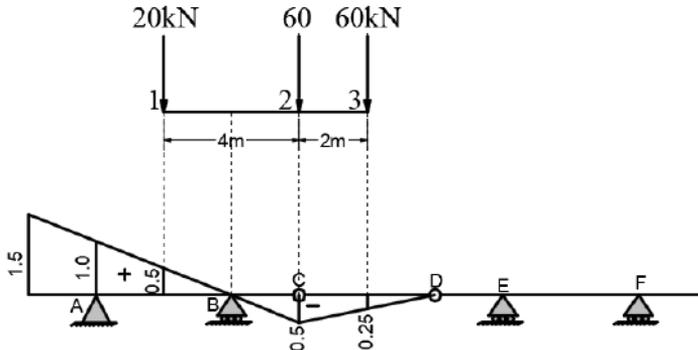


1- خط تأثير رد الفعل في A:

يتم رسم خط التأثير كما في السابق ثم يتم إيجاد القيم العظمى الموجبة بتثبيت القافلة المتحركة بحيث تقابل أكبر قيم موجبة في خط التأثير. ويتم إيجاد القيم السالبة بتثبيت القافلة المتحركة لتقابل أكبر قيم سالبة في خط التأثير.

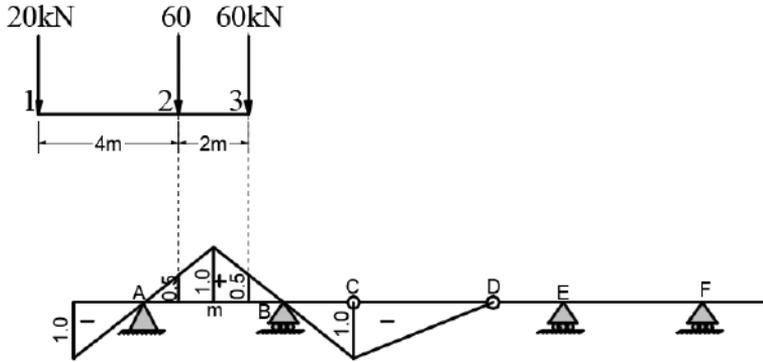


$$(R_A^+)_{\max} = 60 \times 1 + 60 \times 1.5 = 150 \text{ kN}$$

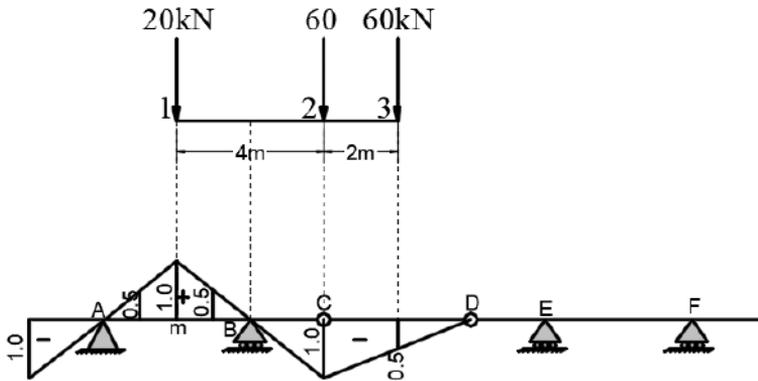


$$(R_A^-)_{\max} = 60 \times (-0.25) + 60 \times (-0.5) + 20 \times (0.5) = -35 \text{ kN}$$

2- خط تأثير العزم في المقطع m:

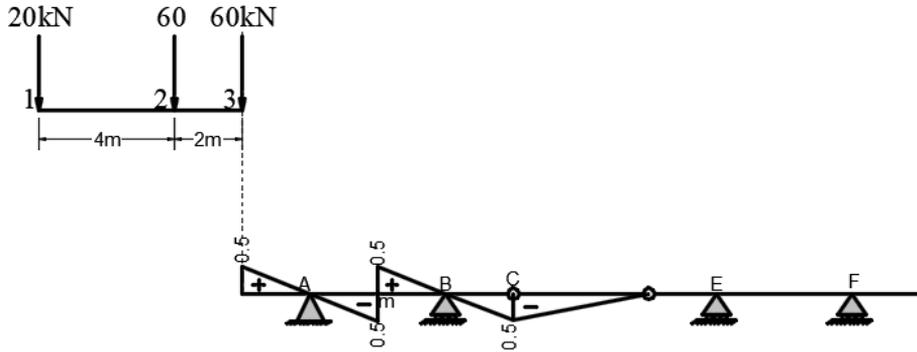


$$(M_m^+)_{\max} = 60 \times (0.5) + 60 \times (0.5) = 60 \text{ kN.m}$$

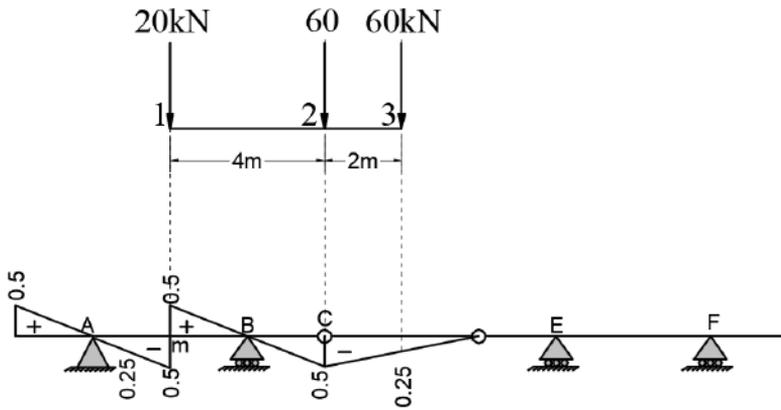


$$(M_m^-)_{\max} = 60 \times (-1) + 60 \times (-0.5) + 20 \times (1) = -70 \text{ kN.m}$$

3- خط تأثير القوة القاطعة في المقطع m:



$$(V_m^+)_{\max} = 60 \times (0.5) = 30 \text{ kN}$$



$$(V_m^-)_{\max} = 60 \times (-0.5) + 60 \times (-0.25) = -45 \text{ kN}$$

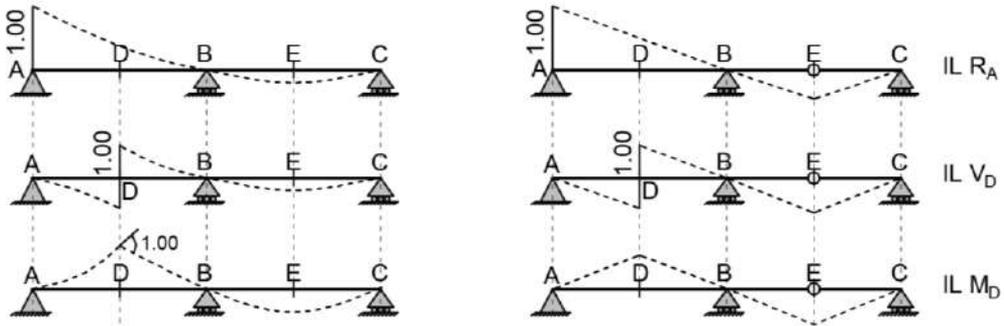
الفصل الثاني

خطوط التأثير في المنشآت غير المقررة ستاتيكيًا

Influence Lines for Statically Indeterminate Structures

1-2 مقدمة:

إن مفهوم خط التأثير يبقى هو ذاته في الجائز غير المقرر، حيث يمثل قيمة التابع المدروس من أجل قوة واحدة تعبر الجائز من أوله إلى آخره. إلا أن إيجاد خط التأثير يصبح أكثر صعوبة في الجائز غير المقرر نظراً لأن خط التأثير لم يعد عبارة عن جملة مستقيمات بل هو تابع منحني يجب إيجاده في كل مجال من مجالات الجائز. مثلاً ليكن لدينا الجائز المبين بالشكل (1-2) إلى اليمين، يلاحظ أنه مقرر بسبب وجود المفصل وخطوط التأثير عبارة عن مستقيمات إذ يتم إيجاد قيم كل من نقطة البداية والنهاية لكل مستقيم والوصل فيما بينها. بإزالة المفصل عند النقطة E يتحول الجائز إلى جائز غير مقرر من الدرجة الأولى وتصبح خطوط التأثير عبارة عن خطوط منحنية بدلاً من مستقيمة.



الشكل (1-2) أشكال خطوط التأثير في الجوائز غير المقررة

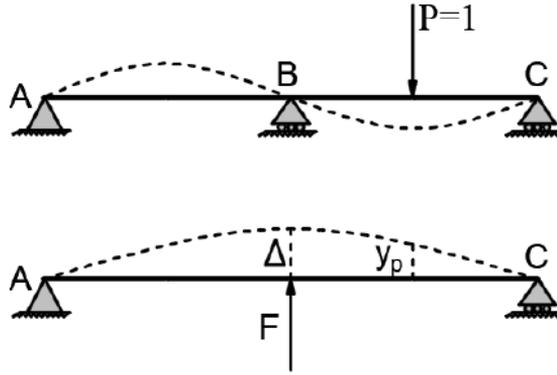
2-2 طرق إيجاد خطوط التأثير في المنشآت غير المقررة ستاتيكيًا:

- طريقة مولر-بريسلو Muler- Breslau.
 - طريقة التجميع Superposition.
 - طريقة توزيع العزوم Moment Distribution.
 - طريقة لاند كولونتي
- في هذا الفصل سيتم الاعتماد على الطريقة الأولى فقط.

2-3-3 طريقة مولر - بريسلو Muller-Breslau:

تعتمد هذه الطريقة على قانون ماكسويل التبادلي في الانتقالات **Maxwell-1864** إذ استعاد مولر وبريسلو 1886 من هذه النظرية لإيجاد خطوط التأثير في المنشآت غير المقررة وينص على ما يلي: " إن الشكل المنشوه لمنشأ ما يمثل خط تأثير تابع ما مثل (القوة القاطعة، العزم، ورد الفعل) إذا سمح للتابع المدروس بالحركة بمقدار واحد (انتقال أو دوران بحسب التابع)، وذلك وفقاً لمقياس معين ".
2-3-1 خط تأثير رد الفعل:

يتم حذف المسند المطلوب إيجاد خط التأثير عنده ثم إيجاد الخط المرن والقسمة على قيمة الانتقال Δ التي تمثل الانتقال عند رد الفعل المحرر. للبرهان على هذه النظرية يتم اعتماد الجائز غير المقرر من الدرجة الأولى المبين في الشكل (2-2). لإيجاد خط تأثير رد الفعل في النقطة **B** يتم تحرير رد الفعل R_B والتعويض عنه بقوة F ويكون حسب ماكسويل:



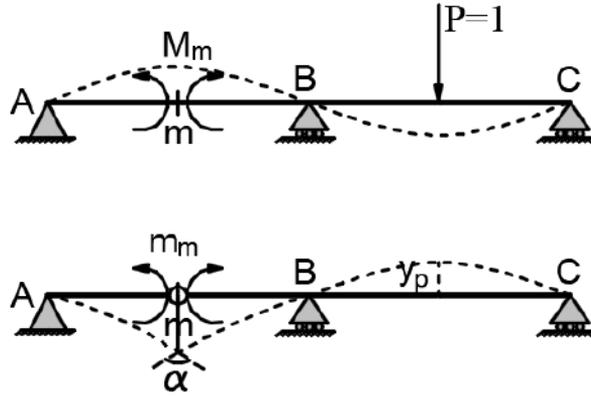
الشكل (2-2) خط تأثير رد فعل في جائز غير مقرر

$$R_B = P \times \frac{(y_p)}{\Delta}; P = 1 \Rightarrow R_B = \frac{(y_p)}{\Delta} \quad P \times (-y_p) + R_B \times \Delta = F \times 0$$

إن خط التأثير هو عبارة عن الخط المرن الناتج عن القوة F مقسوماً على الانتقال Δ .

2-3-2 خط تأثير عزم الانعطاف في مقطع ما:

يتم تحرير العزم المطلوب إيجاد خط التأثير عنده وإزالة الاستمرارية بوضع مفصل مكان المقطع وتطبيق مزدوجة عزم ثم إيجاد الخط المرن والقسمة على قيمة الانتقال α التي تمثل الدوران عند العزم المحرر. للبرهان على هذه النظرية يتم اعتماد الجائز غير المقرر من الدرجة الأولى المبين في الشكل (3-2). لإيجاد خط تأثير عزم الانعطاف في المقطع **m** يتم تحرير العزم M_m والتعويض عنه بمزدوجة عزم m_m ويكون حسب ماكسويل:



الشكل (3-2) خط تأثير عزم الانعطاف في جانز غير مقرر

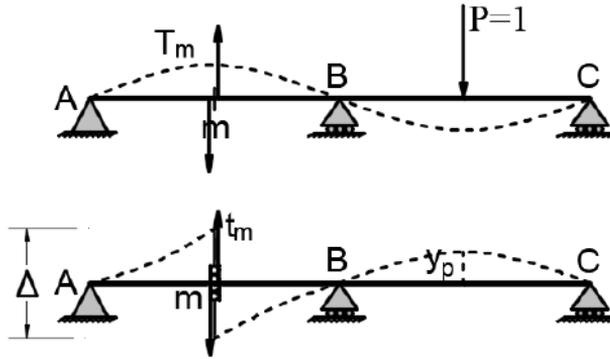
$$P \times (-y_p) + M_m \times \alpha = m_m \times 0$$

$$M_m = P \times \frac{(y_p)}{\alpha}; P = 1 \Rightarrow M_m = \frac{(y_p)}{\alpha}$$

إن خط التأثير هو عبارة عن الخط المرن الناتج عن المزدوجة m_m مقسوماً على الدوران α .

3-3-2 خط تأثير القوة القاطعة في مقطع ما:

يتم تحرير القوة القاطعة المطلوب إيجاد خط التأثير عنده ووضعه وثيقة منزلقة مكان المقطع وتطبيق قوتي قطع ثم إيجاد الخط المرن والقسمة على قيمة الانتقال Δ التي تمثل الانتقال عند القوة القاطعة المحررة. للبرهان على هذه النظرية يتم اعتماد الجائز غير المقرر من الدرجة الأولى المبين في الشكل (4-2). لإيجاد خط تأثير القوة القاطعة في المقطع m يتم تحرير القوة القاطعة Tm والتعويض عنه بمزدوجة قوى t_m ويكون حسب ماكسويل:



الشكل (4-2) خط تأثير الجهد القاطع في جانز غير مقرر

$$P \times (-y_p) + T_m \times \Delta = t_m \times 0$$

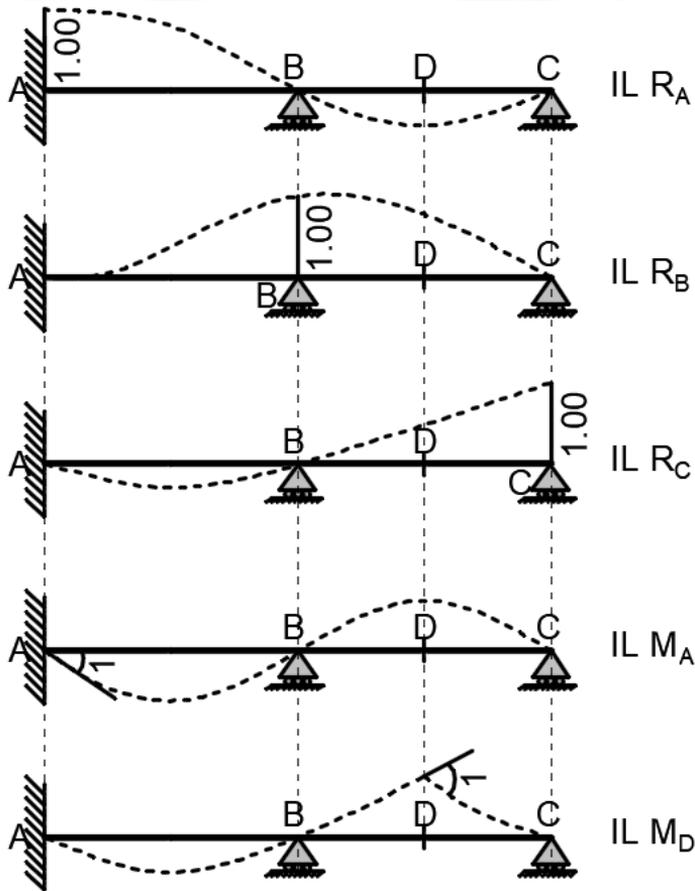
$$T_m = P \times \frac{(y_p)}{\Delta}; P=1 \Rightarrow T_m = \frac{(y_p)}{\Delta}$$

إن خط التأثير هو عبارة عن الخط المرن الناتج عن المزوجة t_m مقسوماً على الانتقال Δ .

2-3-4 أمثلة على خطوط التأثير في الجوائز غير المقررة:

- جائز موثوق ذي فتحتين غير مقرر من الدرجة الثانية، تكون خطوط تأثير ردود الأفعال

بالشكل (2-5): R_A, R_D, R_G والعزوم M_A, M_H كما هو مبين بالشكل (2-5):

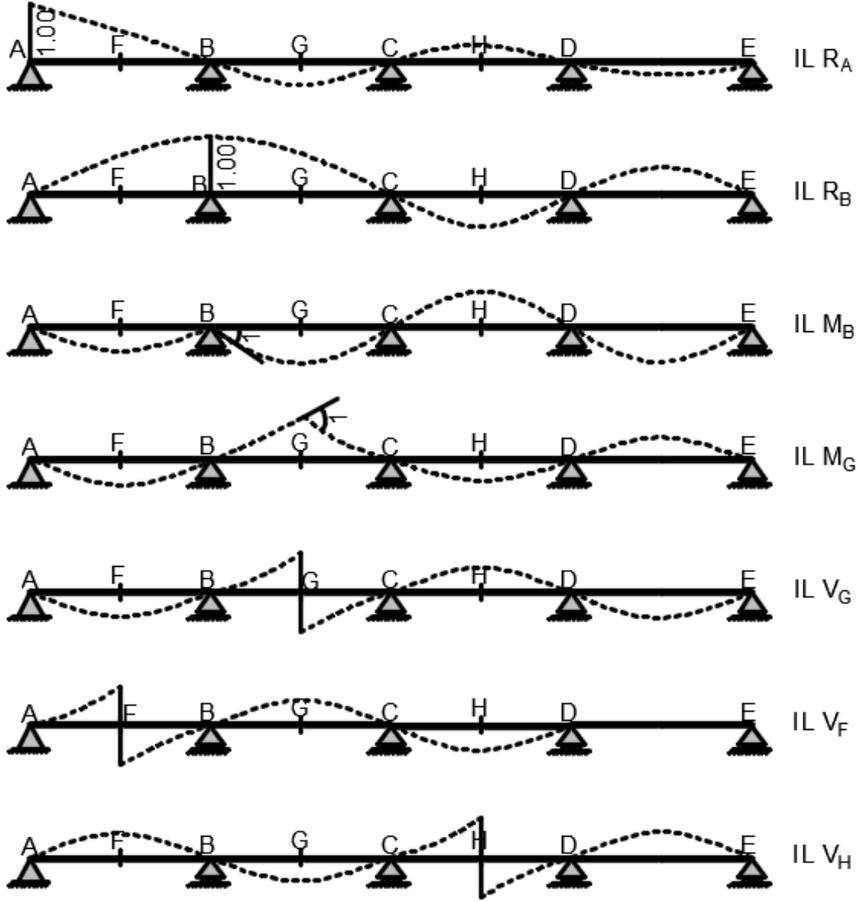


الشكل (2-5) خطوط تأثير الجهود في جائز غير مقرر

- جائز مستمر ذي أربع فتحات غير مقرر من الدرجة الثالثة، تكون خطوط تأثير ردود

الأفعال R_A, R_B والعزوم M_B, M_G وقوى القص V_G, V_F, V_H كما هو مبين

بالشكل (2-6).



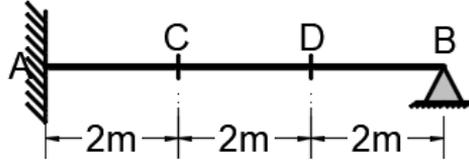
الشكل (2-6) خطوط تأثير الجهود في جوائز غير مقرر

مثال تطبيقي(1):

ارسم خطوط التأثير التالية في الجوائز المبين بالشكل:

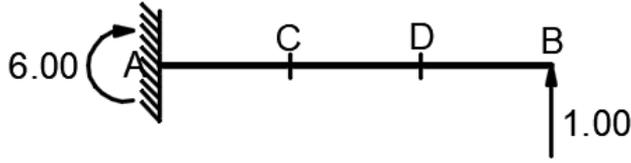
- رد الفعل الشاقولي في **A, B**.
- قوة القص في **C**.
- عزم الانعطاف في **A, C**.

علماً بأن الجساءة الانعطافية **EI** ثابتة، ارسم القيم كل **2m**.



الحل:

1- رد الفعل في B: يتم تحرير رد الفعل في النقطة B والتعويض عنه بقوة واحدة:

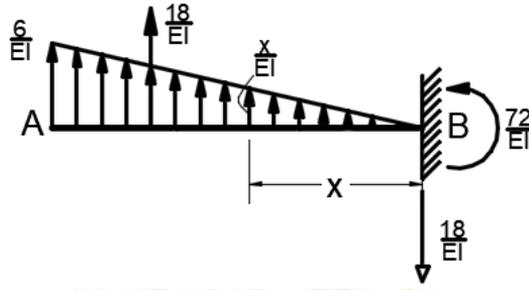


يتم إيجاد معادلة الانتقال باستعمال طريقة الجانز البديل **Conjugate Beam**، إذ يتم تحميل الجانز البديل بمخطط عزم الانعطاف مقسوماً على EI ويكون العزم في كل نقطة هو الانتقال. يتم التحويل إلى الجانز البديل باستبدال المساند كما في الجدول (1-2):

الجدول (1-2) استبدالات الجانز البديل

جانز بديل		جانز حقيقي	
	$M = 0, V \neq 0$		$Y = 0, \theta \neq 0$
	$M \neq 0, V \neq 0$		$Y \neq 0, \theta \neq 0$
	$M = 0, V \neq 0$		$Y = 0, \theta \neq 0$
	$M = 0, V = 0$		$Y = 0, \theta = 0$
	$M \neq 0, V \neq 0$		$Y \neq 0, \theta \neq 0$

ويكون الجانز البديل محملاً بمخطط عزم الانعطاف مقسوماً على EI :



إن معادلة العزم تمثل الانتقال:

$$M = \frac{x^3}{6EI} + \frac{72}{EI} - \frac{18x}{EI}$$

الانتقال عند B:

$$\Delta = M(0) = \frac{72}{EI}; x = 0.00$$

بقسمة معادلة العزم في الجائز البديل (الانتقال في الجائز الحقيقي) على المقدار Δ يتم الحصول على معادلة خط التأثير:

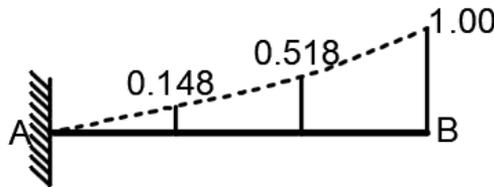
$$\eta = \frac{M}{\Delta} = 0.002315x^3 - 0.25x + 1$$

تكون قيم خط التأثير كل 2m كما في الجدول (2-2):

الجدول (2-2) قيم خط تأثير رد الفعل في B في المثال التطبيقي (1)

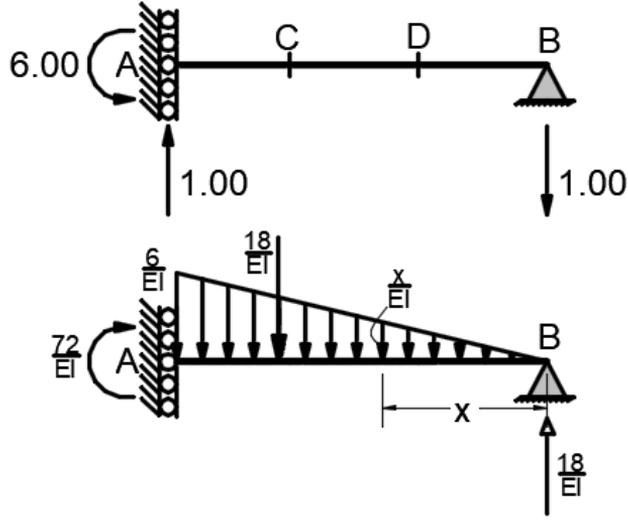
النقطة	B	D	C	A
x	0.00	2.00	4.00	6.00
قيمة خط التأثير	1	0.518	0.148	0

ويكون خط تأثير رد الفعل في B منحنياً من الدرجة الثالثة كما في الشكل:



2- خط تأثير رد الفعل في A:

يتم تحرير رد الفعل في النقطة A والتعويض عنه بقوة واحدة، ويكون الجائز البديل كما هو مبين:



إن معادلة العزم تمثل الانتقال:

$$M = -\frac{x^3}{6EI} + \frac{18x}{EI}$$

الانتقال عند **A**:

$$\Delta = M(6) = \frac{72}{EI}; x = 6.00$$

بقسمة معادلة العزم في الجائز البديل (الانتقال في الجائز الحقيقي) على المقدار Δ ينم الحصول على معادلة خط التأثير:

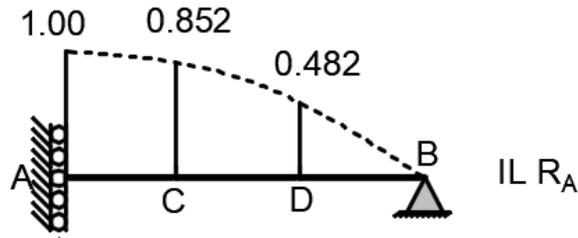
$$\eta = \frac{M}{\Delta} = -0.002315x^3 + 0.25x$$

تكون قيم خط التأثير كل **2m** كما في الجدول (3-2):

الجدول (3-2) قيم خط تأثير رد الفعل في A في المثال التطبيقي (1)

النقطة	B	D	C	A
x	0.00	2.00	4.00	6.00
قيمة خط التأثير	0	0.482	0.852	1

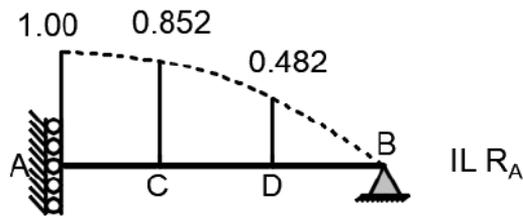
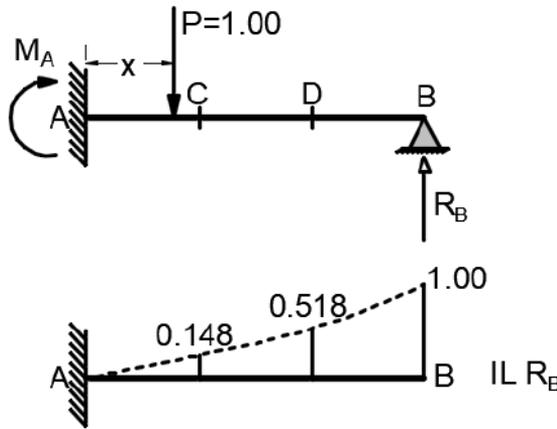
ويكون خط تأثير رد الفعل في **A** منحنياً من الدرجة الثالثة كما في الشكل:



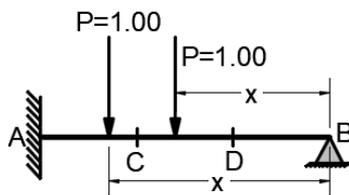
طريقة بديلة:

من الممكن إيجاد خط التأثير R_A بالاستعانة بخط التأثير R_B المحسوب سابقاً:

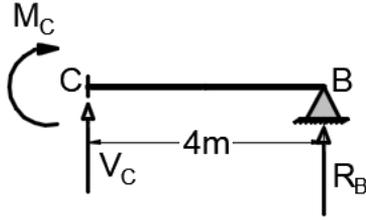
$$+\uparrow: \sum F_y = 0 \Rightarrow R_A + R_B - 1 = 0 \Rightarrow R_B = 1 - R_A$$



3- خط تأثير قوة القص في C:

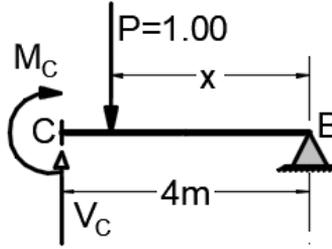


- القوة الواحدية يسار المقطع **C**: من التوازن يكون:



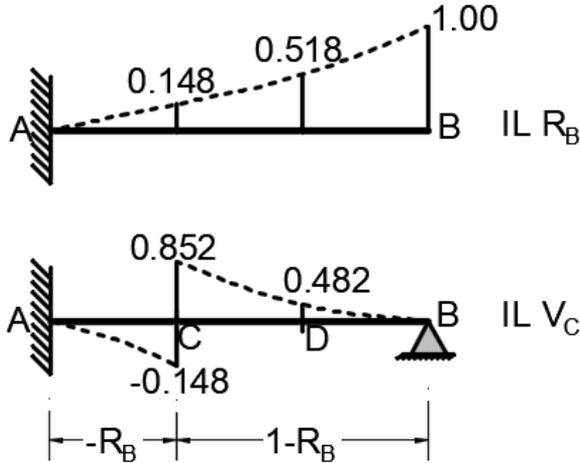
$$+\uparrow: \sum F_y = 0 \Rightarrow V_C + R_B = 0 \Rightarrow V_C = -R_B$$

- القوة الواحدية يمين المقطع **C**: من التوازن يكون:



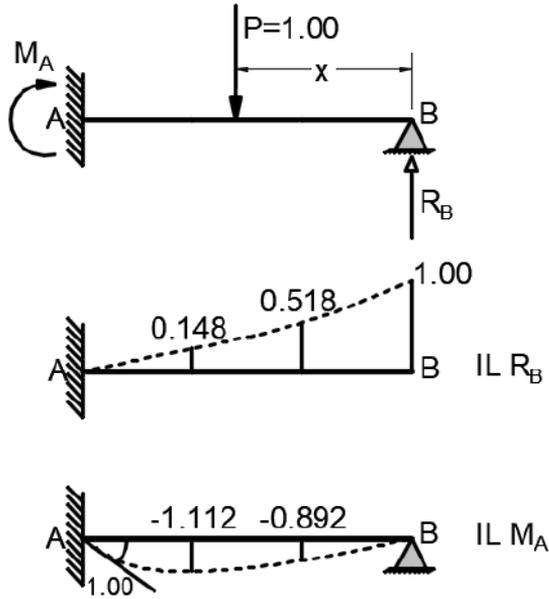
$$+\uparrow: \sum F_y = 0 \Rightarrow V_C - 1 + R_B = 0 \Rightarrow V_C = 1 - R_B$$

ويكون خط تأثير قوة القص في **C** بالاستعانة بخط التأثير R_B كما يلي:



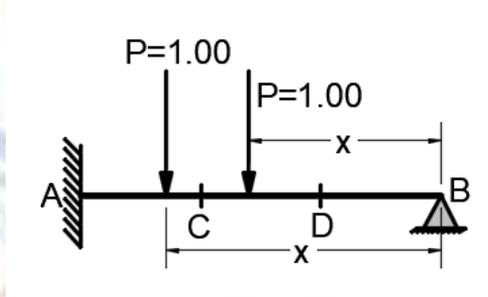
4- خط تأثير عزم الانعطاف في **A**:

يكون خط تأثير عزم الانعطاف في **A** بالاستعانة بخط التأثير R_B كما يلي:

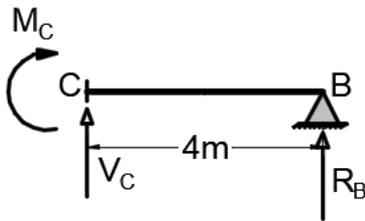


$$+\uparrow: \sum M_A = 0 \Rightarrow +M_A + 1 \times (6-x) - 6R_B = 0 \Rightarrow M_A = -6 + x + 6R_B$$

5- خط تأثير عزم الانعطاف في C:

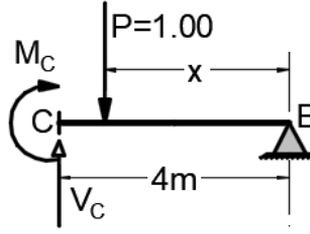


• القوة الواحدة يسار المقطع C: من التوازن يكون:



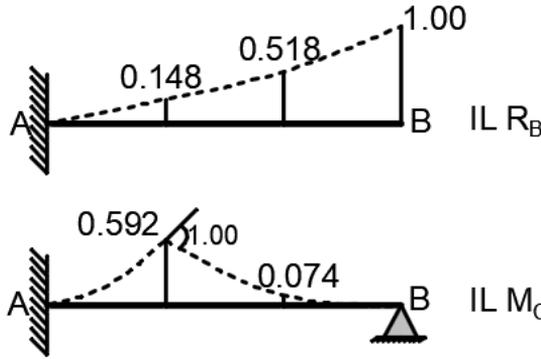
$$+\uparrow: \sum M_C = 0 \Rightarrow +M_C - 4R_B = 0 \Rightarrow M_C = 4R_B$$

• القوة الواحدة يمين المقطع C: من التوازن يكون:



$$+\circlearrowleft: \sum M_C = 0 \Rightarrow +M_C + 1 \times (4 - x) - 4R_B = 0 \Rightarrow M_C = 4R_B - 4 + x$$

ويكون خط تأثير عزم الانعطاف في C بالاستعانة بخط التأثير R_B كما يلي:

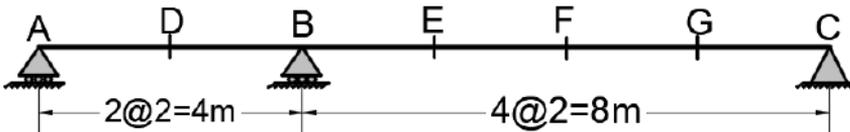


مثال تطبيقي(2):

ارسم خط تأثير التوابع التالية في الجائز غير المقرر المبين بالشكل:

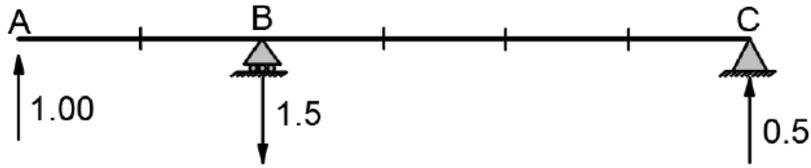
- رد الفعل الشاقولي في A, B, C.
- الجهد القاطع في E, G.
- عزم الانعطاف في E, G.

علماً بأن EI ثابتة، أوجد القيم كل 2m.

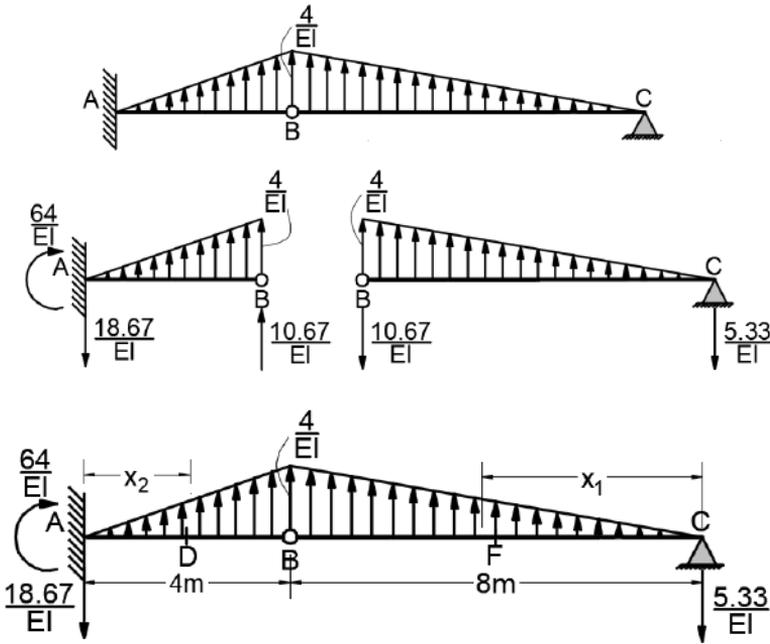


الحل:

1- خط تأثير رد الفعل في A: يتم تحرير رد الفعل والتعويض عنه بقوة واحدة:



برسم مخطط عزم الانعطاف والتحميل على الجائز البديل:



وتكون معادلات عزم الانعطاف في الجائز البديل (معادلات الانتقال في الجائز الحقيقي):

$$M_{x_1} = \frac{1}{12EI} x_1^3 - 5.33 \frac{x_1}{EI}; \quad x_1: 0 \rightarrow 8 \quad B \rightarrow C$$

$$M_{x_2} = \frac{1}{6EI} x_2^3 - 18.67 \frac{x_2}{EI} + \frac{64}{EI}; \quad x_2: 0 \rightarrow 4 \quad A \rightarrow B$$

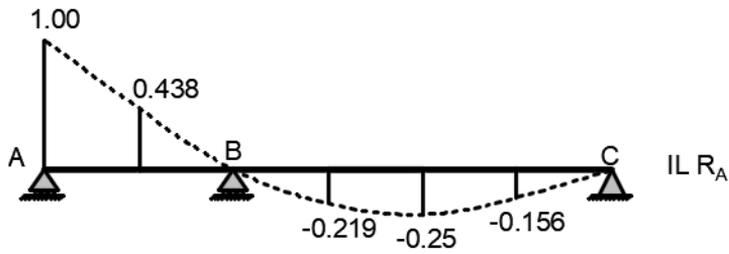
$$x_2 = 0 \Rightarrow M_{x_2} = 64 = \Delta$$

$$\eta_1 = 0.001302x_1^3 - 0.0833x_1; \quad x_1: 0 \rightarrow 8 \quad B \rightarrow C$$

$$\eta_2 = 0.002604x_2^3 - 0.292x_2 + 1; \quad x_2: 0 \rightarrow 4 \quad A \rightarrow B$$

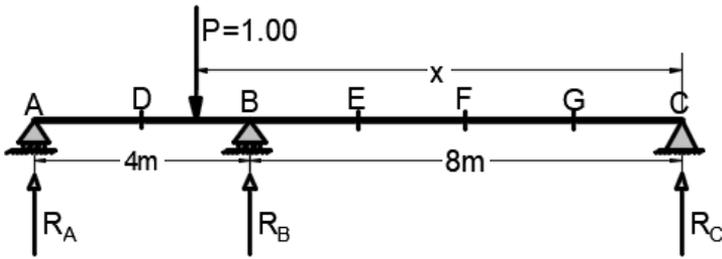
A	D	B	E	F	G	C	النقطة
0	2	4 or 8	6	4	2	0	$X_{1,2}$
1	0.4375	0	-0.2188	0.25	-0.1562	0	$\eta_{1,2}$

ويكون خط التأثير كما هو مبين بالشكل:

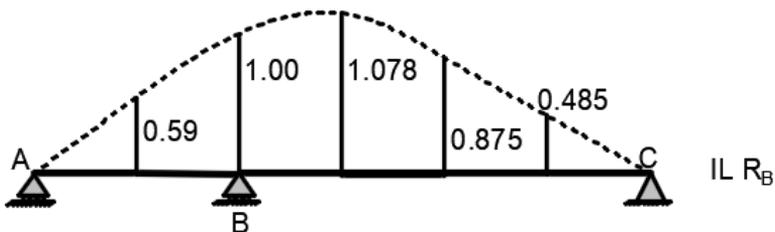
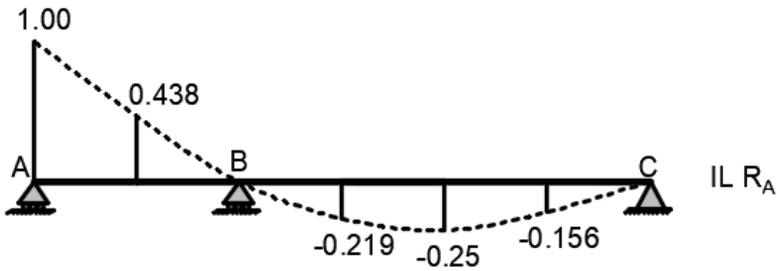


2- خط تأثير رد الفعل في B: بالاستفادة من خط تأثير رد الفعل R_A :

من التوازن:



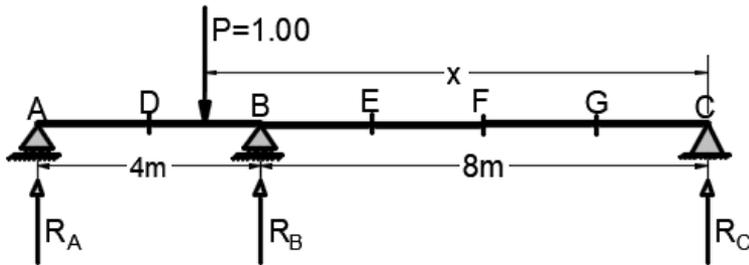
$$+\circlearrowleft: \sum M_C = 0 \Rightarrow +12R_A - x + 8R_B = 0 \Rightarrow R_B = \frac{x}{8} - \frac{12}{8}R_A$$



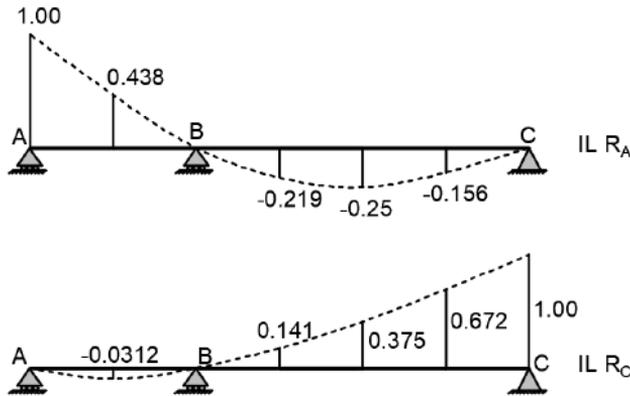
النقطة	C	G	F	E	B	D	A
$X_{1,2}$	0	2	4	6	4 or 8	2	0
IL R_A	0	-0.1562	0.25	-0.2188	0	0.4375	1
IL R_B	0	0.485	0.875	1.078	1	0.5939	0

3- خط تأثير رد الفعل في C: بالاستفادة من خط تأثير رد الفعل R_A :

من التوازن:



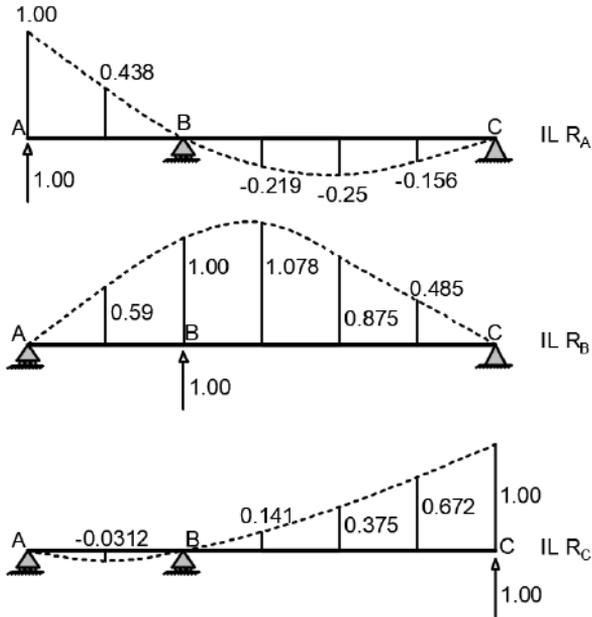
$$+\circlearrowleft: \sum M_C = 0 \Rightarrow -4R_A + 1(x-8) + 8R_C = 0 \Rightarrow R_C = \frac{R_A}{2} - \frac{x}{8} + 1$$



النقطة	C	G	F	E	B	D	A
$X_{1,2}$	0	2	4	6	4 or 8	2	0
IL R_A	0	-0.1562	0.25	-0.2188	0	0.4375	1
IL R_C	0	0.6719	0.375	1.00	1.140678	0	-0.0312

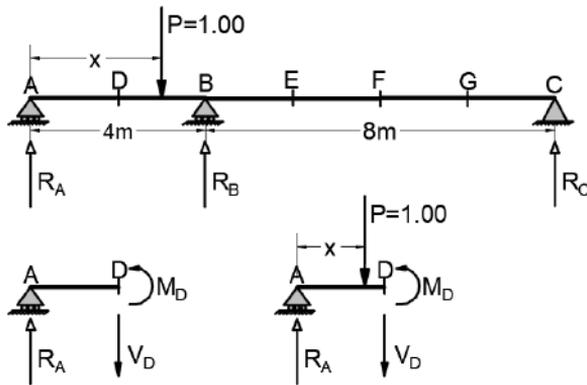
للتحقق يتم أخذ مجموع القوى الشاقولية الذي يجب أن يساوي الصفر:

$$+\uparrow: \sum F_y = 0 \Rightarrow R_A + R_B + R_C = 1$$



A	D	B	E	F	G	C	النقطة
0	2	4 or 8	6	4	2	0	$X_{1,2}$
1	0.4375	0	-0.2188	0.25	-0.1562	0	IL R_A
0	0.5939	1	1.078	0.875	0.485	0	IL R_B
0	-0.0312	0	1.00.140678	0.375	0.6719	0	IL R_C
1	1	1	1	1	1	1	المجموع

4- خط تأثير القوة القاطعة في D: بالاستفادة من التوازن:

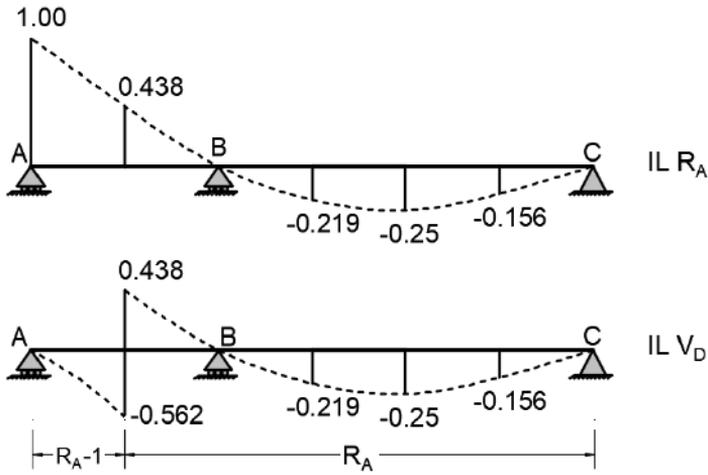


الحمولة الواحدية يسار المقطع D:

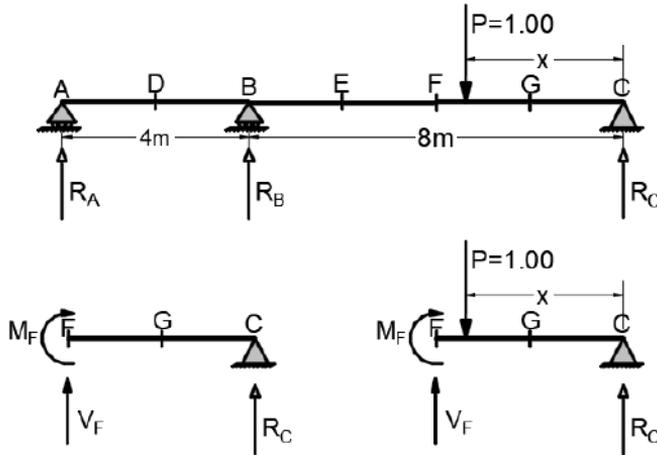
$$+\uparrow: \sum F_y = 0 \Rightarrow R_A - 1 - V_D = 0 \Rightarrow V_D = R_A - 1$$

الحمولة الواحدية يمين المقطع D:

$$V_D = R_A$$



5- خط تأثير القوة القاطعة في F:

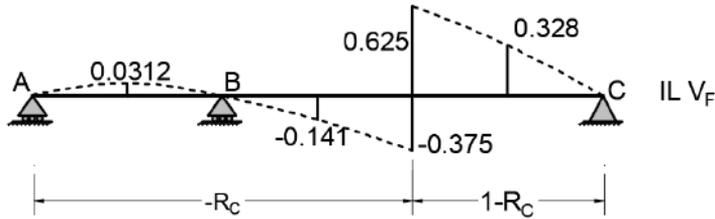
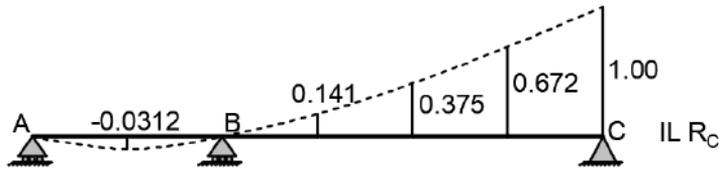


الحمولة الواحدية يسار المقطع F:

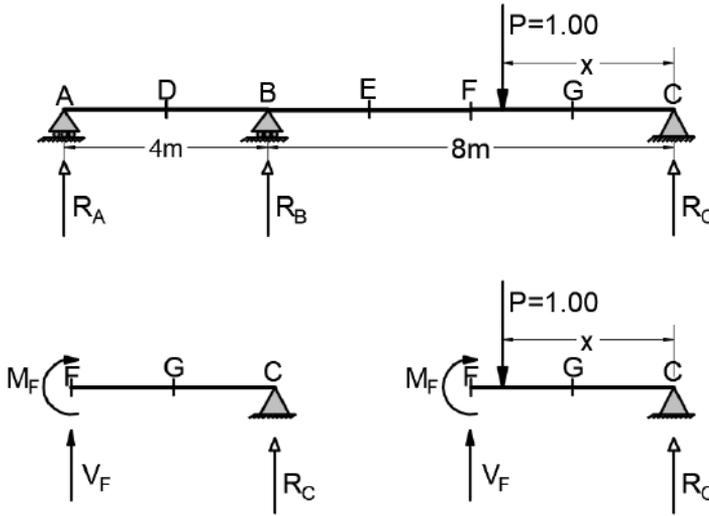
$$+\uparrow: \sum F_y = 0 \Rightarrow R_C + V_F = 0 \Rightarrow V_F = -R_C$$

الحمولة الواحدية يمين المقطع F:

$$+\uparrow: \sum F_y = 0 \Rightarrow R_C + V_F - 1 = 0 \Rightarrow V_F = 1 - R_C$$



6- خط تأثير العزم في المقطع F:

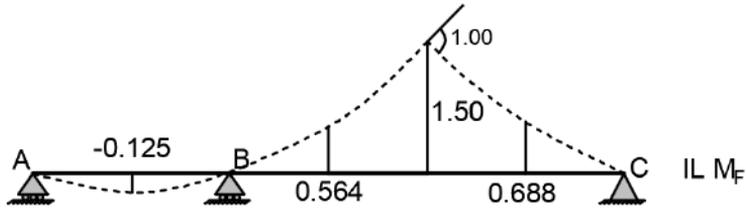
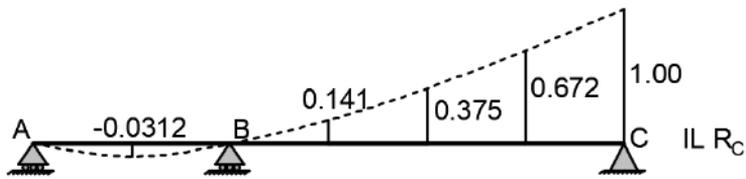


الحمولة الواحدة يسار المقطع F:

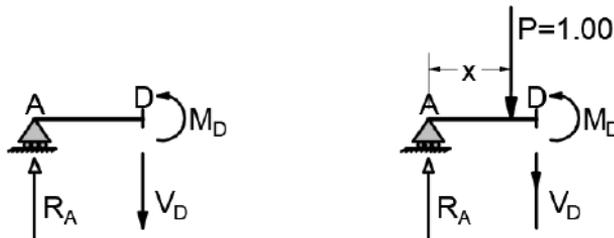
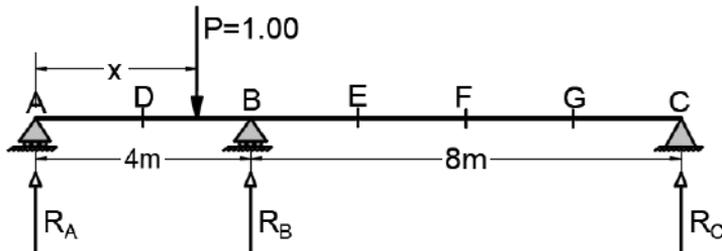
$$+\curvearrowleft: \sum M_F = 0 \Rightarrow M_F = 4R_C$$

الحمولة الواحدة يمين المقطع F:

$$+\curvearrowleft: \sum M_F = 0 \Rightarrow M_F + 1(4-x) - 4R_C = 0 \Rightarrow M_F = -4 + x + 4R_C$$



-7 خط تأثير العزم في المقطع D:

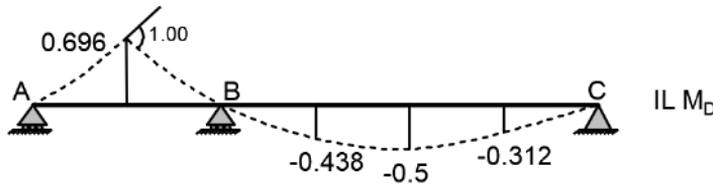
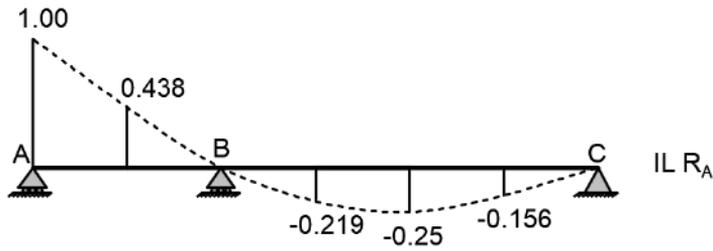


الحمولة الواحدية يسار المقطع D:

$$+\circlearrowleft: \sum M_D = 0 \Rightarrow -M_D - 1(2-x) + 2R_A = 0 \Rightarrow M_D = -2 + x + 2R_A$$

الحمولة الواحدية يمين المقطع D:

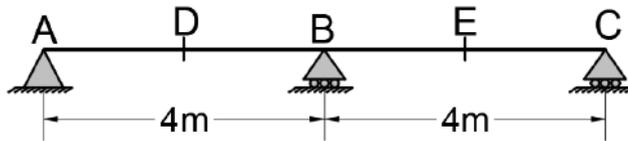
$$+\circlearrowleft: \sum M_D = 0 \Rightarrow M_D - 2R_A = 0 \Rightarrow M_D = 2R_A$$



مثال تطبيقي(3):

ارسم خطوط التأثير التالية من أجل الجائز المبين بالشكل:

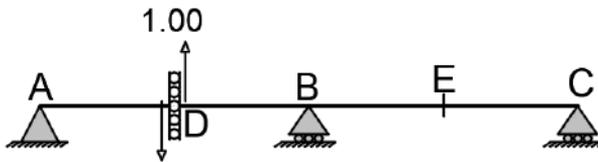
- القوة القاطعة في المقطع D.
 - عزم الانعطاف في المقطع D.
- علماً بأن EI ثابتة، أوجد القيم كل $2m$.



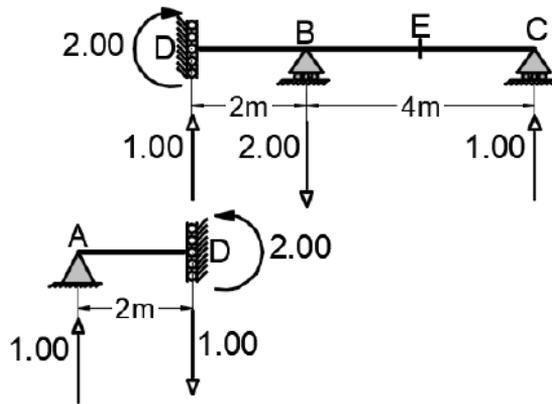
الحل:

1- خط تأثير القوة القاطعة في المقطع D:

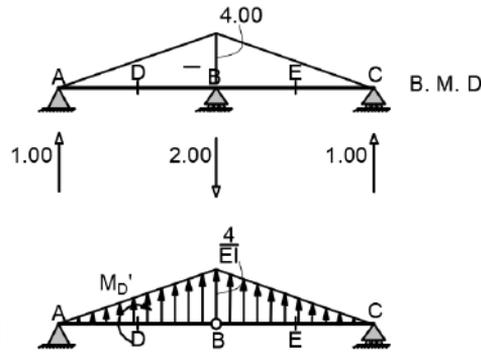
يتم تحرير القوة القاطعة في المقطع والتعويض بقوة قاطعة واحدة:



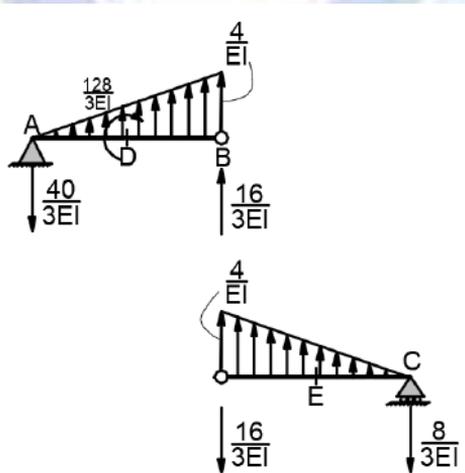
إيجاد مخطط عزم الانعطاف:



ويكون الجائز البديل:

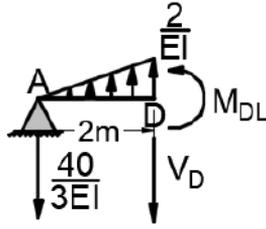


تتم إضافة العزم الخارجي M_D عند المقطع المطلوب لتحقيق توازن الجائز البديل (بافتراضه مع عقارب الساعة). إيجاد M'_D .

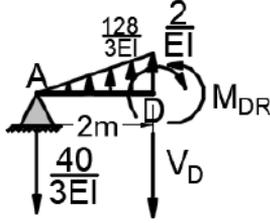


وتكون معادلات العزم على الجائز البديل:

العزوم في النقاط **D, E, B**:

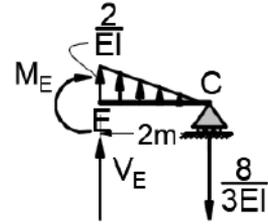


$$M_{D_L} = \frac{2}{EI} \left(\frac{2}{3} \right) - \frac{40}{3EI} \times 2 = -\frac{76}{3EI}$$

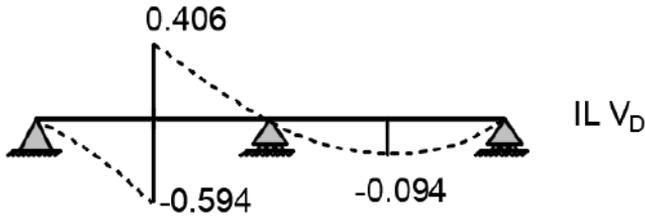


$$M_{D_R} = \frac{2}{EI} \left(\frac{2}{3} \right) + \frac{128}{3EI} - \frac{40}{3EI} \times 2 = -\frac{52}{3EI}$$

$$M_E = \frac{2}{EI} \left(\frac{2}{3} \right) - \frac{8}{3EI} \times 2 = -\frac{4}{EI}$$

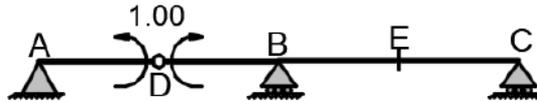


بتقسيم القيم على $3/126$ يتم الحصول على خط التأثير في النقاط الشهيرة.

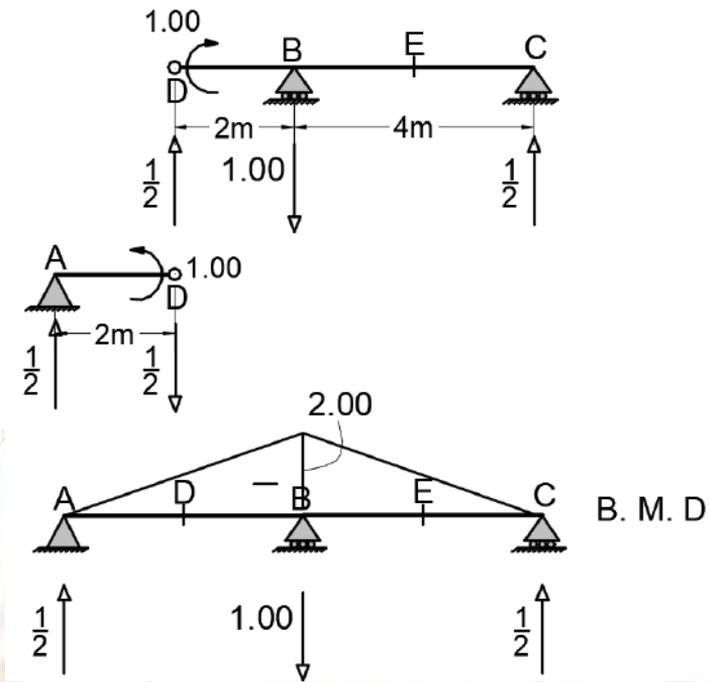


2- خط تأثير عزم الانعطاف في المقطع **D**:

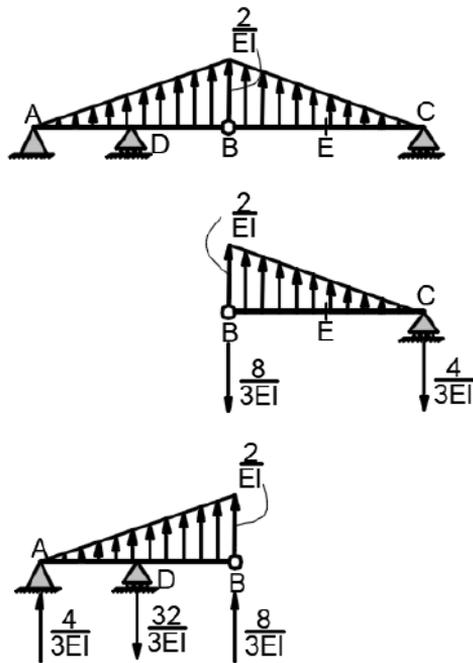
بالطريقة الكلاسيكية يتم تحرير عزم الانعطاف في المقطع والتعويض بمزدوجة عزم واحدة:



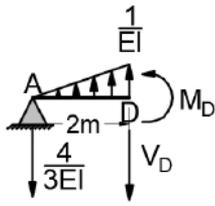
يتم إيجاد ردود الأفعال ورسم مخطط عزم الانعطاف للجائز:



بالتحميل على الجائز البديل وإيجاد ردود الأفعال:

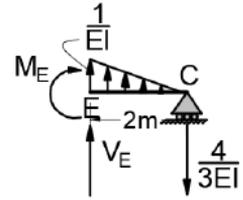


وتكون معادلات العزوم وقيم العزوم في D, E:

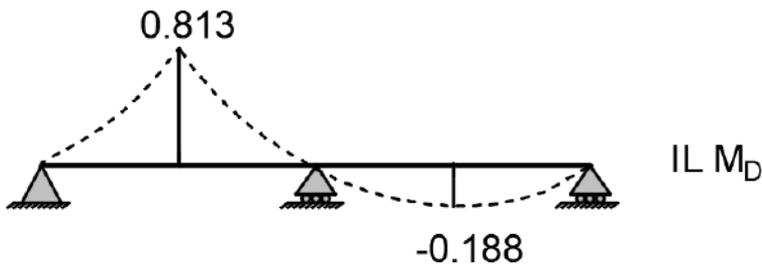


$$M_D = \frac{1}{EI} \left(\frac{2}{3} \right) - \frac{4}{EI} \times 2 = \frac{36}{3EI}$$

$$M_E = \frac{1}{EI} \left(\frac{2}{3} \right) - \frac{4}{3EI} \times 2 = \frac{-2}{EI}$$

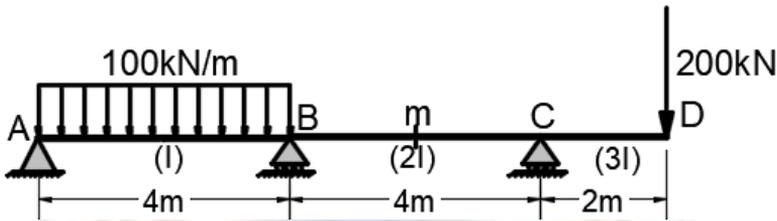


بتقسيم القيم على $\alpha = R_D = \frac{32}{3}$ يتم رسم خط التأثير.



مثال تطبيقي (4):

أوجد خط تأثير رد الفعل في المسند B والعزم والقوة القاطعة في المقطع m من الجائز المبين بالشكل، ثم أوجد القيم الناتجة عن الأحمال المبينة بالشكل:

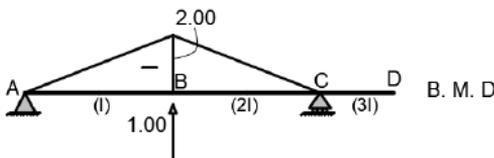


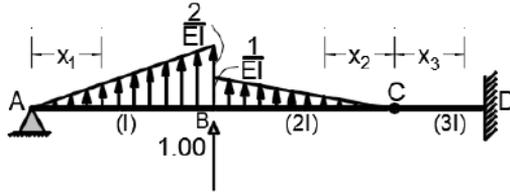
الحل:

1- خط تأثير رد الفعل في المسند B:

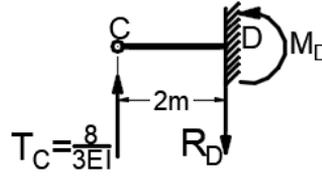
يتم تحرير رد الفعل والتعويض عنه بقوة واحدة، ويكون مخطط عزم الانعطاف كما هو مبين بالشكل.

بالتحميل على الجائز البديل:





$$\sum M_C = 0 \Rightarrow 8R_A = \frac{2}{EI} \frac{4}{2} \left(\frac{4}{3} + 4 \right) + \frac{1}{EI} \frac{4}{2} \left(\frac{2}{3} \times 4 \right) \Rightarrow R_A = \frac{10}{3EI}$$



$$+\uparrow: \sum F_y = 0 \Rightarrow T_C = \frac{2}{EI} \frac{4}{3} + \frac{1}{EI} \frac{4}{2} - R_A = 0 \Rightarrow T_C = \frac{8}{3EI}$$

$$\sum M_D = 0 \Rightarrow M_D = \frac{16}{3EI}; \sum F_y = 0; R_D = \frac{8}{3EI}$$

معادلات العزوم:

المجال الأول:

من التشابه:

$$\frac{q_{x1}}{2EI} = \frac{x_1}{4}; q_{x1} = \frac{2x_1}{4EI} = \frac{x_1}{2EI}$$

$$M_{x1} = \frac{x_1^3}{12EI} - \frac{10x_1}{3EI}; \quad x_1: 0 \rightarrow 4$$

المجال الثاني:

$$M_{x2} = \frac{x_2^3}{24EI} - \frac{8x_2}{3EI}; \quad x_2: 0 \rightarrow 4$$

المجال الثالث:

$$M_{x3} = \frac{8x_3}{3EI}; \quad x_3: 0 \rightarrow 2$$

قيمة الانتقال عند $x_1=4$:

$$M_{x1} = \Delta = \frac{-8}{EI}$$

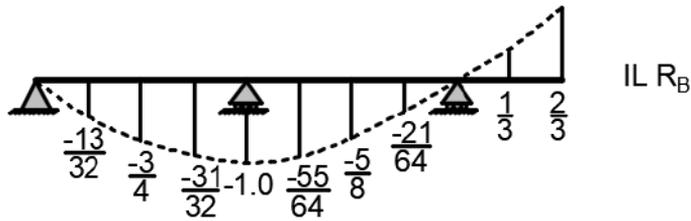
بتقسيم معادلات العزوم في المجالات الثلاث على Δ يتم الحصول على خط التأثير:

$$\eta_1 = \frac{10x_1}{24} - \frac{x_1^3}{96}$$

$$\eta_2 = \frac{x_2}{3} - \frac{x_2^3}{192}$$

$$\eta_3 = -\frac{x_3}{3}$$

المجال الثالث		المجال الثاني		المجال الأول	
x_3	η_3	x_2	η_2	x_1	η_1
0	0	0	0	0	0
1	-1/3	1	21/64	1	13/32
2	-2/3	2	5/8	2	3/4
		3	55/64	3	31/32
		4	1	4	1

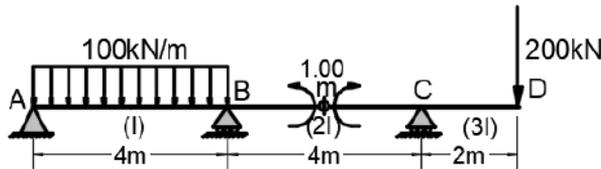


قيمة R_B :

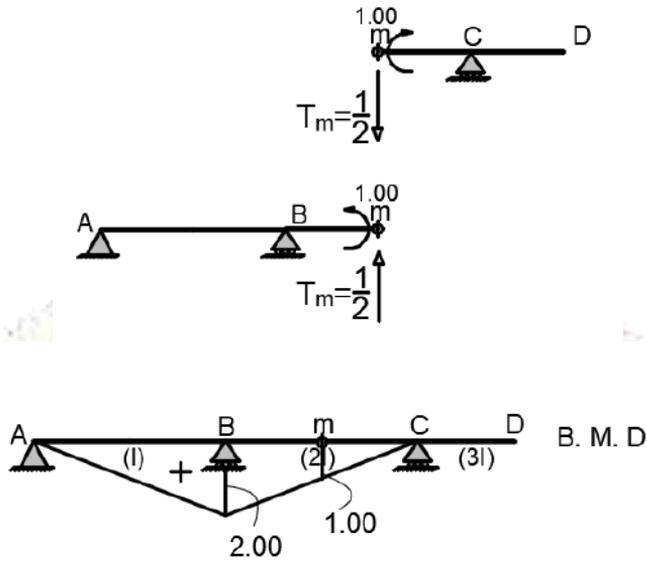
$$R_B = 200 \left(\frac{-2}{3} \right) + 100 \int_0^4 \left(\frac{10}{24} x_1 - \frac{x_1^3}{96} \right) dx$$

2- خط تأثير عزم الانعطاف في المقطع m :

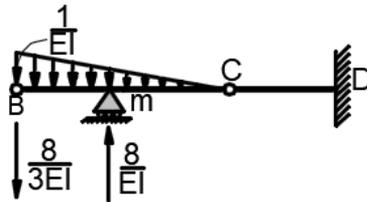
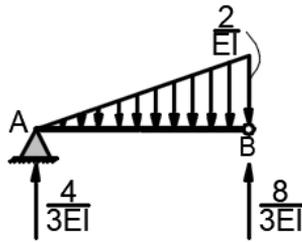
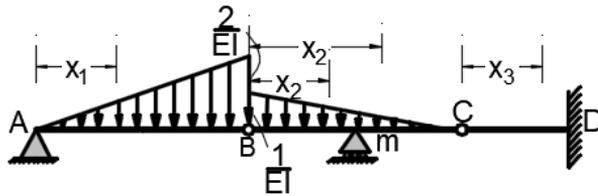
بتحرير العزم ووضع مزدوجة عزم واحد:



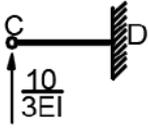
يتم رسم مخطط عزم الانعطاف:



بالتحميل على الجائز البديل:



$$\sum M_C = 0 \Rightarrow \frac{1}{EI} \frac{4}{2} \frac{2}{3} \times 4 - \frac{8}{3} \frac{4}{EI} = 2R_m \Rightarrow R_m = \frac{8}{EI}$$



$$+\uparrow: \sum F_y = 0 \Rightarrow T_c = R_m - \frac{8}{3EI} - \frac{4}{2EI} \Rightarrow T_c = \frac{10}{3EI}$$

معادلات العزوم: المجال الأول:

$$M_{x_1} = \frac{4x_1}{3EI} - \frac{2x_1^3}{24EI}; \alpha = R_m = \frac{8}{EI}; \quad x_1: 0 \rightarrow 4$$

$$\eta_1 = -\frac{x_1^3}{96} + \frac{x_1}{6}$$

المجال الثاني:

$$M_{x_2} = -\frac{10x_2}{3EI} - \frac{x_2^3}{2EI} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}; \quad x_2: 0 \rightarrow 2$$

$$\eta_2 = -\frac{x_2^3}{192} - 10\frac{x_2}{24}$$

المجال الثالث:

$$\eta_3 = 5\frac{x_3}{12} \quad M_{x_3} = \frac{10x_3}{3EI}; \quad x_3: 0 \rightarrow 2$$

المجال الرابع:

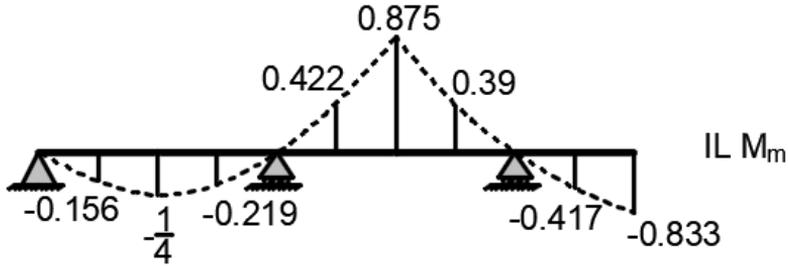
$$(M_{x_2})_4 = -\frac{10x_2}{24EI} - \frac{x_2^3}{192EI} + \frac{(x_2-2)}{EI}; \quad x_2: 2 \rightarrow 4$$

$$\eta_4 = -\frac{1}{192}x_2^3 + (x_2-2) - \frac{10}{24}x_2$$

يتم إيجاد القيم بحسب المجالات:

المجال الرابع		المجال الثالث		المجال الثاني		المجال الأول	
x_2	η_3	x_2	η_3	x_2	η_2	x_1	η_1
2	-0.875	0	0	0	0	0	0
3	-0.39	1	0.417	1	-0.422	1	0.1563
4	0	2	0.8333	2	-0.875	2	0.25
						3	0.2188
						4	0

يُلاحظ أن خط التأثير في المقطع m سالب وبما أنه يجب أن يكون موجباً فهذا يعني أن خط التأثير معكوس بكامله ومن ثمّ يتم جداء القيم بالرقم (-1).



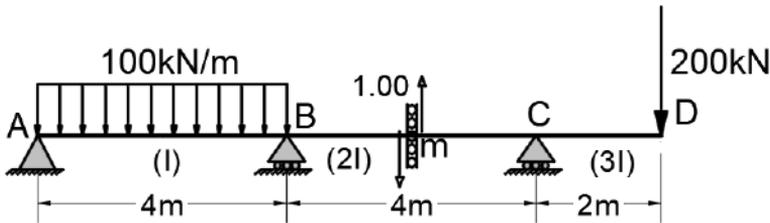
قيمة M_m :

$$x_3 = 2; \eta_3 = -0.833$$

$$M_m = 200(-0.833) + 100 \int_0^4 \left(\frac{x_1^3}{96} - \frac{x_1}{6} \right) dx \Rightarrow M_m = -233.27$$

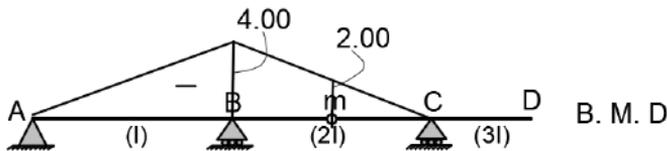
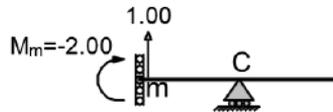
3- القوة القاطعة في المقطع m :

يتم تحرير القوة القاطعة والتعويض بقوة قاطعة واحدة عند المقطع m .

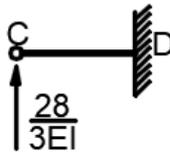
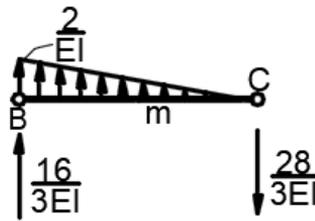
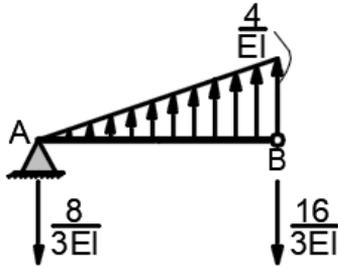
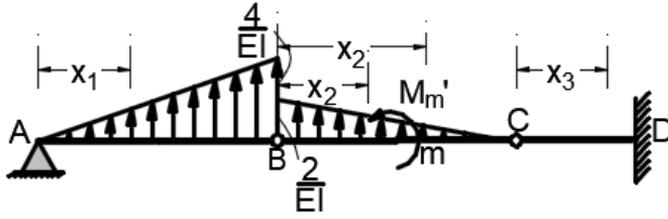


يتم رسم مخطط عزم الانعطاف:

$$\sum M_C = 0; M_m = -2$$



بالتحميل على الجائز البديل:



$$\sum M_A = 0; T_B = \frac{16}{3EI}$$

$$\sum M_B = 0; T_A = \frac{8}{3EI}$$

$$\sum F_y = 0; T_C = \frac{28}{3EI}$$

معادلات العزوم:

المجال الأول AB:

$$M_{x_1} = -\frac{8x_1}{3EI} + \frac{x_1^3}{6EI}; \quad x_1 : 0 \rightarrow 4$$

$$\eta_1 = -0.0833x_1 + 0.0062x_1^3$$

المجال الثاني **CM**:

$$M_{x_2} = -\frac{28x_2}{3EI} + \frac{x_2^3}{12EI}; \quad x_2 : 0 \rightarrow 2$$

$$\eta_2 = 0.002604x_2^3 - 0.092x_2$$

المجال الثالث **CD**:

$$M_{x_3} = \frac{28x_3}{3EI}; \quad x_3 : 0 \rightarrow 2$$

$$\eta_3 = 0.2916x_3$$

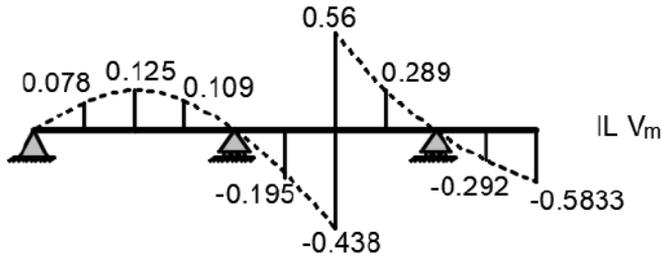
يتوازن الجائز البديل بإضافة عزم M'_m وهو يمثل الانتقال في **m**:

$$\sum M_c = 0; M'_m = \frac{2}{EI} \times \frac{4}{2} \times \frac{4}{3} \times 4 + \frac{16}{3} \times \frac{1}{EI} \times 4 \Rightarrow M'_m = \frac{32}{EI}$$

المجال الرابع **BM**:

$$(M_{x_2})_4 = -\frac{28x_2}{3EI} + \frac{x_2^3}{12EI} + M'_m; \quad x_2 : 2 \rightarrow 4$$

$$\eta_4 = 0.002604x_2^3 - 0.292x_2 + 1$$



تم جداء المعادلات بالقيمة (-1) للحصول على خط التأثير المطلوب.



الفصل الثالث

التحليل اللدن في المنشآت

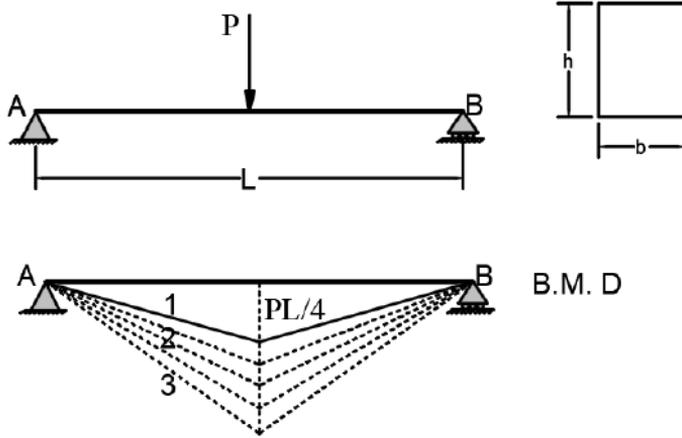
Plastic Analysis

1-3 مقدمة:

تم التركيز في مقررات ميكانيك الإنشاءات حتى الآن على التحليل المرن. وقد كان مبدأ تنضد الآثار قابلاً للتطبيق. لكن التحليل المرن لا يُعطي تصوراً كافياً عن الحمولات التي تؤدي إلى انهيار المنشأ. إن المنشأ غير المقرر يصمد تحت تأثير حمولات أكبر من المنشأ المقرر. بتعبير آخر يبقى المنشأ صامداً حتى يستهلك كل درجات عدم التقرير. في التحليل اللدن يتم معرفة آلية الانهيار الحقيقي وكذلك الأمر معرفة هامش الأمان بين الحمولة المرنة وحمولة الانهيار.

2-3 السلوك اللدن في المنشآت المقررة Plastic Behavior of Determinate Structures:

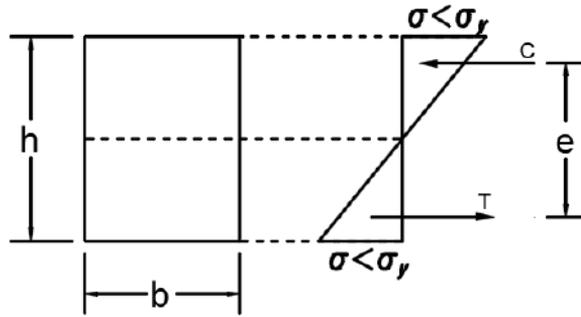
باعتقاد الجائز البسيط ذي المقطع المستطيل المبين بالشكل (1-3)، المحمل بحمولة قدرها P . يكون مخطط عزم الانعطاف بشكل مثلثي بقيمة عظمى قدرها $PL/4$. بزيادة الحمولة يزداد التشوه حتى يتم الوصول إلى مرحلة يتشكّل فيها مفصل لدن عند أكبر قيمة للعزم على الجائز. تتم دراسة كل من الحالة رقم (1) وهي ضمن المرحلة المرنة. والحالة (2) وهي تمثل مرحلة تشكّل المفصل اللدن.



الشكل (1-3) السلوك اللدن في المنشآت المقررة

1- المرحلة المرنة Elastic Stage:

في هذه المرحلة يكون مخطط الإجهاد كما في الشكل (2-3):



الشكل (2-3) الإجهادات المرنة في مقطع مستطيل متجانس

العزم الداخلي:

$$M = C \times e = \left[\sigma \frac{h}{2} \frac{1}{2} b \right] \frac{2}{3} h = \sigma \frac{bh^2}{6}$$

يُسمى المعامل $S = \frac{bh^2}{6}$ بمعامل المقطع المرن حيث:

$$S = \frac{I}{y} = \frac{bh^3}{12} \div \frac{h}{2} = \frac{bh^2}{6}$$

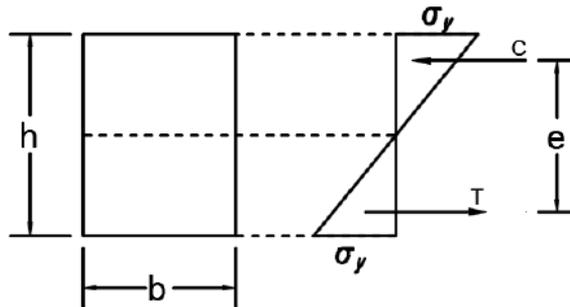
أ: عزم عطالة المقطع حول محور مار من مركز ثقل المقطع (المحور المحايد).

ب: بعد أقصى ليف عن المحور المحايد.

2- نهاية المرحلة المرنة وبداية تشكل المفصل اللدن **Plastic Stage**:

في هذه المرحلة يكون الليف العلوي قد وصل إلى مرحلة التلدن ويكون مخطط الإجهاد كما في

الشكل(3-3):



الشكل (3-3) نهاية مرحلة الإجهادات المرنة في مقطع مستطيل متجانس

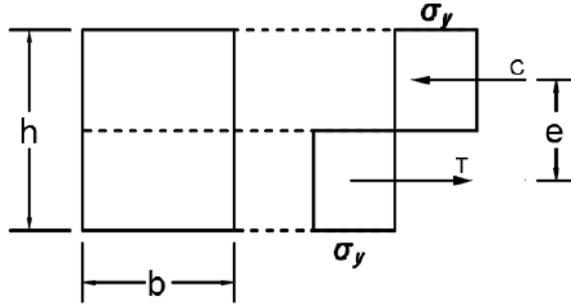
العزم الداخلي:

$$M = M_y, \sigma = \sigma_y$$

$$M_y = C \times e = \left[\sigma_y \frac{h}{2} \frac{1}{2} b \right] \frac{2}{3} h = \sigma_y \frac{bh^2}{6}$$

3- المفصل اللدن **Plastic Hinge**:

في هذه المرحلة يكون كامل المقطع قد وصل إلى مرحلة التلدن، بتعبير آخر الإجهادات في جميع الألياف وصلت إلى إجهاد الخضوع.



الشكل (3-4) الإجهادات اللدنة في مقطع مستطيل متجانس

$$M = M_p, \sigma = \sigma_y$$

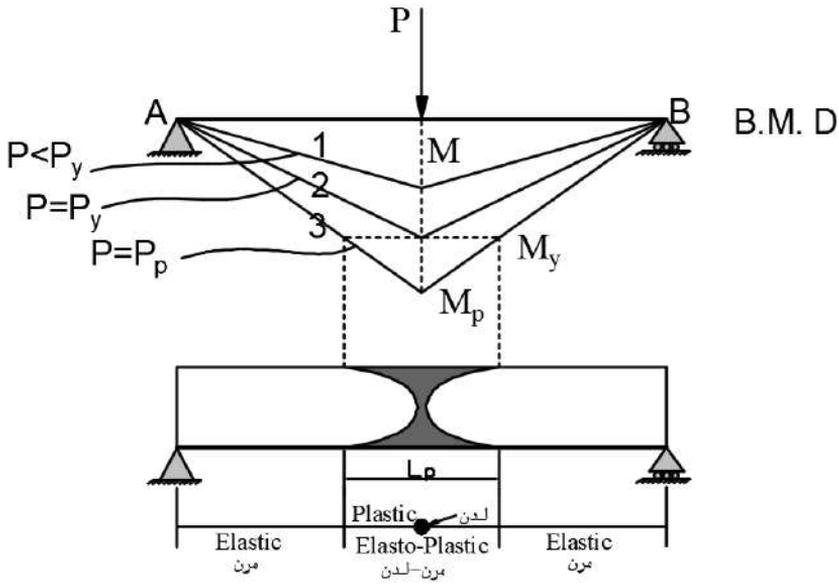
$$M_p = C \times e = \left[\sigma_y \frac{h}{2} b \right] \frac{1}{2} h = \sigma_y \frac{bh^2}{4}$$

يُسمى المعامل $Z = \frac{bh^2}{4}$ بمعامل المقطع اللدن حيث:

$$Z = \int y dA$$

dA : مساحة تفاضلية.

y: بعد الليف عن المحور المحايد.



الشكل (3-5) مراحل تشكل المفصل اللدن

- في المقاطع المتناظرة بالنسبة إلى المحور المحايد:
في هذه الحالة ينطبق المحور اللدن على المحور المحايد.
تكون معادلة معامل المقطع اللدن:

$$Z = 2Q$$

Q: العزم الستاتيكي لنصف المقطع (الجزء الواقع فوق أو تحت المحور اللدن) حول المحور المحايد.

- في المقاطع غير المتناظرة:
يجب إيجاد موقع المحور اللدن، الذي يختلف هنا عن المحور المحايد. ويعرف المحور اللدن بأنه محور تساوي المساحات.

كنتيجة لما سبق تكون معادلة العزم المرن - عند نهاية مرحلة المرونة:

$$M_y = \sigma_y S$$

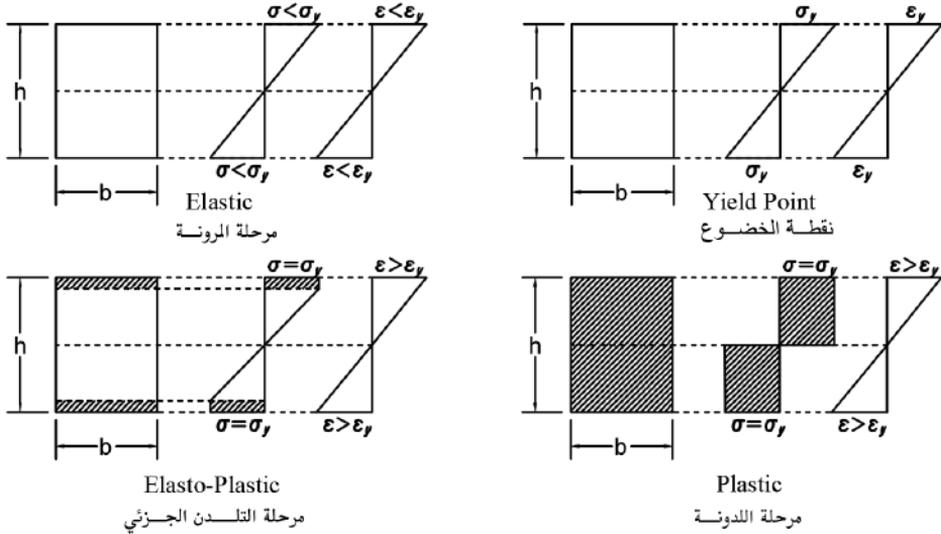
و تكون معادلة العزم اللدن - عند المفصل اللدن:

$$M_p = \sigma_y Z$$

إن النسبة بين العزمين **f** تسمى عامل الشكل **Shape Factor** ويساوي:

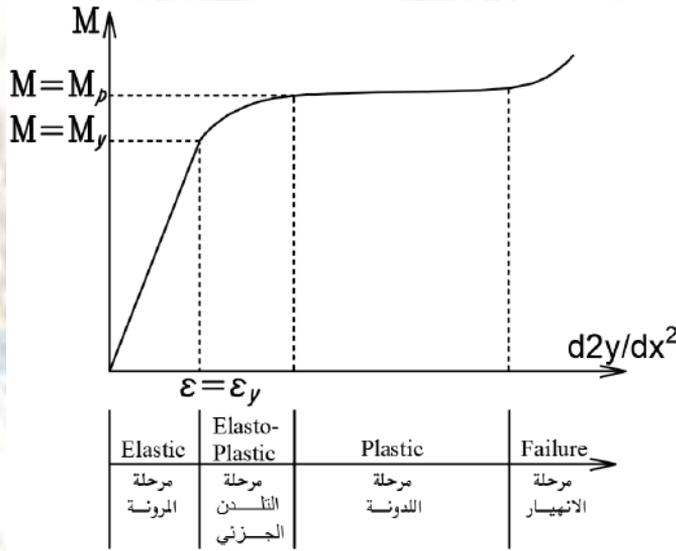
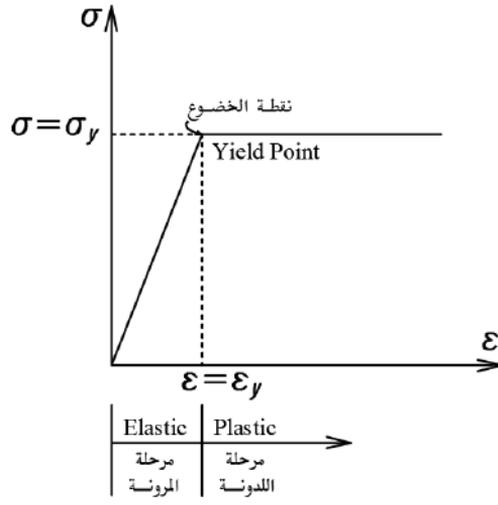
$$f_s = \frac{M_p}{M_y} = \frac{Z}{S}$$

يُلخّص الشكل (6-3) مراحل مخطط الإجهاد والانفعال على المقطع الواقع عند العزم الأعظم ابتداءً من مرحلة المرونة مروراً بمرحلة التلدن الجزئي وانتهاءً بمرحلة التلدن الكامل (مفصل لدن).



الشكل (6-3) مراحل الإجهادات والانفعالات للوصول إلى المفصل اللدن

ويمكن لفظ هذا المراحل على مخطط الإجهاد - الانفعال ومخطط العزم - الانحناء.



الشكل (7-3) مخطط إجهاد انفعال ومخطط العزم مع التشوه

يأخذ عامل الشكل القيم الواردة في الجدول (1-3) حسب المقطع:

الجدول (1-3) قيم عامل الشكل حسب المقطع

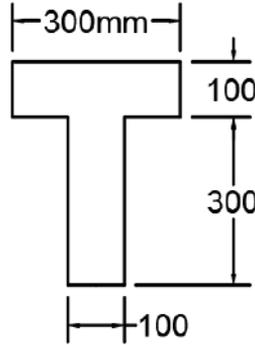
عامل الشكل f_s	شكل المقطع العرضي
1.5	مقطع مستطيل
1.7	مقطع دائري
2	مقطع معين

1.0-1.15	مقطع بشكل I
1.27	مقطع أنبوبي حلقي

مثال تطبيقي (1):

أوجد العزم المرن الذي يتحمله المقطع والعزم اللدن ثم عامل الشكل، علماً بأن

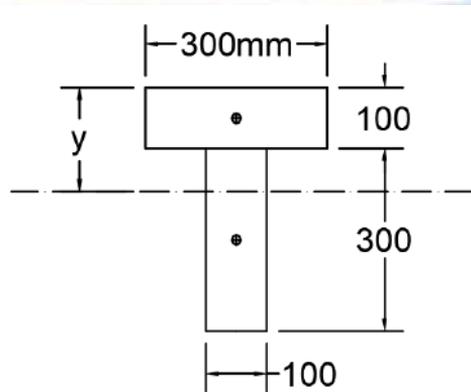
$$\sigma_y = 240MPa$$



الحل:

1- العزم المرن الذي يتحمله المقطع:

تحديد موقع المحور المحايد: بأخذ العزم الستاتيكي (عزم المساحة) حول محور مار من الليف العلوي:



$$y = \frac{\sum A_i y_i}{\sum A}$$

المساحة الكلية:

$$A = 300 \times 100 + 300 \times 100 = 60000 \text{ mm}^2$$

$$y = \frac{300 \times 100 \times 50 + 300 \times 100 \times 250}{6000} = 150 \text{ mm}$$

ويكون عزم العطالة حول المحور المحايد:

$$I = \frac{300 \times 100^3}{12} + 300 \times 100 \times 100^2 + \frac{300^3 \times 100}{12} + 300 \times 100 \times 100^2 = 850 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

معامل المقطع المرن:

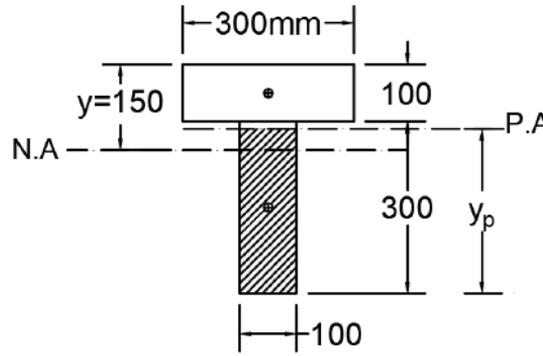
$$S = \frac{I}{y_{\max}} = \frac{850 \times 10^6}{250} = 3.4 \times 10^6 \text{ mm}^3$$

ويكون العزم المرن الذي يتحمّله المقطع:

$$M_y = \sigma_y \times S = 816 \times 10^6 \text{ N.mm} = 816 \text{ kN.m}$$

2- العزم اللدن:

تحديد المحور اللدن (محور تساوي المساحات):

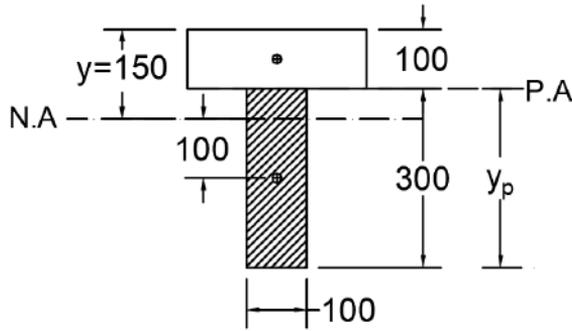


نصف المساحة تساوي:

$$y_p \times 100 = \frac{A}{2} = 30000 \Rightarrow y_p = 300 \text{ mm}$$

ويكون المحور اللدن أسفل الجناح وتكون المسافة بين المحور اللدن والمحور المحايد مساويةً **50mm**.

العزم الستاتيكي لنصف المساحة حول المحور المحايد:



$$Q = 30000 \times 100 = 3 \times 10^6 \text{ mm}^3$$

معامل المقطع اللدن:

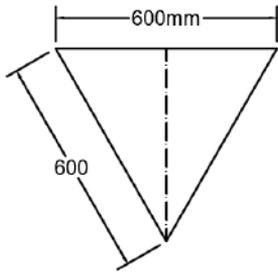
$$Z = 2Q = 6 \times 10^6 \text{ mm}^3$$

العزم اللدن:

$$M_p = \sigma_y \times Z = 6 \times 10^6 \times 240 = 1440 \times 10^6 \text{ N.mm} = 1440 \text{ kN.m}$$

$$f_s = \frac{M_p}{M_y} = 1.76$$

مثال تطبيقي (2):



أوجد العزم المرن الذي يتحمله مقطع الجائز المبين بالشكل حيث يمثل مثلثاً متساوي الأضلاع، وأوجد العزم اللدن ثم عامل الشكل، علماً بأن $\sigma_y = 250 \text{ Mpa}$

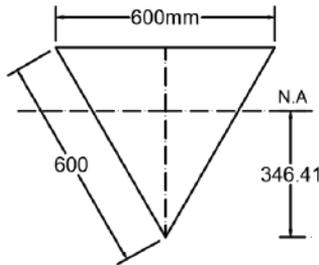
$$\sigma_y = 250 \text{ Mpa}$$

الحل:

1- العزم المرن الذي يتحمله المقطع:

بما أن المثلث متساوي الأضلاع فإن المحور المحايد

(المر بمرکز الثقل) يقع على مسافة قدرها $200\sqrt{3}$ من رأس المثلث السفلي.



ويكون عزم العطالة حول المحور المحايد:

$$I = \frac{600 \times (300\sqrt{3})^3}{36} = 2338.3 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

معامل المقطع المرن:

$$S = \frac{I}{y_{\max}} = \frac{850 \times 10^6}{200\sqrt{3}} = 6.75 \times 10^6 \text{ mm}^3$$

ويكون العزم المرن الذي يتحمّله المقطع:

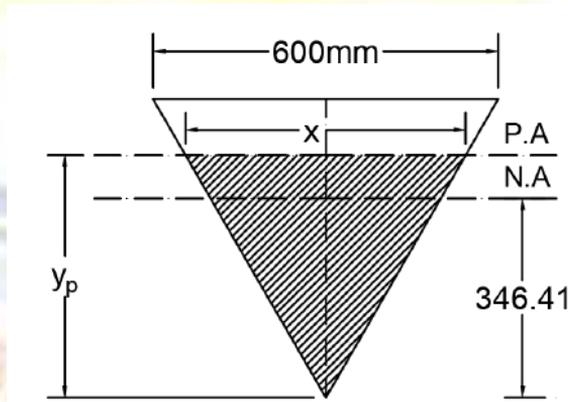
$$M_y = \sigma_y \times S = 1687.5 \times 10^6 \text{ N.mm} = 1687.5 \text{ kN.m}$$

1- العزم اللدن:

تحديد المحور اللدن (محور تساوي المساحات):

المساحة الكلية:

$$A = 600 \times \frac{300\sqrt{3}}{2} = 90000\sqrt{3} \text{ mm}^2$$



يتم إيجاد x من تشابه المثلثين: المثلث المهشّر والمقطع كاملاً:

$$\frac{600}{x} = \frac{300\sqrt{3}}{y_p} \Rightarrow x = \frac{2y_p}{\sqrt{3}}$$

المساحة المهشّرة تساوي نصف المساحة:

$$\frac{A}{2} = \frac{x \cdot y_p}{2} = \frac{2y_p}{\sqrt{3}} \cdot \frac{y_p}{2} = \frac{y_p^2}{\sqrt{3}}$$

$$45000\sqrt{3} = \frac{y_p^2}{\sqrt{3}}$$

$$y_p = 367.4mm$$

العزم الستاتيكي ل نصف المساحة حول المحور المحايد:

$$Q = \frac{A}{2} \left(200\sqrt{3} - \frac{2}{3} y_p \right) = 45000\sqrt{3} \times 101.47 = 7.91 \times 10^6 mm^3$$

معامل المقطع اللدن:

$$Z = 2Q = 15.82 \times 10^6 mm^3$$

العزم اللدن:

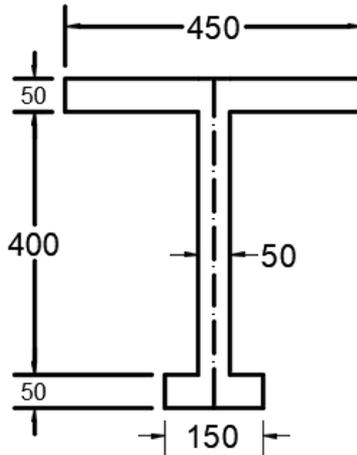
$$M_p = \sigma_y \times Z = 15.82 \times 10^6 \times 250 = 3954.5 \times 10^6 N.mm = 3954.5 kN.m$$

$$f_s = \frac{M_p}{M_y} = 2.343$$

مثال تطبيقي (3):

أوجد أكبر عزم مرن وأكبر عزم لدن يتحمّله المقطع المبين بالشكل ثم احسب عامل الشكل:

$$\sigma_y = 120Mpa$$



الحل:

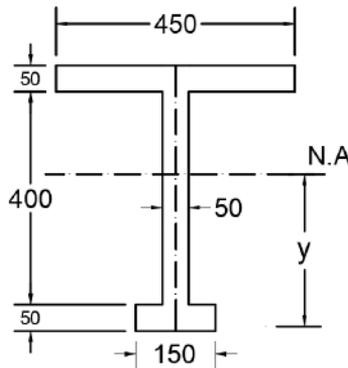
1- العزم المرن الذي يتحمّله المقطع:

تحديد موقع المحور المحايد: بأخذ العزم الستاتيكي (عزم المساحة) حول محور مار من الليف السفلي:

$$y = \frac{\sum A_i y_i}{\sum A}$$

$$A = 150 \times 50 + 400 \times 50 + 50 \times 450 = 50000 \text{ mm}^2$$

$$y = \frac{150 \times 50 \times 25 + 400 \times 250 \times 50 + 450 \times 475 \times 50}{50000} = 317.5 \text{ mm}$$



ويكون عزم العطالة حول المحور المحايد:

$$I = \left[\frac{150 \times 50^3}{12} + 150 \times 50 \times (317.5 - 25)^2 \right] + \left[\frac{50 \times 400^3}{12} + 50 \times 400 \times (317.5 - 250)^2 \right] + \left[\frac{450 \times 50^3}{12} + 450 \times 50 \times (182.5 - 25)^2 \right] = 1562.23 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

معامل المقطع المرن:

$$S = \frac{I}{y_{\max}} = \frac{1562.23 \times 10^6}{317.5} = 4.92 \times 10^6 \text{ mm}^3$$

ويكون العزم المرن الذي يتحمّله المقطع:

$$M_y = \sigma_y \times S = 590.4 \times 10^6 \text{ N.mm} = 590.4 \text{ kN.m}$$

2- العزم اللدن:

تحديد المحور اللدن (محور تساوي المساحات):

المساحة الكلية:

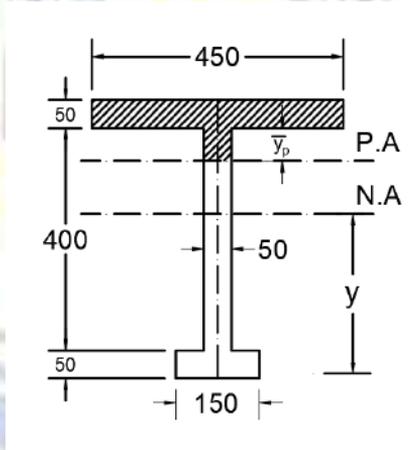
$$A = 25000 \text{ mm}^2$$

بفرض محور تساوي المساحات واقع في الجذع:

نصف المساحة تساوي:

$$\frac{A}{2} = 25000 = 450 \times 50 + 50 \bar{y}_p \Rightarrow \bar{y}_p = 50 \text{ mm}$$

ويكون المحور اللدن أسفل الجناح وتكون المسافة بين المحور اللدن والمحور المحايد مساويةً 50 mm .
العزم الستاتيكي لنصف المساحة حول المحور المحايد:



$$Q = 450 \times 50(500 - 317.5 - 25) + 50 \times 50(500 - 317.5 - 75) = 3.813 \times 10^6 \text{ mm}^3$$

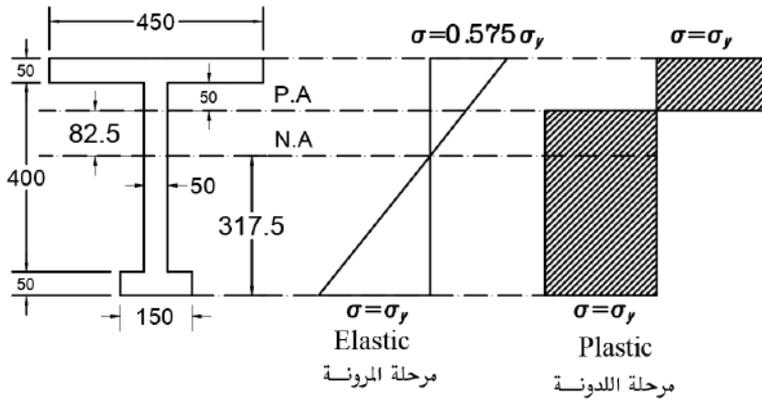
معامل المقطع اللدن:

$$Z = 2Q = 7.625 \times 10^6 \text{ mm}^3$$

العزم اللدن:

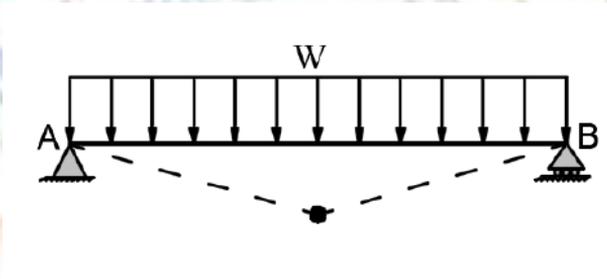
$$M_p = \sigma_y \times Z = 7.625 \times 10^6 \times 120 = 915 \times 10^6 \text{ N.mm} = 915 \text{ kN.m}$$

$$f_s = \frac{M_p}{M_y} = 1.548$$



3-3 السلوك اللدن في المنشآت غير المقررة Plastic Behavior of Indeterminate Structures:

إن العزم المقاوم اللدن M_p هو أكبر قيمة لعزم الانعطاف في مقطع ما وصل إلى مرحلة المفصل اللدن. يحصل انهيار عنصر ما أو منشأ ما بالكامل عند تشكل مجموعة من المفاصل اللدنة في أماكن معينة. يحدّد عدد المفاصل اللدنة اللازمة لحدوث الانهيار يساوي درجة عدم التقرير في العنصر مضافاً إليها الرقم واحد. هذا يعني أن العناصر المقررة تحتاج إلى مفصل لدن واحد لحدوث الانهيار. مثلاً إن درجة عدم التقرير في الجائز البسيط المبين بالشكل (8-3) تساوي الصفر. حيث تمّ إهمال التشوهات المحورية في الجوائز.



الشكل (8-3) انهيار جائز بسيط

$$m = r - (c + 2) = 2 - (0 + 2) = 0$$

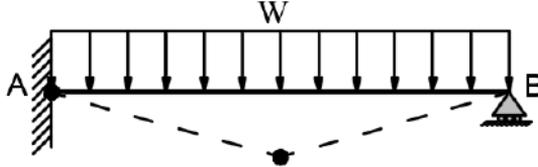
m : درجة عدم التقرير.

c : عدد المفاصل الخارجية.

r : ردود الأفعال.

بالنتيجة عدد المفاصل اللدنة اللازمة للانهيار يساوي $N = m + 1 = 1$

بزيادة درجة عدم التقرير كما في الجائز الظفري المبين بالشكل (9-3):

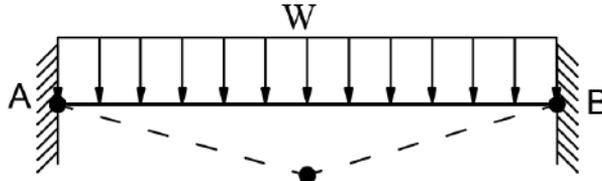


الشكل (9-3) انهيار جائز بسيط موثوق من طرف

$$m = r - (c + 2) = 3 - (0 + 2) = 1$$

يكون عدد المفاصل اللدنة المؤدية للانهايار مساوياً لاثنتين. $N = m + 1 = 2$.

أيضاً بزيادة درجة عدم التقرير درجة أخرى بجعل الجائز موثوقاً من الطرفين يكون:



الشكل (10-3) انهيار جائز بسيط موثوق من الطرفين

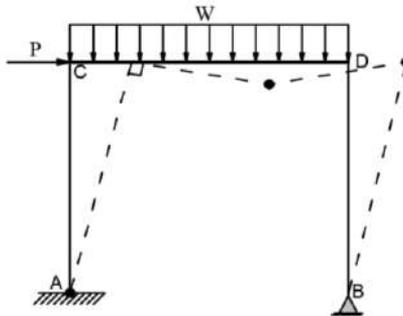
$$m = r - (c + 2) = 4 - (0 + 2) = 2$$

يكون عدد المفاصل اللدنة المؤدية للانهايار مساوياً لثلاثة.

$$N = m + 1 = 3$$

باعتقاد الإطار المبين بالشكل (11-3) يُلاحظ أن درجة عدم التقرير:

$$m = (3b + r) - (3j + c) = (3 \times 3 + 5) - (3 \times 4 + 0) = 2$$



الشكل (11-3) انهيار إطار

3-4 تشكّل المفاصل اللدنة Formation of Plastic Hinges

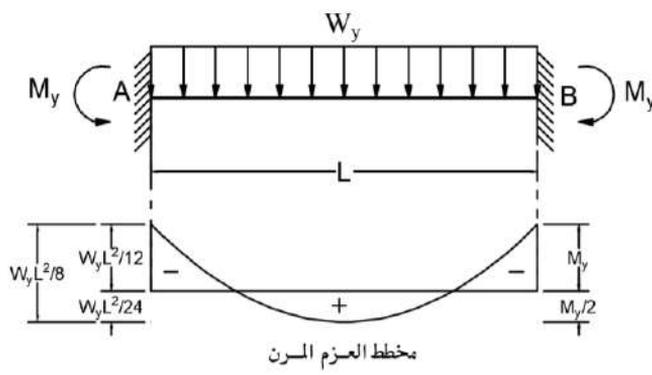
يُلاحظ بدراسة جانز موثوق من الطرفين محمّل بحمولة شاقولية موزّعة بانتظام أن الجانز يمر

بالمراحل التالية أثناء عملية زيادة الحمولة:

أ. المرحلة المرنة: حيث كون توزيع العزوم على كامل الجانز بشكل مرّن. ويبقى هذا التوزيع مرناً حتى الوصول إلى أكبر حمولة مرنة W_y ويكون عندها العزم في الوثاقتين مساوياً إلى

$$M_A = M_B = \frac{W_y L^2}{12} = M_y$$

$$W_y = \frac{12M_y}{L^2} = \frac{12\sigma_y}{L^2} S \quad \text{وتكون قيمة الحمولة المرنة } W_y:$$



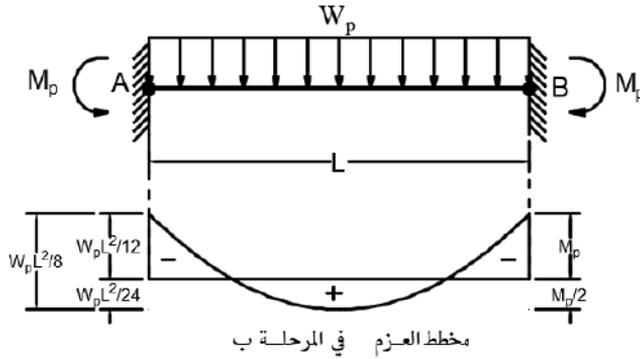
الشكل (3-12) مخطط العزم المرّن في جانز موثوق من الطرفين

ب. مرحلة تشكّل المفصل اللدن في الوثاقتين - المرحلة الوسطى:

يتشكّل بزيادة الحمولة مفصلان لدنان في الوثاقتين **A, B** ويكون العزم فيهما مساوياً العزم اللدن

M_p :

$$M_A = M_B = \frac{W_p L^2}{12} = M_p$$



الشكل (3-13) مخطط العزم في المرحلة ب في جائز موثوق من الطرفين

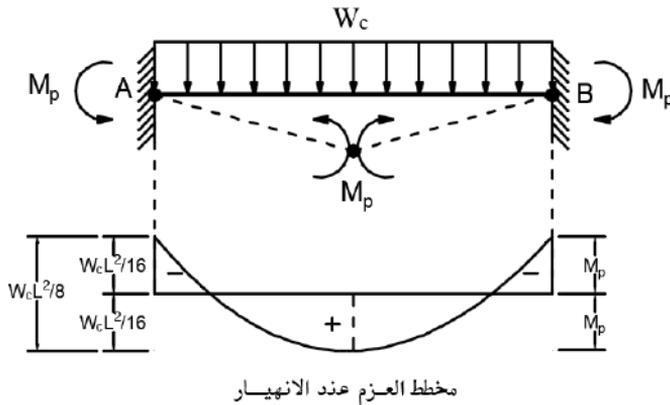
وتكون قيمة الحمولة اللدنة W_p :
$$W_p = \frac{12M_p}{L^2} = \frac{12\sigma_y}{L^2} Z$$

في هذه المرحلة تتشكل المفاصل اللدنة عند أكبر عزم في مخطط العزم المرن وبسبب التناظر يحدث في الوثاقتين معاً، إلا أنها لا تسبب الانهيار لأن عدد المفاصل اللدنة أقل من العدد اللازم للانهيار وهو $m+1=3$. في حين أصبح الجانز يتصرف كجانز بسيط مقرر.

ج. مرحلة الانهيار:

بزيادة الحمولة يتشكل مفصل ثالث عند العزم الأعظم التالي وهو في منتصف المجاز ويكون:

$$M_A = M_B = M_C = \frac{W_c L^2}{16} = M_p$$



الشكل (3-14) مخطط العزم عند الانهيار

وتكون الحمولة عند الانهيار **Collapse Load**:

$$W_c = \frac{16M_p}{L^2} = \frac{16\sigma_y}{L^2} Z$$

إن النسبة بين حمولة الانهيار والحمولة المرنة تسمى عامل الانهيار **Collapse Factor**:

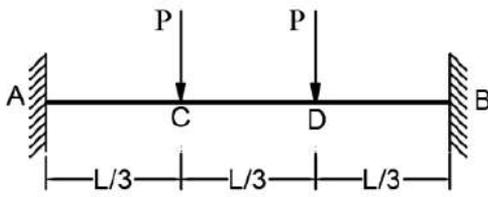
$$f_c = \frac{W_c}{W_y} = \frac{16\sigma_y}{12L^2} \frac{L^2 Z}{\sigma_y S} = \frac{4Z}{3S}$$

يسمى $f_r = \frac{4}{3}$ عامل إعادة توزيع العزوم. يُلاحظ أنه هناك هامش أمان قدره **33.33%**. ويكون:

$$f_c = f_r \times f_s$$

أي أن عامل الانهيار يساوي جداء عامل توزيع العزوم بعامل الشكل.

مثال تطبيقي:

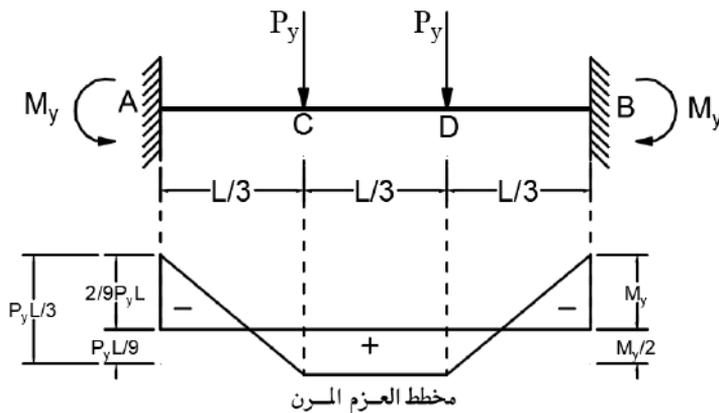


ادرس تشكّل المفاصل اللدنة وإعادة توزيع العزوم في الجائز المبيّن بالشكل، ثم احسب عامل إعادة توزيع العزوم:

الحل:

أ. المرحلة المرنة:

تكون الحمولة هي أكبر حمولة في مرحلة المرونة P_y ويكون مخطط العزم هو مخطط العزم المرن:



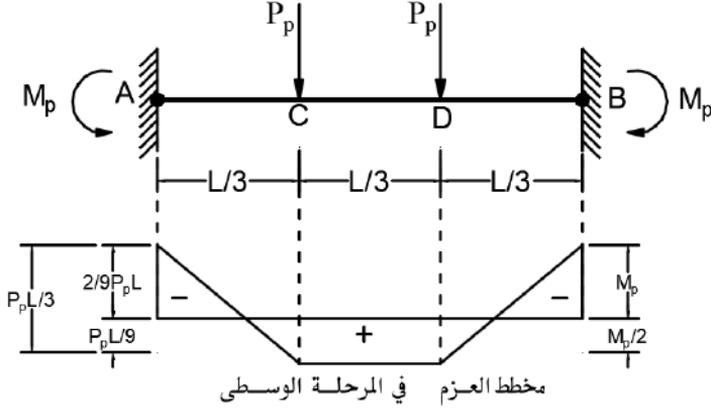
$$M_A = M_B = \frac{2}{9} P_y L = M_y$$

وتكون الحمولة المرنة:

$$P_y = 4.5 \frac{M_y}{L} = 4.5 \sigma_y \frac{S}{L}$$

ب. المرحلة الوسطى:

يتشكل مفصلان لدنان في الوثاقتين **A, B**:



$$M_A = M_B = \frac{2}{9} P_p L = M_p$$

وتكون الحمولة اللدنة:

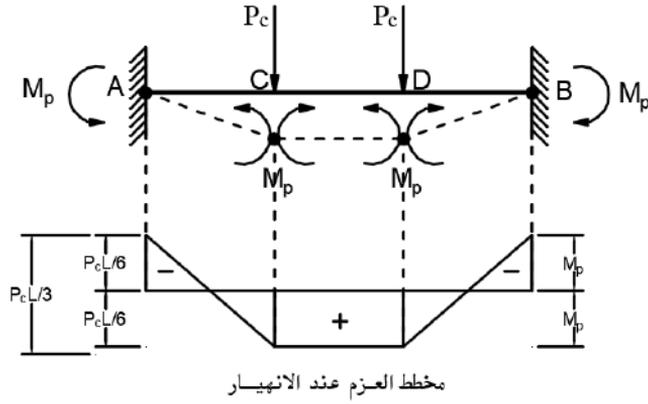
$$P_p = 4.5 \frac{M_p}{L} = 4.5 \sigma_y \frac{Z}{L}$$

ج. مرحلة الانهيار:

يتشكل مفصلان لدنان في كل من **C, D** بسبب التناظر ويكون:

$$2M_p = \frac{P_c L}{3}$$

$$P_c = \frac{6M_p}{L} = \frac{6\sigma_y Z}{L}$$



ويكون عامل الانهيار:

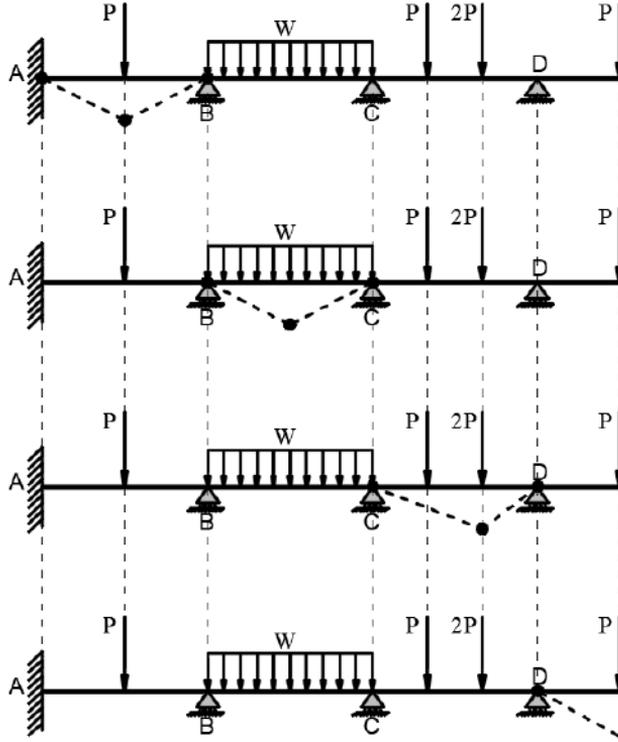
$$f_c = \frac{P_c}{P_y} = \frac{6}{4.5} \frac{\sigma_y}{L} \frac{L}{\sigma_y} \frac{Z}{S} = \frac{4}{3} \frac{Z}{S} = \frac{4}{3} f_s$$

عامل إعادة توزيع العزوم:

$$f_r = \frac{4}{3}$$

3-5 التحليل اللدن للجوائز المستمرة:

بخصوص الجوائز المستمرة من الممكن أن ينهار جزء من الجائز في حين تبقى بقية أجزاء الجائز مستقرة. في هذه الحالة لا يحدث الانهيار الكلي وعدد المفاصل اللدنة أقل من درجة عدم التقرير مضافاً إليها الرقم واحد $m+1$ وهذا واضح في المثال المبين بالشكل (3-15):



الشكل (3-15) التحليل اللدن للجوائز المستمرة

حيث إنَّ درجة عدم التقرير في هذا الجائز تساوي بإهمال التشوهات المحورية:

$$m = r - (c + 2) = 5 - 2 = 3$$

ويكون عدد المفاصل اللازمة للانهيار الكلي مساوياً:

$$m + 1 = 4$$

3-5-1 آلية الانهيار Collapse Mechanism:

توجد أكثر من آلية انهيار محتملة في المنشأ غير المقرر والآلية الحقيقية هي التي تتطلب أقل

قيمة للعمل المبذول لحدوثها. ويتطلب التحليل اللدن معرفة الأمور التالية:

- حمولة الانهيار.
- عدد المفاصل اللازمة لحدوث الانهيار .
- مواقع المفاصل اللدنة المحتملة.
- آليات الانهيار المستقلة وقيم العزوم اللدنة M_p المرافقة لها.
- الدمج المحتمل بين آليات الانهيار المستقلة للحصول على أعلى قيمة للعزم اللدن M_p .

- التأكد من فعالية القيم المحسوبة بما يوافق شرط التوازن وشرط التلدن.

2-5-2 شروط الانهيار الكامل:

يجب أن تتحقق ثلاثة شروط للانهيار الكامل للمنشأ وهي:

- 1- عدد المفاصل اللدنة المتشكلة أكبر من درجة عدم التقرير مضافاً إليها الرقم واحد.
- 2- شرط التوازن **Equilibrium Condition**: وينص على أن عزم الانعطاف من أجل أية آلية انهيار محتملة متوازن مع حمولة الانهيار المطبقة.

- 3- شرط التلدن **Yield Condition**: وينص على أن قيمة عزم الانعطاف في أية نقطة من المنشأ

عند الانهيار لا تتجاوز قيمة العزم اللدن المقاوم M_p

يجب تحقق الشروط الثلاثة مجتمعة من أجل حدوث الانهيار. فإذا تحقق الشرطان الأول والثاني فقط دون الثالث يكون المنشأ غير آمن، أي أن الحمولة الموجودة أكبر من الحمولة التي يحدث عندها الانهيار. في حين إذا تحقق الشرطان الثاني والثالث فقط دون الأول يكون المنشأ آمناً في الحقيقة والحمولة المطبقة أقل من الحمولة التي يحدث عندها الانهيار.

بما أن عزم الانعطاف لا يتجاوز قيمة M_p في أي نقطة من الجائز فإن المفاصل اللدنة تتشكل

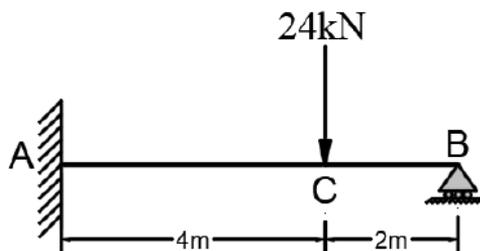
في المواقع التالية:

- مواقع عزوم الانعطاف العظمى.
- الوثاقات.
- العقد الصلبة.
- نقاط تطبيق الأحمال المركزة.
- نقطة انعدام القوة القاطعة ضمن مجال تطبيق الحملات الموزعة.

3-5-3 الطريقة الستاتيكية في تحليل الجوائز المستمرة Static Method:

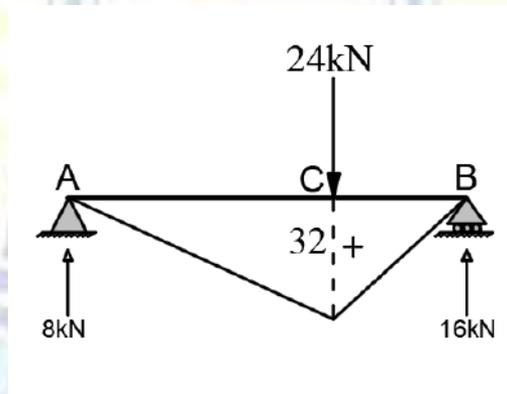
هناك طريقتان من أجل التحليل اللدن تقومان على تحديد قيمة العزم اللدن المقاوم في مقاطع المنشأ لدراسة حالة الانهيار هما الطريقة الستاتيكية والطريقة الحركية. مبدأ الطريقة الستاتيكية يقوم على رسم مخطط عزم الانعطاف الحر تحت تأثير الأحمال الخارجية بدون وثاقات **Free Bending Moment Diagram** ومخطط عزم الانعطاف الموثوق من الطرفين **Fixed Bending Moment Diagram** وإجراء الجمع الجبري لهما. مثلاً لنأخذ الجائز المبين بالشكل (3-16) **Propped Cantilever** طوله **6m** ويحمل حمولة انهيار قدرها **24kN** لإيجاد العزم المقاوم اللدن بالطريقة الستاتيكية يتم اتباع ما يلي:

- عدد المفاصل اللدنة اللازمة للانهياب يساوي $m+1=2$.
- أماكن المفاصل اللدنة المحتملة هي عند الوثاقة وعند نقطة تطبيق القوة المركزة وهي أماكن العزوم العظمى في الجائز.



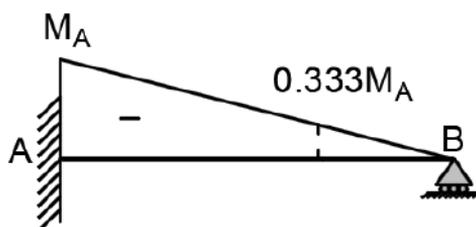
الشكل (3-16) مثال جائز ظفري على الطريقة الستاتيكية

- مخطط العزم الحر:



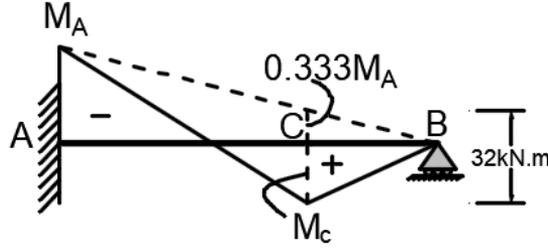
الشكل (3-17) مخطط العزم الحر

- مخطط العزم الموثوق:



الشكل (3-18) مخطط العزم الموثوق

• مجموع المخططين:



الشكل (3-19) مجموع كل من مخطط العزم الحر والعزم الموثوق

• حساب قيمة العزم اللدن:

إن قيمة العزم في المفصلين اللدنيين A, C عن الانهيار تساوي العزم اللدن M_p .

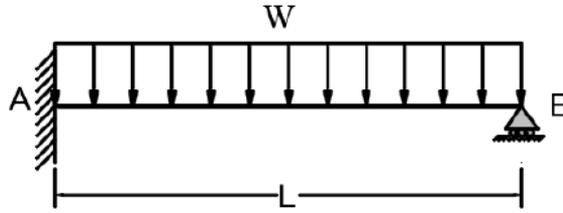
$$0.333M_A + M_C = 32$$

$$0.333M_p + M_p = 32 \Rightarrow M_p = 24kN.m$$

مثال تطبيقي:

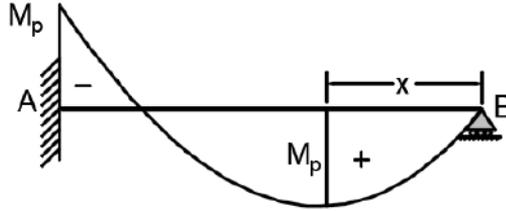
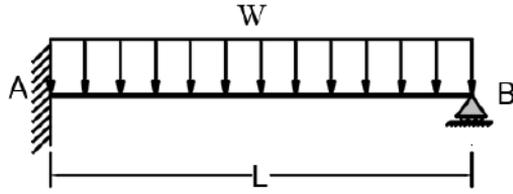
جائز طوله L يحمل حمولة انهيار موزعة بانتظام قدرها W، حدّد مواقع المفاصل اللدنة وأوجد

قيمة العزم المقاوم اللدن وفق الطريقة الستاتيكية.

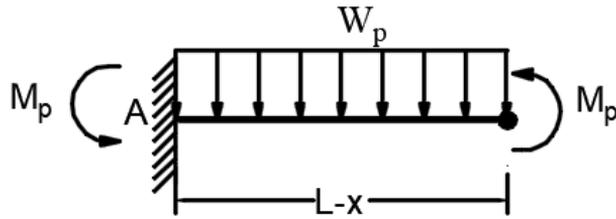


الحل:

- عدد المفاصل اللدنة اللازمة للانهيار يساوي $m+1=2$.
- أماكن المفاصل اللدنة المحتملة هي عند الوثاقة وعند نقطة انعدام القوة القاطعة وهي لا تقع في منتصف الجائز وإنما على مسافة قدرها x من المسند كما في الشكل الذي يوضّح مخطط العزم عند الانهيار:



- لإيجاد المسافة x يتم أخذ توازن العزوم في كل من **A, B** كما يلي:
 - توازن العزوم في **A**:

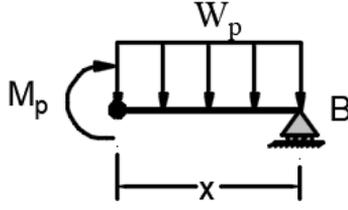


$$+\circlearrowleft: \sum M_A = 0 \Rightarrow -M_p + W_p(L-x)^2 / 2 - M_p = 0$$

$$\frac{1}{2} W_p L^2 - W_p Lx + \frac{1}{2} W_p x^2 - 2M_p = 0$$

$$M_p = \frac{1}{4} W_p L^2 - \frac{1}{2} W_p Lx + \frac{1}{4} W_p x^2$$

- توازن العزوم في **B**:



$$+\circlearrowleft: \sum M_B = 0 \Rightarrow M_p - W_p \frac{x^2}{2} = 0$$

$$M_p = W_p \frac{x^2}{2}$$

○ بالمساواة بين المعادلتين:

$$\frac{1}{4} W_p L^2 - \frac{1}{2} W_p Lx + \frac{1}{4} W_p x^2 = W_p \frac{x^2}{2}$$

$$\frac{1}{4} x^2 + \frac{1}{2} Lx - \frac{1}{4} L^2 = 0$$

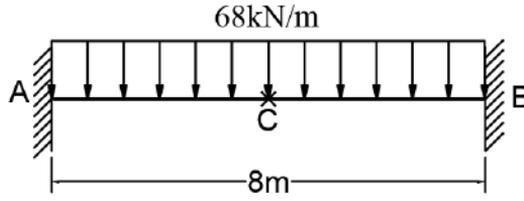
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-0.5L \pm \sqrt{(0.5L)^2 + (4 \times 0.25 \times 0.25L^2)}}{2 \times \frac{1}{4}} = 0.414L$$

• قيمة العزم المقاوم للشد:

$$M_p = W_p \frac{x^2}{2} = W_p \frac{(0.414L)^2}{2} = 0.0858W_p L^2$$

3-5-4 الطريقة الحركية في التحليل اللدن للجوائز المستمرة Kinematic Method

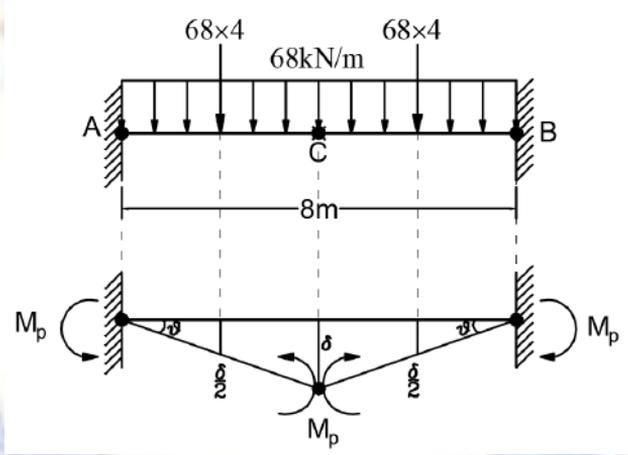
يعتمد مبدأ هذه الطريقة على تطبيق انتقال خاص بكل آلية انهيار محتملة وإيجاد معادلة تربط بين العمل الداخلي الممتص من قبل المفاصل اللدنة المتشكلة، والعمل الناتج عن القوى الخارجية. إن آلية الانهيار التي تُعطي أكبر عزم مقاوم لشد هي آلية الانهيار الحقيقية. مثلاً على ذلك نأخذ الجائز الموثوق من الطرفين الميّن بالشكل (3-20)، حيث تم تحميله بحمولة موزعة بانتظام. إن مواقع المفاصل المحتملة هي A, B, C.



الشكل (3-20) مثال جازر بسيط محمّل بحمولة موزعة على الطريقة الحركية

1- رسم آلية الانهيار:

لرسم آلية الانهيار المحتملة يتم تثبيت أماكن المفاصل اللدنة وهي عند الوثاقات وفي منتصف الجازر بسبب التناظر، ثم يتم إعطاء الجازر انتقالاً وهمياً لا متناهياً في الصغر:



الشكل (3-21) آلية الانهيار في جازر بسيط محمّل بحمولة موزعة على الطريقة الحركية

2- توازن العمل:

العمل الخارجي الناتج عن الحمولات المطبقة يساوي العمل الداخلي الناتج عن العزوم اللدنة.

الحمولة \times الانتقال المقابل لها = العزم اللدن \times الدوران المقابل له.

يتم تجزئة الحمولة الموزعة إلى نصفين لأن الانتقال يختلف في كل نصف.

بما أن الزاوية θ صغيرة فإنها تلبس بقيمة $tg \theta$ ويمكن القول:

$$tg \theta = \theta = \frac{\delta}{L/2} \Rightarrow \delta = \frac{L}{2} \theta$$

$$\frac{\delta}{2} = \frac{L}{4} \theta = 2\theta : \delta/2 \text{ يساوي}$$

العمل الخارجي:

$$W_E = \left[68 \times 4 \times 2 \frac{\delta}{2} \right] = [68 \times 8 \times 2\theta] = 1088\theta$$

العمل الداخلي:

$$W_I = 4M_p \theta$$

العمل الخارجي يساوي العمل الداخلي:

$$W_I = W_E \Rightarrow 4M_p \theta = 1088\theta$$

$$M_p = 272 \text{ kN.m}$$

مثال تطبيقي (1):

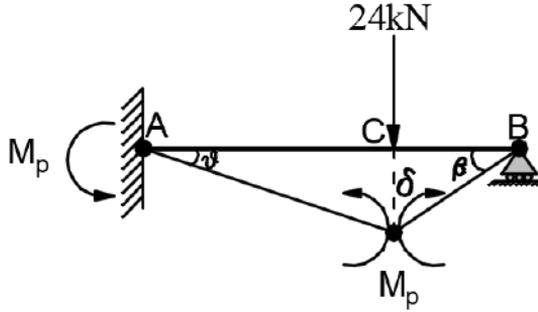
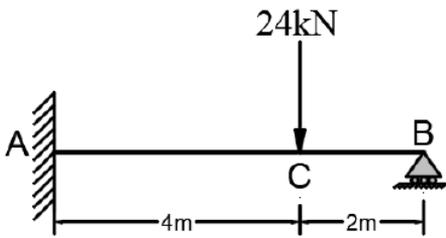
أوجد العزم المقاوم اللدن في الجائز المبين بالشكل وفق الطريقة الحركية:

الحل:

1- رسم آلية الانهيار:

لرسم آلية الانهيار المحتملة يتم تثبيت أماكن

المفاصل اللدنة وهي عند الوثاقات وعند نقطة تطبيق القوة المركزة، ثم يتم إعطاء الجائز انتقالاً وهمياً لا متناهياً في الصغر:



2- توازن العمل:

إن الزاوية θ صغيرة فإنها تلبس بقيمة $tg \theta$ ويمكن القول:

$$tg \theta = \theta = \frac{\delta}{4} \Rightarrow \delta = 4\theta$$

من ناحية أخرى:

$$\operatorname{tg} \beta = \beta = \frac{\delta}{2} \Rightarrow \delta = 2\beta$$

بمساواة المعادلتين:

$$\beta = 2\theta$$

العمل الخارجي:

$$W_E = 24\delta = 96\theta$$

العمل الداخلي:

$$W_I = M_p \theta + M_p (\theta + \beta) = 4M_p \theta$$

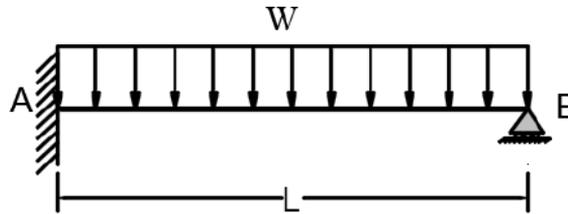
العمل الخارجي يساوي العمل الداخلي:

$$W_I = W_E \Rightarrow 4M_p \theta = 96\theta$$

$$M_p = 24 \text{ kN.m}$$

مثال تطبيقي (2):

أوجد العزم المقاوم للشد في الجائز المبين بالشكل وفق الطريقة الحركية:

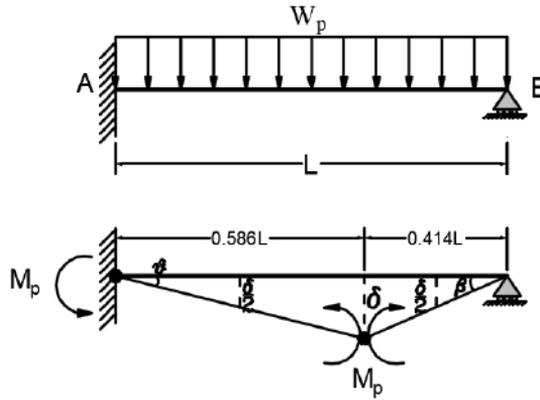


الحل:

1- رسم آلية الانهيار:

أماكن المفاصل اللدنة المحتملة هي عند الوثيقة وعند نقطة انعدام القوة القاطعة وهي لا تقع في منتصف الجائز وإنما على مسافة قدرها x من المسند وقد حسبت في مثال سابق وتساوي

$$.0.414L$$



2- توازن العمل:

إن الزاوية θ صغيرة فإنها تلبس بقيمة $tg\theta$ ويمكن القول:

$$tg\theta = \theta = \frac{\delta}{0.586L} \Rightarrow \delta = 0.586L\theta$$

من ناحية أخرى:

$$tg\beta = \beta = \frac{\delta}{0.414L} \Rightarrow \delta = 0.414L\beta$$

بمساواة المعادلتين:

$$\beta = 1.415\theta$$

العمل الخارجي:

$$W_E = W_p 0.586L \frac{\delta}{2} + W_p 0.414L \frac{\delta}{2} = W_p L \frac{\delta}{2} = W_p L \times \frac{0.586L\theta}{2} = 0.293W_p L^2 \theta$$

العمل الداخلي:

$$W_I = M_p \theta + M_p (\theta + \beta) = 3.415M_p \theta$$

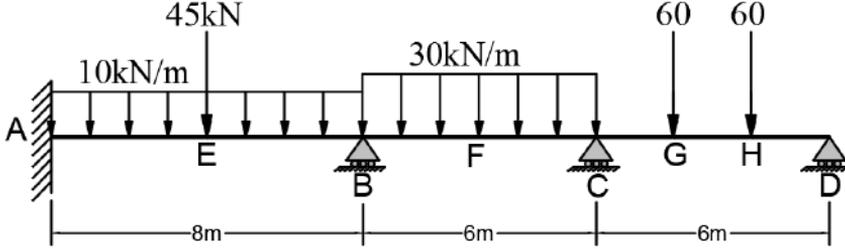
العمل الخارجي يساوي العمل الداخلي:

$$W_I = W_E \Rightarrow 3.415M_p \theta = 0.293W_p L^2 \theta$$

$$M_p = 0.0858W_p L^2$$

مثال تطبيقي (3):

جائز مستمر ميبين بالشكل موثوق في **A** ومسنود استناداً بسيطاً في **G, F, D** يحمل الحمولات المبينة بالشكل. أوجد قيمة العزم المقاوم للشد وفق الطريقة الستاتيكية وارسم مخطط العزم عند الانهيار.



الحل:

هناك عدد من ميكانيزمات الانهيار في الجائز المستمر. تتم دراسة كل منها على حدة وتكون الآلية الحقيقية التي يحصل الانهيار عندها هي التي تعطي أكبر قيمة للعزم للشد M_p .
عدد المفاصل اللدنة = $m+1$ حيث:

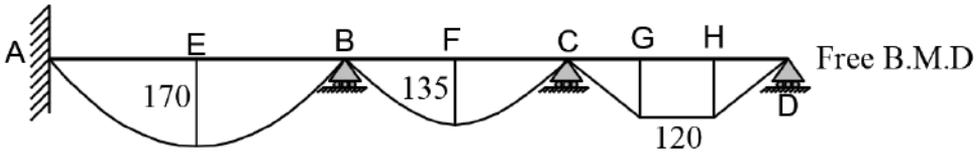
$$m+1=4 \quad \text{ويكون عدد المفاصل اللدنة } m+1=4$$

أماكن المفاصل المحتملة هي **A, E, B, F, C, G, H** وهي سبعة أماكن.

عدد الميكانيزمات المحتملة $7-m=4$ أربعة ميكانيزمات.

الطريقة الستاتيكية:

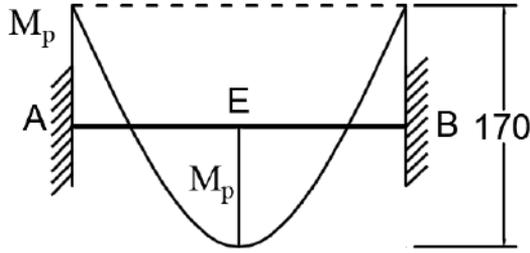
• رسم مخطط عزم الانعطاف الحر:



• مخطط العزم للشد لكل آلية انهيار:

○ المجاز **AB**:

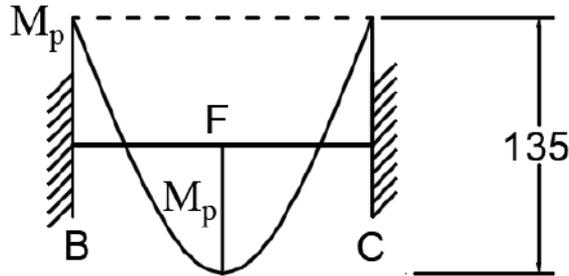
آلية الانهيار في هذا المجاز تحتاج 3 مفاصل لدنة في **A, B, E**:



ويكون: $2M_p = 170 \Rightarrow M_p = 85kN.m$

○ المجاز BC:

آلية الانهيار في هذا المجاز تحتاج 3 مفاصل لدنة في B, F, C:

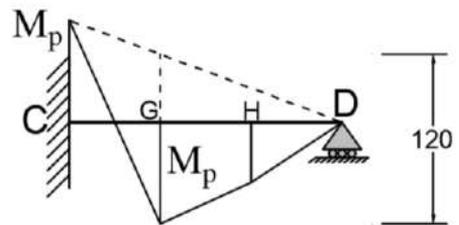
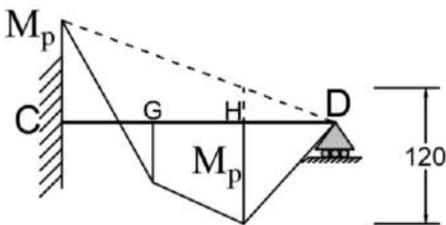


ويكون: $2M_p = 135 \Rightarrow M_p = 67.5kN.m$

○ المجاز CD:

آلية الانهيار في هذا المجاز تحتاج مفصلين لدنين فقط بسبب وجود مسند طرفي في

C, G أو C, H:



ويكون:

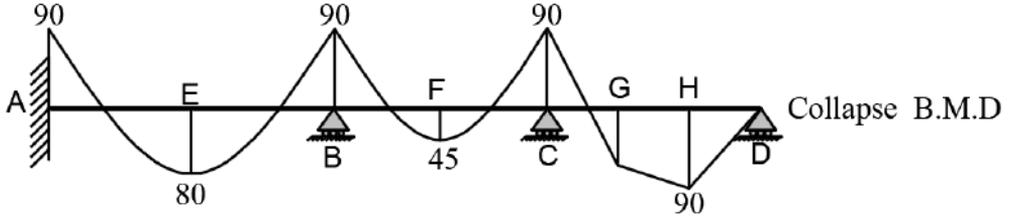
$$M_p + \frac{1}{3}M_p = 120 \Rightarrow M_p = 90kN.m$$

أو:

$$M_p + \frac{2}{3}M_p = 120 \Rightarrow M_p = 72kN.m$$

وتكون الآلية في هذا المجاز هي آلية الانهيار والعزم اللدن $M_p=90kN.m$ وهو العزم الأكبر وهذا الانهيار هو انهيار جزئي للجائز.

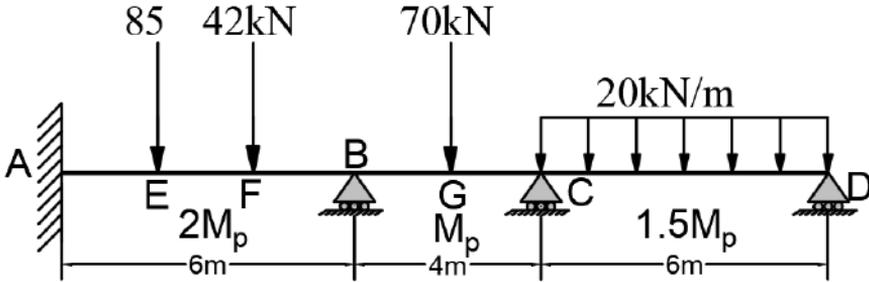
• مخطط العزم اللدن عند الانهيار:



حيث لا توجد قيمة تتجاوز العزم اللدن M_p . تم تحقيق شرط التوازن ضمن الطريقة الستاتيكية حكماً.

مثال تطبيقي (4):

جائز مستمر ميبين بالشكل موثوق في **A** ومسنود استناداً بسيطاً في **B, C, D** يحمل الحمولات المبينة بالشكل. أوجد قيمة العزم المقاوم اللدن وفق الطريقة الستاتيكية ثم الطريقة الحركية ثم ارسم مخطط العزم عند الانهيار.



الحل:

هناك عدد من ميكانيزمات الانهيار في الجائز المستمر. تتم دراسة كل منها على حدة وتكون الآلية الحقيقية التي يحصل الانهيار عندها هي التي تعطي أكبر قيمة للعزم اللدن M_p .
عدد المفاصل اللدنة = $m+1$ حيث:

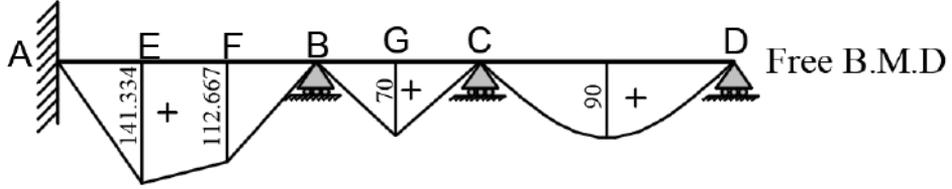
$$m+1=4 \text{ ويكون عدد المفاصل اللدنة } m=r-(c+2)=5-2=3$$

أماكن المفاصل المحتملة هي **A, B, C, D, E, F, G** وهي سبعة أماكن.

عدد الميكانيزمات المحتملة $m=4$ - أربعة ميكانيزمات.

1- الطريقة الستاتيكية:

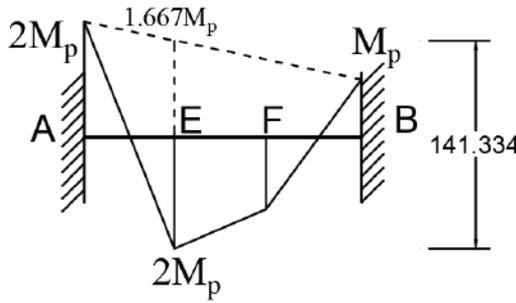
• رسم مخطط عزم الانعطاف الحر:



• مخطط العزم اللدن لكل آلية انهيار:

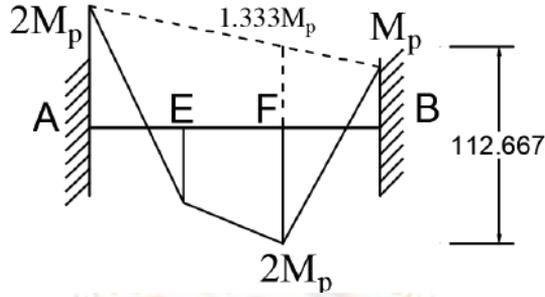
○ المجاز AB:

آلية الانهيار في هذا المجاز يوجد أربعة أماكن محتملة للمفاصل اللدنة ولكن تكفي ثلاثة منها لانهيار المجاز ومن ثم هناك آليتان مستقلتان في هذا المجاز الآلية الأولى عبارة عن مفصلين في A, E وعزمهما $2M_p$ ومفصل في B عزمه M_p (الأصغر بين العزمين اللدنيين للمجازين المتجاورين)، أما الآلية الثانية فهي عبارة عن مفصلين في A, F وعزمهما $2M_p$ ومفصل في B عزمه M_p .



ويكون:

$$2M_p + 1.667M_p = 141.334 \Rightarrow M_p = 38.55 \text{ kN.m}$$



ويكون:

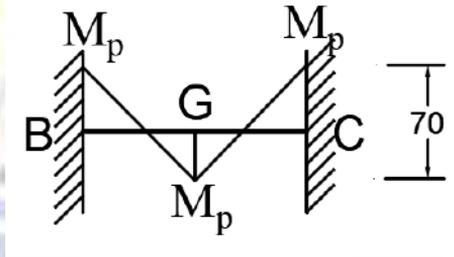
$$2M_p + 1.333M_p = 112.667 \Rightarrow M_p = 33.8 \text{ kN.m}$$

إن آلية الانهيار الحقيقية في هذا المجاز هي الآلية الأولى حيث يحصل المفصل اللدن عند نقطة تطبيق الحمولة الأكبر وهذا منطقي.

○ المجاز BC:

إن آلية الانهيار في هذا المجاز تحتاج 3 مفاصل لدنة في B, G, C:

$$2M_p = 70 \Rightarrow M_p = 35 \text{ kN.m}$$

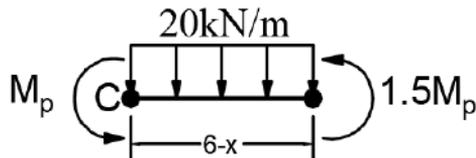


○ المجاز CD:

إن آلية الانهيار في هذا المجاز تحتاج مفصلين لدنين في المسند الوسطي C عزمه اللدن

M_p وضمن المجاز CD عند انعدام القص عزمه اللدن $1.5M_p$.

- توازن العزوم في C:

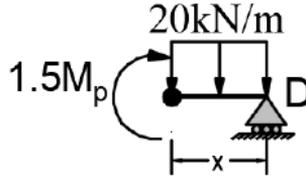


$$+\circlearrowleft: \sum M_C = 0 \Rightarrow -M_p + 20(6-x)^2 / 2 - 1.5M_p = 0$$

$$\frac{20}{2}6^2 - 20 \times 6x + \frac{1}{2}20x^2 - 2.5M_p = 0$$

$$M_p = 144 - 48x + 4x^2$$

- توازن العزوم في D :



$$+\circlearrowleft: \sum M_D = 0 \Rightarrow 1.5M_p - 20 \frac{x^2}{2} = 0$$

$$M_p = 6.667x^2$$

○ بالمساواة بين المعادلتين:

$$144 - 48x + 4x^2 = 6.667x^2$$

$$2.667x^2 + 48x - 144 = 0$$

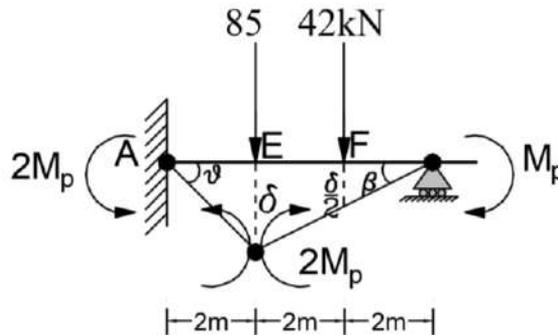
$$x = 2.619m$$

$$M_p = 6.667x^2 = 6.667(2.619)^2 = 45.73kN.m$$

ويكون المجاز CD هو المجاز الأخطر.

-2 الطريقة الحركية:

• المجاز AB:



الزاوية θ صغيرة فإنها تلبس بقيمة $tg\theta$ ويمكن القول:

$$tg\theta = \theta = \frac{\delta}{2} \Rightarrow \delta = 2\theta$$

من ناحية أخرى:

$$tg\beta = \beta = \frac{\delta/2}{2} \Rightarrow \delta = 4\beta$$

بمساواة المعادلتين:

$$\beta = 0.5\theta$$

العمل الخارجي:

$$W_E = 85\delta + 42 \frac{\delta}{2} = 106\delta = 212\theta$$

العمل الداخلي:

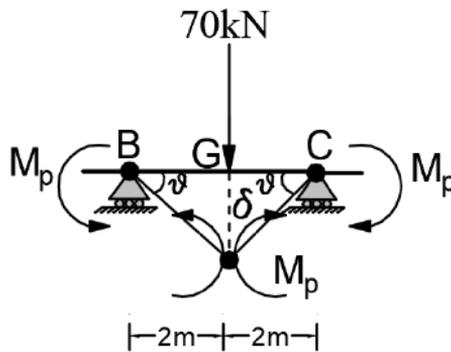
$$W_I = 2M_p\theta + 2M_p(\theta + \beta) + M_p\beta = 5.5M_p\theta$$

العمل الخارجي يساوي العمل الداخلي:

$$W_I = W_E \Rightarrow 5.5M_p\theta = 212\theta$$

$$M_p = 38.55 \text{ kN.m}$$

• المجاز BC:



$$tg\theta = \theta = \frac{\delta}{2} \Rightarrow \delta = 2\theta$$

العمل الخارجي:

$$W_E = 70\delta = 140\theta$$

العمل الداخلي:

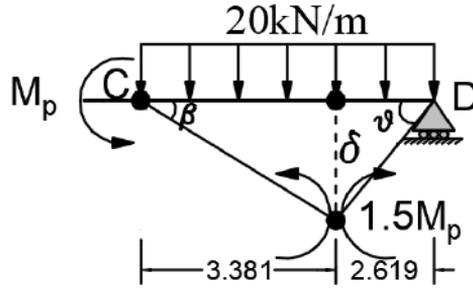
$$W_I = 4M_p \theta$$

العمل الخارجي يساوي العمل الداخلي:

$$W_I = W_E \Rightarrow 4M_p \theta = 140\theta$$

$$M_p = 35kN.m$$

• المجاز CD:



$$\text{tg } \theta = \theta = \frac{\delta}{2.619} \Rightarrow \delta = 2.619\theta$$

من ناحية أخرى:

$$\text{tg } \beta = \beta = \frac{\delta}{3.381} \Rightarrow \delta = 3.381\beta$$

بمساواة المعادلتين:

$$\beta = 0.775\theta$$

العمل الخارجي:

$$W_E = 20 \times 3.381 \frac{\delta}{2} + 20 \times 2.619 \frac{\delta}{2} = 120 \frac{\delta}{2} = 120 \times \frac{2.619\theta}{2} = 157.14\theta$$

العمل الداخلي:

$$W_I = M_p \beta + 1.5M_p (\theta + \beta) = 3.438M_p \theta$$

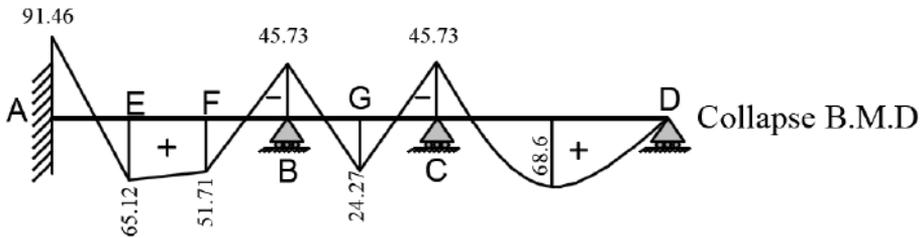
العمل الخارجي يساوي العمل الداخلي:

$$W_I = W_E \Rightarrow 3.438M_p \theta = 157.14\theta$$

$$M_p = 45.72kN.m$$

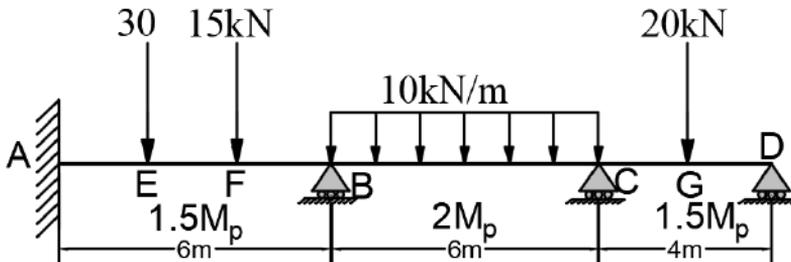
3- رسم مخطط العزم عند الانتهاء:

إن آلية الانهيار الحقيقية في المجاز **CD** حيث تحتاج مفصلين لانهيار المجاز، ولكن من أجل انهيار الجائز كاملاً نحتاج إلى أربعة مفاصل لدنة والأولوية للمفاصل عند الوثاقة والمساند الوسطية:



مثال تطبيقي (5):

جائز مستمر مبين بالشكل موثوق في **A** ومسنود استناداً بسيطاً في **B, C, D** يحمل الحمولات المبينة بالشكل. إذا كانت الحمولات المبينة هي الحمولات المرنة، أوجد عامل تضخيم الحمولة إذا علمت أن العزم اللدن يساوي $M_p = 30 \text{ kN.m}$ وذلك بالاعتماد على الطريقة الحركية ثم ارسم مخطط العزم عند الانهيار.



الحل:

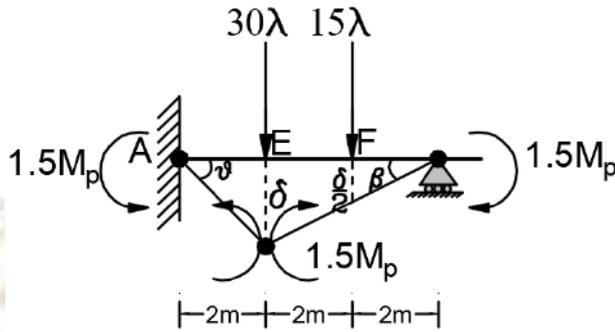
عدد المفاصل اللدنة = $m+1$ حيث:

$$m+1=4 \text{ ويكون عدد المفاصل اللدنة } m=r-(c+2)=5-2=3$$

أماكن المفاصل المحتملة هي **A, B, C, D, E, F, G** وهي سبعة أماكن.

عدد الميكانيزمات المحتملة $7-m=4$ أربعة ميكانيزمات وسيكتفى بدراسة ثلاثة ذلك لأن الميكانيزم المسيطر في المجاز **AB** عند الحمولة الأكبر.

- المجاز **AB**: تحدث آلية الانهيار في هذا المجاز بتشكيل ثلاثة مفاصل لدنة أحدها عند الوثاقة **A** والآخر عند الحمولة الأكبر أي عند **E** والثالث عند **B** والعزم اللدن في كل منها يساوي $1.5M_p$.



الزاوية θ صغيرة فإنها تلبس بقيمة $tg\theta$ ويمكن القول:

$$tg\theta = \theta = \frac{\delta}{2} \Rightarrow \delta = 2\theta$$

من ناحية أخرى:

$$tg\beta = \beta = \frac{\delta/2}{2} \Rightarrow \delta = 4\beta$$

بمساواة المعادلتين:

$$\beta = 0.5\theta$$

العمل الخارجي:

$$W_E = 30\lambda\delta + 15\lambda\frac{\delta}{2} = 37.5\lambda\delta = 75\lambda\theta$$

العمل الداخلي:

$$W_I = 1.5M_p\theta + 1.5M_p(\theta + \beta) + 1.5M_p\beta = 4.5M_p\theta$$

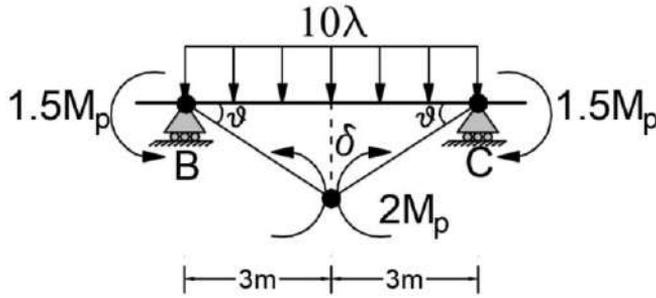
العمل الخارجي يساوي العمل الداخلي:

$$W_I = W_E \Rightarrow 4.5M_p\theta = 75\lambda\theta$$

$$\lambda = 0.06M_p = 1.8$$

- المجاز **BC**: تحدث آلية الانهيار في هذا المجاز بتشكيل ثلاثة مفاصل لدنة أحدها عند **B** عزمه اللدن $1.5M_p$ والآخر عند نقطة انعدام القص أي وسط المجاز **E** عزمه يساوي $2M_p$ والثالث

عند **C** والعزم اللدن فيه يساوي $1.5M_p$ ، ويجدر التنويه أن العزم الأعظمي لن يكون في وسط المجاز إذا كان العزمان اللدنان في المساند **B, C** مختلفين ويجب عندها حساب x كما في المسائل السابقة.



$$\operatorname{tg} \theta = \theta = \frac{\delta}{3} \Rightarrow \delta = 3\theta$$

العمل الخارجي:

$$W_E = 2 \left(10\lambda \times 3 \frac{\delta}{2} \right) = 90\lambda\theta$$

العمل الداخلي:

$$W_I = 2 \times 1.5M_p\theta + 2 \times 2M_p\theta = 7M_p\theta$$

العمل الخارجي يساوي العمل الداخلي:

$$W_I = W_E \Rightarrow 7M_p\theta = 90\lambda\theta$$

$$\lambda = 0.0778M_p = 2.334$$

• المجاز **CD**:

إن آلية الانهيار في هذا المجاز تحتاج مفصلين لدنين في المسند الوسطي **C** عزمه اللدن $1.5M_p$ وعند القوة المركزة وعزمه اللدن أيضاً $1.5M_p$.

$$\operatorname{tg} \theta = \theta = \frac{\delta}{2} \Rightarrow \delta = 2\theta$$

العمل الخارجي:

$$W_E = 10\lambda\delta = 20\lambda\theta$$

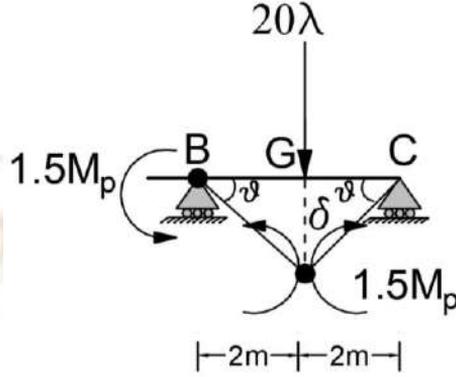
العمل الداخلي:

$$W_I = 3 \times 1.5M_p\theta$$

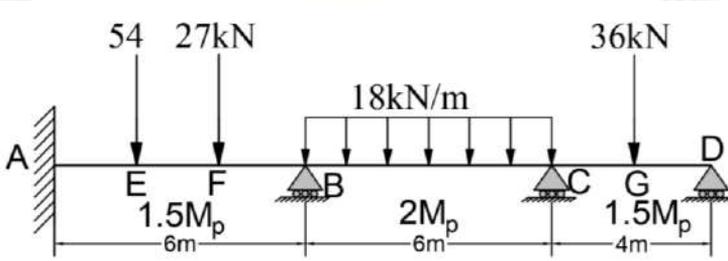
العمل الخارجي يساوي العمل الداخلي:

$$W_I = W_E \Rightarrow 4.5M_p \theta = 20\lambda\theta$$

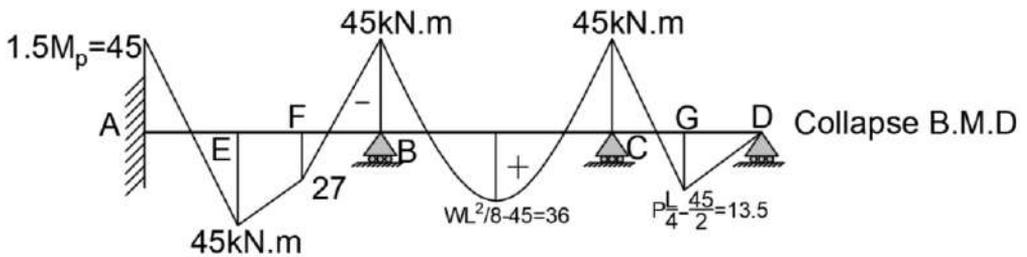
$$\lambda = 0.225M_p = 6.75$$



إن آلية الانهيار الحقيقية هي في المجرز **AB** ذلك لأنها تعطي أقل عامل تضخيم حمولة أي أنها تحصل أولاً ويكون عامل تضخيم الحمولة $\lambda = 1.8$. تكون قيم الحملات عند الانهيار:



ويكون مخطط العزم اللدن عند الانهيار:



6-3 التحليل اللدن للإطارات:

عند دراسة التحليل اللدن للجوائز تم تحديد المجرز الحرج **Critical Span** باستعمال الطريقة

الستاتيكية أو الطريقة الحركية باعتماد آلية انهيار الجائر البسيط **Simple Beam Mechanism**.

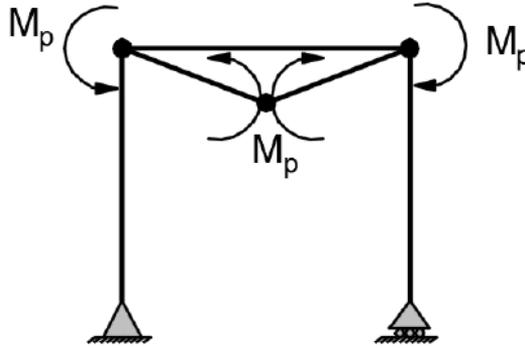
الأمر يختلف في الإطارات حيث توجد آليات انهيار أخرى مثل آلية الانزياح. على الرغم من أن كلاً من الطريقة الستاتيكية والحركية قابلة للتطبيق في الإطارات إلا أن الطريقة الستاتيكية أكثر صعوبة في الإطارات. يمكن أن تكون الطريقة الستاتيكية أسهل من الطريقة الحركية في الإطارات المقررة أو الإطارات غير المقررة من الدرجة الأولى.

3-6-1 آليات الانهيار في الإطارات Collapse Mechanism in Frames:

تحدث آليات انهيار مستقلتان في الإطارات وبدمجهما يتم الحصول على آليات انهيار أخرى. هاتان الآليتان هما الآلية الجائزية وآلية الانزياح. إن آلية الانهيار التي تحدث أولاً هي التي تعطي أكبر عزم مقاوم لدن في المفاصل اللدنة أو تعطي أصغر قيمة لعامل تضخيم الحمولة وهو العامل الذي يتم أخذ جداء الحمولة المرنة به للحصول على حمولات الانهيار.

أ. الآلية الجائزية Beam Mechanism:

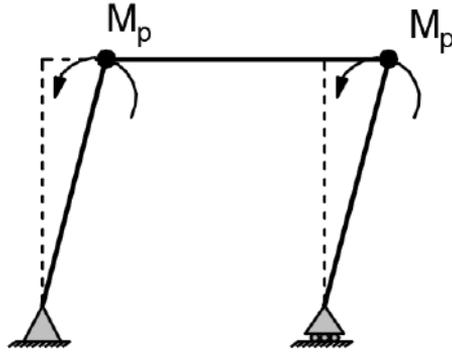
في هذه الآلية تتشكل المفاصل اللدنة في جوائز الإطار كما في آلية انهيار الجائز البسيط، حيث تحتاج ثلاثة مفاصل لدنة من أجل الانهيار.



الشكل (3-22) آلية الانهيار الجائزية في الإطار

ب. آلية الانزياح Sway Mechanism:

في هذه الآلية يحدث الانهيار في الأعمدة إذ يكفي وجود مفاصل لدنة في أعلى الأعمدة من أجل الانهيار إن لم تكن هناك وثاقات.

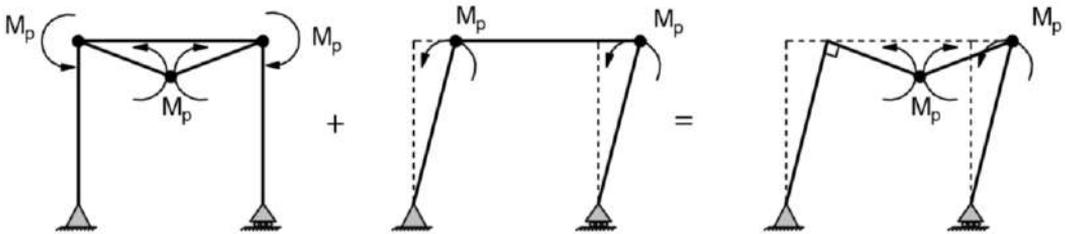


الشكل (3-23) آلية الانزياح في الإطار

كلتا الآليتين قابلتان للحدوث بشكل مستقل كما يمكن حدوث آلية ناتجة عن دمج هاتين الآليتين تسمى الآلية المركبة.

ج. الآلية المركبة Combined Mechanism:

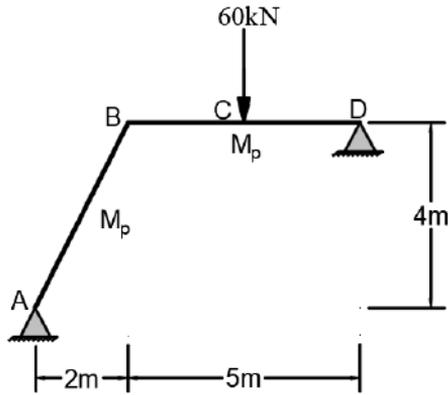
من الضروري دراسة كل احتمالات الانهيار الممكنة واحتمالات دمج الآليات للحصول على الحل الصحيح وهو أكبر قيمة للعزم اللدن الحاصل في المفاصل M_p ، وأقل قيمة لعامل تخفيض الحمولة ولحمولة الانهيار عموماً. في الآلية المركبة يتشكل عدد من المفاصل اللدنة عبارة عن الحد الأدنى من المفاصل اللدنة التي تؤدي إلى الانهيار. من الضروري في النهاية رسم مخطط العزم عند الانهيار للتأكد من عدم وجود قيمة تتجاوز قيمة العزم المقاوم اللدن M_p في المجاز المدروس.



الشكل (3-24) آلية الانهيار المركبة في الإطار

مثال تطبيقي (1):

قم بدراسة التحليل اللدن للإطار المبين بالشكل باستعمال الطريقة الحركية ثم الطريقة الستاتيكية وارسم مخطط العزم عند الانهيار.



الحل:

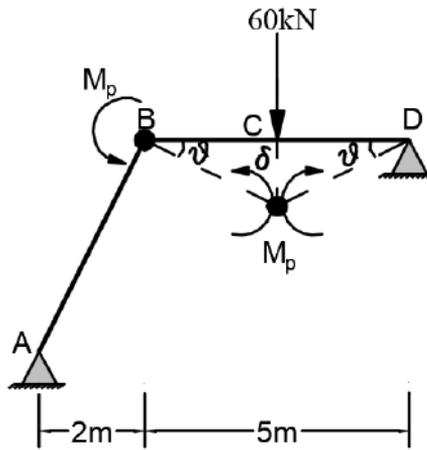
- درجة عدم التقدير في الإطار:

$$m = (3b + r) - (3j + c) = (6 + 4) - (9 + 0) = 1$$

- أماكن المفاصل المحتملة $P=2$.

- عدد الآليات المستقلة $P-m=1$ وهي الآلية الجائزية.

1- الطريقة الحركية: بما أن المسند D يسمح بالدوران فإنه لا يحدث فيه مفصل لدن.



$$\tan \theta = \theta = \frac{\delta}{2.5} \Rightarrow \delta = 2.5\theta$$

العمل الخارجي:

$$W_E = 60\delta = 150\theta$$

العمل الداخلي:

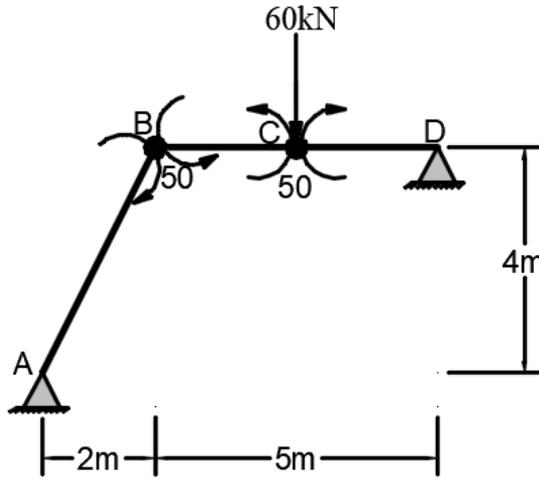
$$W_I = 3M_p \theta$$

العمل الخارجي يساوي العمل الداخلي:

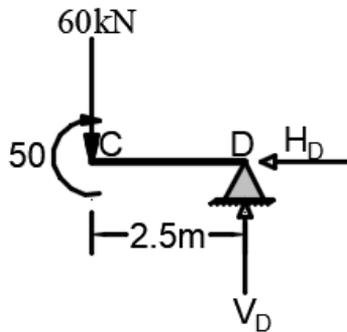
$$W_I = W_E \Rightarrow 3M_p \theta = 150\theta$$

$$M_p = 50 \text{ kN.m}$$

يجب التأكد من عدم تجاوز قيمة M_p في أي نقطة من الإطار.



بدراسة توازن الجزء يمين النقطة C:



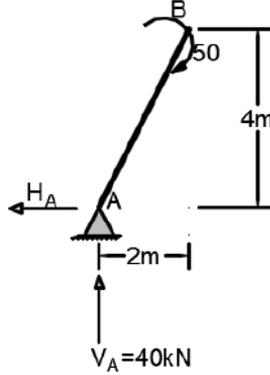
$$+\circlearrowleft: \sum M_C = 0 \Rightarrow 50 - 2.5V_D = 0 \Rightarrow V_D = 20 \text{ kN} \uparrow$$

بدراسة توازن المنشأ كاملاً:

$$+\uparrow: \sum F_y = 0 \Rightarrow V_A - 60 + 20 = 0 \Rightarrow V_A = 40kN \uparrow$$

بدراسة توازن الجزء الأيسر من الإطار أسفل النقطة B:

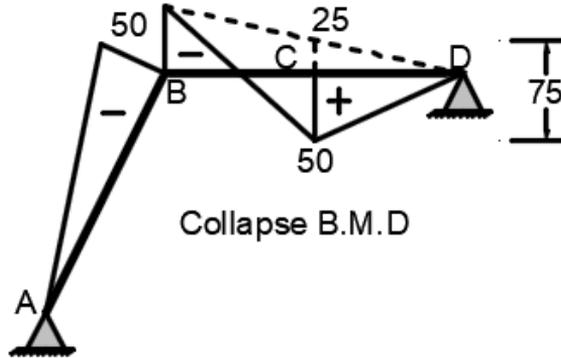
$$+\curvearrowleft: \sum M_B = 0 \Rightarrow 50 + 2 \times 40 - 4H_A = 0 \Rightarrow H_A = 32.5kN \rightarrow$$



بدراسة توازن القوى الأفقية في المنشأ كاملاً:

$$+\rightarrow: \sum F_x = 0 \Rightarrow 32 + H_D - = 0 \Rightarrow H_D = -32.5kN \leftarrow$$

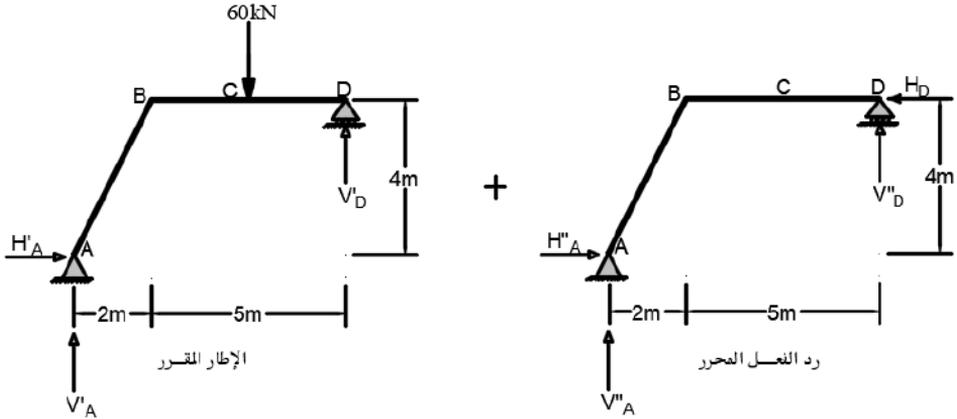
ومن ثمّ يمكن رسم مخطط العزم عند الانهيار:



2- الطريقة الستاتيكية:

بتحرير رد الفعل H_D بعده رد فعلٍ فائضاً **Redundant Reaction**: تكون الجملة عبارة

عن مجموع الجملتين المبينتين بالشكل:



أ. جملة الإطار المقرر:

بتطبيق معادلات التوازن الثلاث:

$$+\uparrow: \sum F_y = 0 \Rightarrow V'_A - 60 + V'_D = 0 \Rightarrow V'_A + V'_D = 60 \text{ kN}$$

$$+\rightarrow: \sum F_x = 0 \Rightarrow H'_A = 0$$

$$+\downarrow: \sum M_A = 0 \Rightarrow 60 \times 4.5 - 7V'_D = 0 \Rightarrow V'_D = 21.43 \text{ kN} \uparrow$$

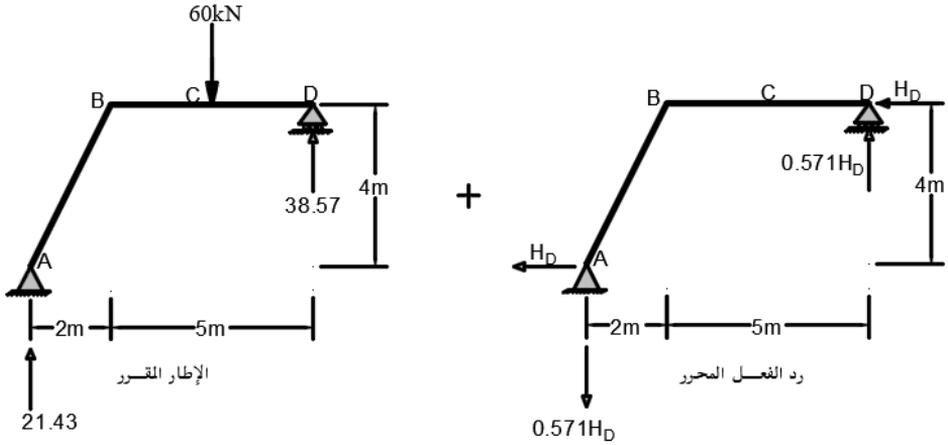
ب. جملة رد الفعل المحرر:

بتطبيق معادلات التوازن الثلاث:

$$+\uparrow: \sum F_y = 0 \Rightarrow V''_A + V''_D = 0 \Rightarrow V''_A = -V''_D$$

$$+\rightarrow: \sum F_x = 0 \Rightarrow H''_A + H_D = 0 \Rightarrow H''_A = -H_D$$

$$+\downarrow: \sum M_A = 0 \Rightarrow 4H_D - 7V''_D = 0 \Rightarrow V''_D = 0.571H_D; V''_A = -0.571H_D$$



- بفرض حدوث الآلية الجائزية وتحدث بتشكّل مفصلين في B, C العزم في B يساوي $-M_p$ والعزم في C يساوي M_p .

معادلة العزم في B:

$$M_B = 21.43 \times 2 + 4H_D - 0.571 \times 7H_D = 42.86 + 2.86H_D$$

معادلة العزم في C:

$$M_C = 21.43 \times 4.5 + 4H_D - 0.571 \times 4.5H_D = 96.44 + 1.43H_D$$

بالمساواة مع العزم المقاوم للشد:

$$M_B = 42.86 + 2.86H_D = -M_p$$

$$M_C = 96.44 + 1.43H_D = M_p$$

بجمع المعادلتين يتم الحصول على قيمة H_D

$$139.3 + 4.29H_D = 0$$

$$H_D = -32.47 \text{ kN}$$

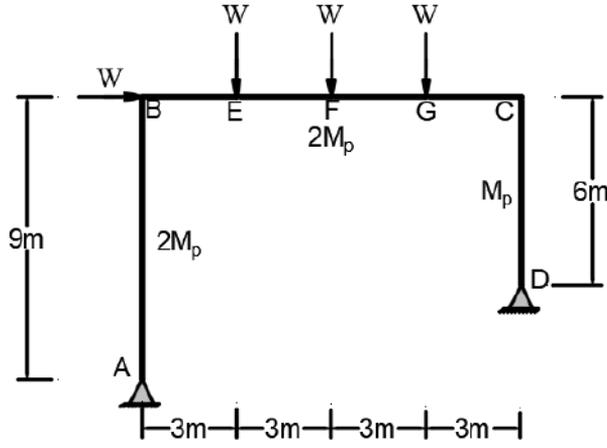
$$M_p = 50 \text{ kN.m}$$

يتم رسم مخطط العزم عند الانهيار بالطريقة نفسها.

مثال تطبيقي (2):

قم بدراسة التحليل اللدن للإطار المبين بالشكل باستعمال الطريقة الحركية وارسم مخطط العزم

عند الانهيار.



الحل:

- درجة عدم التقرير في الإطار:

$$m = (3b + r) - (3j + c) = (9 + 4) - (12 + 0) = 1$$

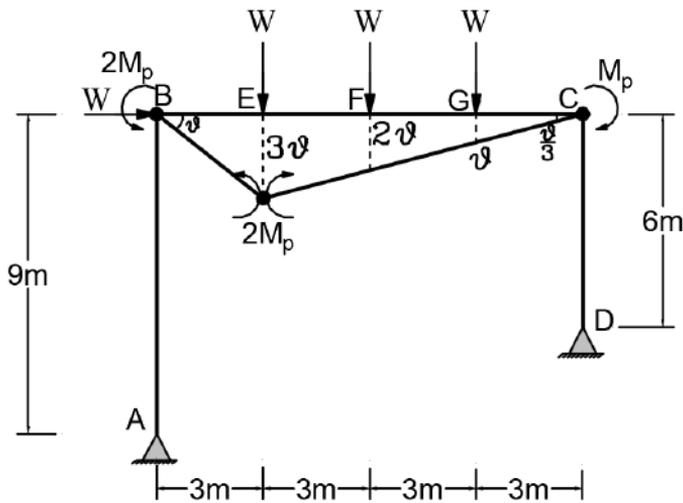
- أماكن المفاصل المحتملة $P=5$.

- عدد الآليات المستقلة $P-m=4$ وهي ثلاث آليات جانبية وآلية انزياح واحدة.

- الآلية الجانبية:

هناك ثلاث آليات جانبية تتغير بتشكّل مفصل لدن عند كل قوة مركزة شاقولية، الآلية الجانبية

رقم /1/:



$$\operatorname{tg} \theta = \theta = \frac{\delta}{3} \Rightarrow \delta = 3\theta$$

من ناحية أخرى:

$$\operatorname{tg} \beta = \beta = \frac{\delta}{9} \Rightarrow \delta = 9\beta$$

$$\beta = \frac{\theta}{3}$$

بمساواة المعادلتين:

العمل الخارجي:

$$W_E = W \times 3\theta + W \times 2\theta + W \times \theta = 6W\theta$$

العمل الداخلي:

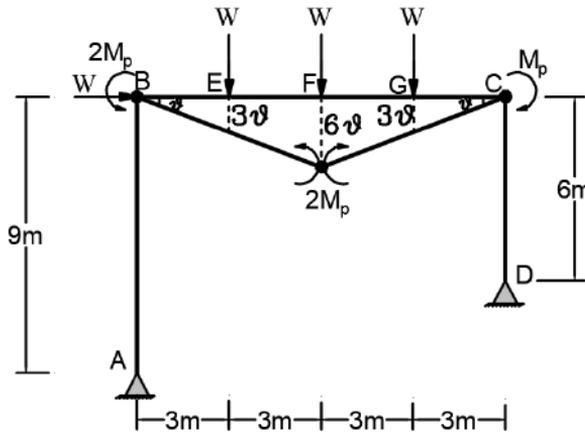
$$W_I = 2M_p\theta + 2M_p(\theta + \beta) + M_p\beta = 5M_p\theta$$

العمل الخارجي يساوي العمل الداخلي:

$$W_I = W_E \Rightarrow 5M_p\theta = 6W\theta$$

$$M_p = \frac{6}{5}W$$

الآلية الجائزية رقم /2/:



$$\operatorname{tg} \theta = \theta = \frac{\delta}{6} \Rightarrow \delta = 6\theta$$

العمل الخارجي:

$$W_E = 2W \times 3\theta + W \times 6\theta = 12W\theta$$

العمل الداخلي:

$$W_I = 2M_p\theta + 4M_p\theta + M_p\theta = 7M_p\theta$$

العمل الخارجي يساوي العمل الداخلي:

$$W_I = W_E \Rightarrow 7M_p\theta = 12W\theta$$

$$M_p = \frac{12}{7}W = 1.714W$$

- الآلية الجائزية رقم /3/:

العمل الخارجي:

$$W_E = W \times 3\theta + W \times 2\theta + W \times \theta = 6W\theta$$

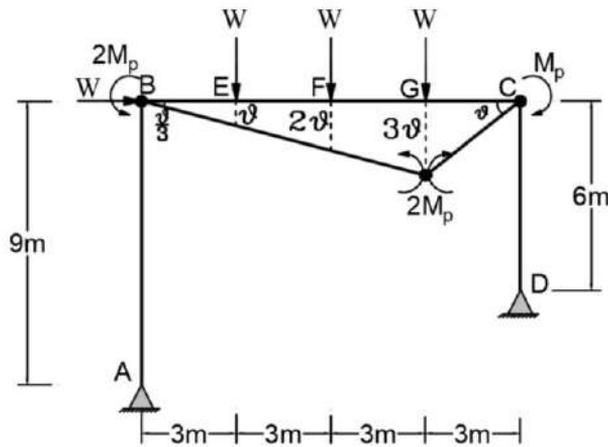
العمل الداخلي:

$$W_I = 2M_p\theta/3 + 2M_p(\theta + \theta/3) + M_p\theta = 13/3M_p\theta = 4.333M_p\theta$$

العمل الخارجي يساوي العمل الداخلي:

$$W_I = W_E \Rightarrow 4.33M_p\theta = 6W\theta$$

$$M_p = 1.385W$$



- آلية الانزياح:

$$\delta = 9\theta; \beta = \frac{3}{2}\theta$$

العمل الخارجي:

$$W_E = W \times 9\theta = 9W\theta$$

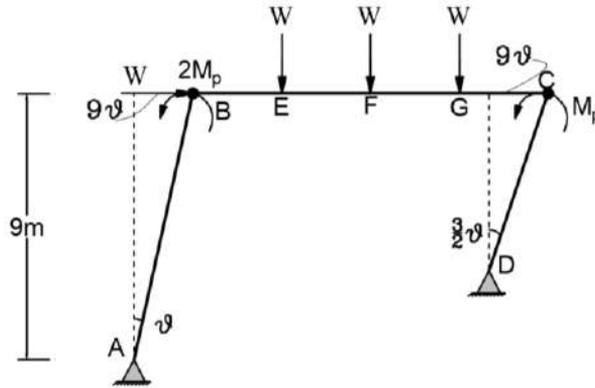
العمل الداخلي:

$$W_I = 2M_p\theta + M_p \frac{3}{2}\theta = 3.5M_p\theta$$

العمل الخارجي يساوي العمل الداخلي:

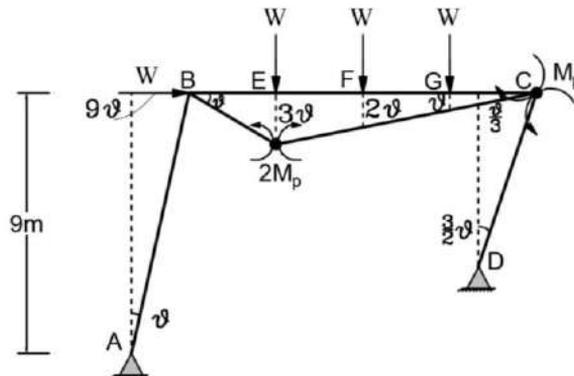
$$W_I = W_E \Rightarrow 7M_p\theta = 12W\theta$$

$$M_p = \frac{18}{7}W = 2.57W$$



- الآلية المركبة: هناك ثلاث آليات مركبة الأولى عبارة عن تركيب الآلية الجائزية الأولى مع آلية الانزياح والثانية عبارة عن تركيب الآلية الجائزية الثانية مع آلية الانزياح والثالثة عبارة عن تركيب الآلية الجائزية الثالثة مع آلية الانزياح.

الآلية المركبة رقم (1):



العمل الخارجي:

$$W_E = W \times 9\theta + W \times 3\theta + W \times 2\theta + W \times \theta = 15W\theta$$

العمل الداخلي:

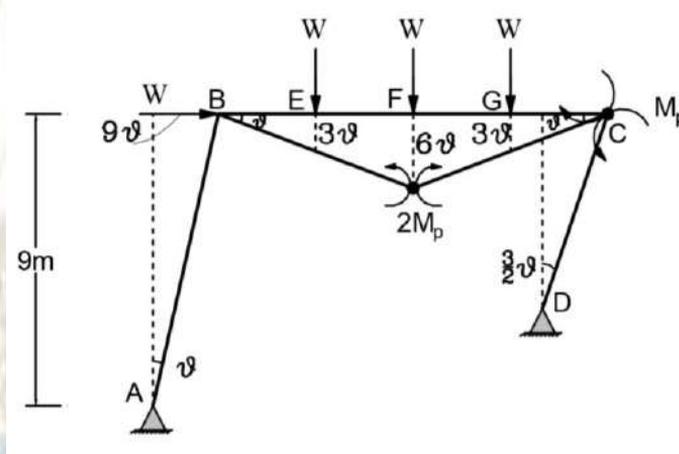
$$W_I = 2M_p \frac{4}{3} \theta + M_p \left(\frac{3}{2} \theta + \frac{1}{3} \theta \right) = 4.5M_p \theta$$

العمل الخارجي يساوي العمل الداخلي:

$$W_I = W_E \Rightarrow 4.5M_p \theta = 15W\theta$$

$$M_p = \frac{10}{3} = 3.333W$$

الآلية المركبة رقم (2):



العمل الخارجي:

$$W_E = W \times 9\theta + 2W \times 3\theta + W \times 6\theta = 21W\theta$$

العمل الداخلي:

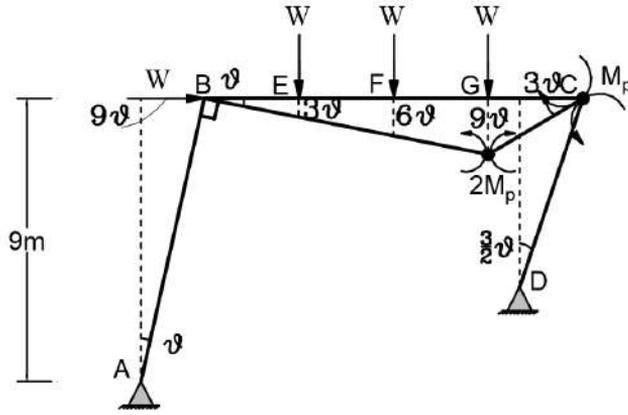
$$W_I = 4M_p \theta + M_p \left(\theta + \frac{3}{2} \theta \right) = 6.5M_p \theta$$

العمل الخارجي يساوي العمل الداخلي:

$$W_I = W_E \Rightarrow 6.5M_p \theta = 21W\theta$$

$$M_p = \frac{21}{6.5} W = 3.23W$$

الآلية المركبة رقم (3):



العمل الخارجي:

$$W_E = W \times 9\theta + W \times 3\theta + W \times 6\theta + W \times 9\theta = 27W\theta$$

العمل الداخلي:

$$W_I = 2M_p \times 4\theta + M_p \left(\frac{3}{2}\theta + 3\theta \right) = 12.5M_p\theta$$

العمل الخارجي يساوي العمل الداخلي:

$$W_I = W_E \Rightarrow 12.5M_p\theta = 27W\theta$$

$$M_p = 2.16W$$

بالنتيجة الآلية الأخطر هي الآلية المركبة رقم (1).

رسم مخطط العزم اللدن عند الانهيار:

بأخذ توازن العزوم حول النقطة C:

$$+\curvearrowleft: \sum M_C = 0 \Rightarrow 6H_D - M_p = 0$$

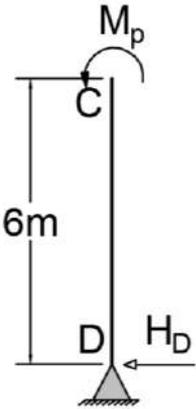
$$H_D = \frac{M_p}{6} = 0.55W \leftarrow$$

توازن المنشأ كاملاً:

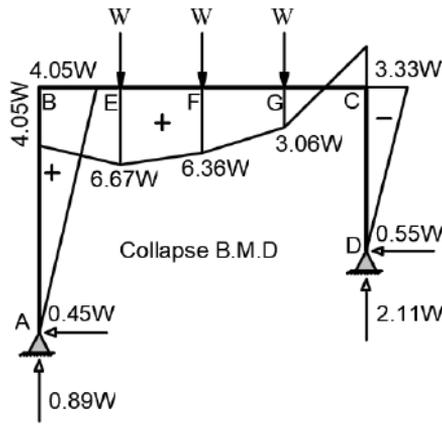
$$+\rightarrow: \sum F_x = 0 \Rightarrow H_A + W - 0.55W = 0 \Rightarrow H_A = -0.45W \leftarrow$$

$$+\curvearrowleft: \sum M_D = 0 \Rightarrow 12V_A + 3H_A + 6W - 9W - 6W - 3W = 0 \Rightarrow V_A = 0.89W \uparrow$$

$$+\uparrow: \sum F_y = 0 \Rightarrow V_D = 2.11W \uparrow$$



ويكون مخطط العزم اللدن عند الانهيار:



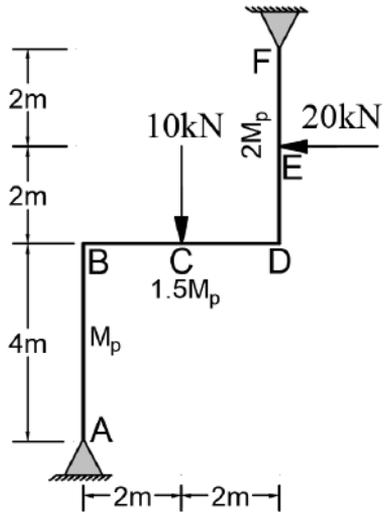
يُلاحظ أنه لا يتم تجاوز العزم المقاوم اللدن في أي نقطة (مع مراعاة اختلاف أمثال العزم

المقاوم اللدن).

مثال تطبيقي (3):

قم بدراسة التحليل اللدن للإطار المبين بالشكل باستعمال الطريقة الحركية ثم الطريقة الستاتيكية

وارسم مخطط العزم عند الانهيار.



الحل:

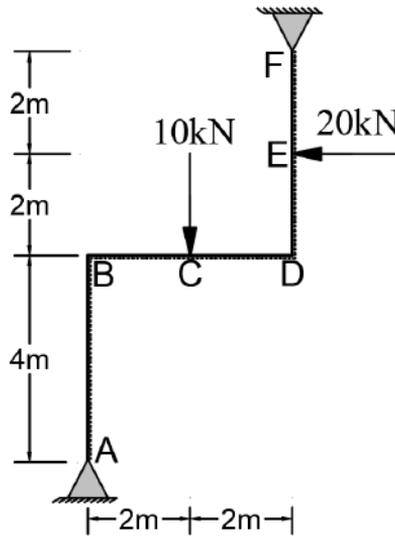
- درجة عدم التقرير في الإطار:

$$m = (3b + r) - (3j + c) = (9 + 4) - (12 + 0) = 1$$

- أماكن المفاصل المحتملة $P=4$.

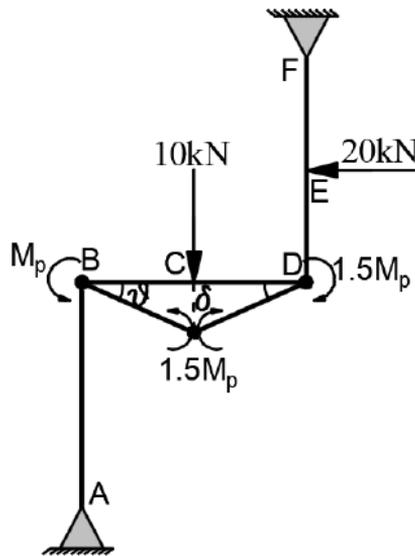
- عدد الآليات المستقلة $P-m=3$.

يتم اعتماد الألياف السفلية والعلوية كما في الشكل:



1- الطريقة الحركية:

• الآلية الجانزية في الجائز BCD:



$$\text{tg } \theta = \theta = \frac{\delta}{2} \Rightarrow \delta = 2\theta$$

العمل الخارجي:

$$W_E = 10 \times \delta = 20\theta$$

العمل الداخلي:

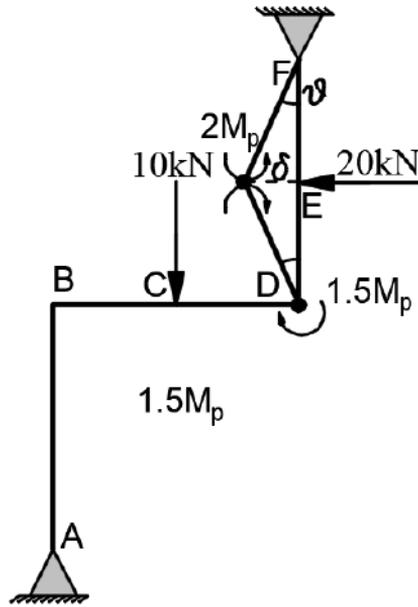
$$W_I = M_p \theta + 1.5M_p (2\theta) + 1.5M_p \theta = 5.5M_p \theta$$

العمل الخارجي يساوي العمل الداخلي:

$$W_I = W_E \Rightarrow 5.5M_p \theta = 20\theta$$

$$M_p = 3.64 \text{ kN.m}$$

• الآلية الجائزية في DEF:



$$\text{tg } \theta = \theta = \frac{\delta}{2} \Rightarrow \delta = 2\theta$$

العمل الخارجي:

$$W_E = 20 \times \delta = 40\theta$$

العمل الداخلي:

$$W_I = 1.5M_p \theta + 2M_p (2\theta) = 5.5M_p \theta$$

العمل الخارجي يساوي العمل الداخلي:

$$W_I = W_E \Rightarrow 5.5M_p \theta = 40\theta$$

$$M_p = 7.27 \text{ kN.m}$$

• آلية الانزياح:

$$\delta_1 = 4\theta; \delta_2 = 2\theta$$

العمل الخارجي:

$$W_E = 20 \times \delta_2 = 40\theta$$

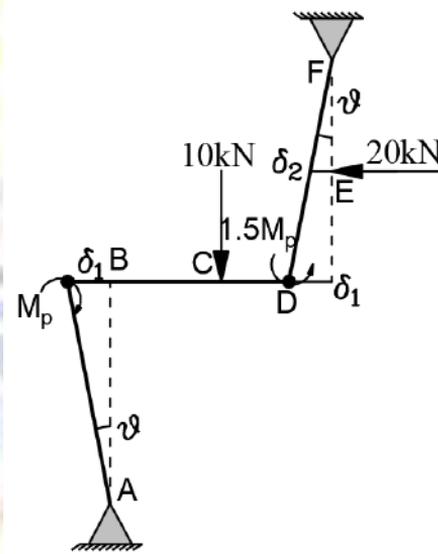
العمل الداخلي:

$$W_I = M_p \theta + 1.5M_p \theta = 2.5M_p \theta$$

العمل الخارجي يساوي العمل الداخلي:

$$W_I = W_E \Rightarrow 5.5M_p \theta = 20\theta$$

$$M_p = 16 \text{ kN.m}$$



• الآلية المركبة: بتركيب الآلية الجائزية في DEF مع آلية الانزياح يكون:

يتم في هذه الآلية إزالة المفصل اللدن عند النقطة D والحفاظ على بقية المفاصل في الآليتين.

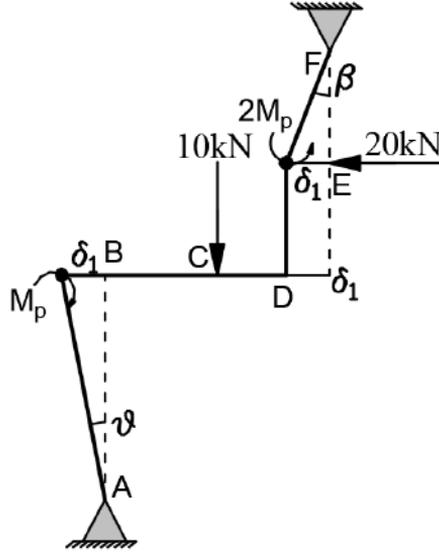
$$\delta_1 = 4\theta; \beta = 2\theta$$

العمل الخارجي:

$$W_E = 20 \times \delta_1 = 80\theta$$

العمل الداخلي:

$$W_I = M_p \theta + 2M_p \beta = 5M_p \theta$$



العمل الخارجي يساوي العمل الداخلي:

$$W_I = W_E \Rightarrow 5M_p \theta = 80\theta$$

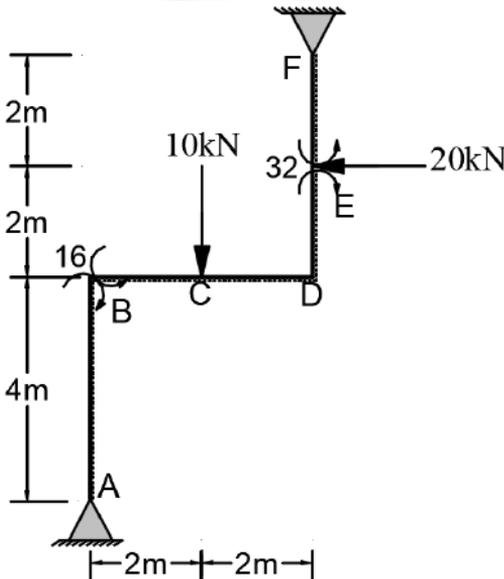
$$M_p = 16kN.m$$

وتكون الآلية المركبة هي آلية الانهيار الحقيقية.

2- رسم مخطط العزم عند الانهيار: يتم تثبيت قيم العزم اللدن عند المفاصل اللدنة بحسب قاعدة شد

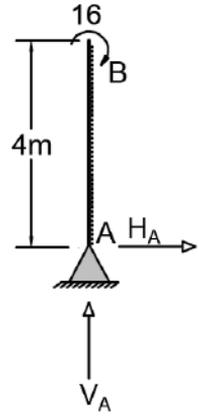
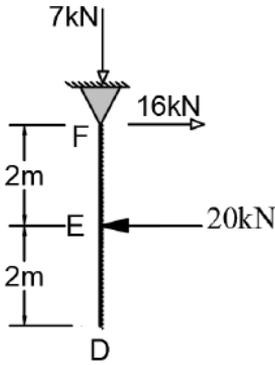
الألياف.

دراسة توازن الجزء AB:



$$+\circlearrowleft: \sum M_B = 0 \Rightarrow -4H_A + 16 = 0 \Rightarrow H_A = 4kN \rightarrow$$

بدراسة توازن كامل المنشأ:

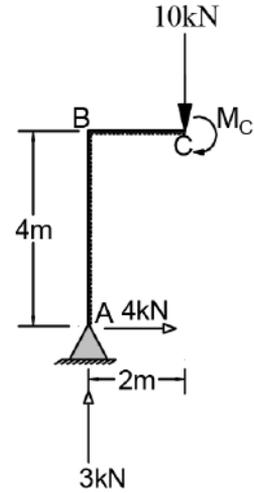


$$+\rightarrow: \sum F_x = 0 \Rightarrow H_F - 20 + 4 = 0 \Rightarrow H_F = 16kN$$

$$+\circlearrowleft: \sum M_A = 0 \Rightarrow 10 \times 2 + 20 \times 6 + 16 \times 8 - 4V_F = 0 \Rightarrow V_F = 7kN \uparrow$$

$$+\uparrow: \sum F_y = 0 \Rightarrow V_A - 10 + 7 = 0 \Rightarrow V_A = 3kN \uparrow$$

بدراسة توازن الجزء FD:

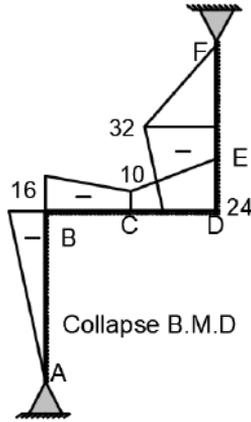


$$+\circlearrowleft: \sum M_D = 0 \Rightarrow H_F \times 4 - 20 \times 2 = 0 \Rightarrow M_D = 24kN.m = 1.5M_p$$

بدراسة توازن الجزء ABC:

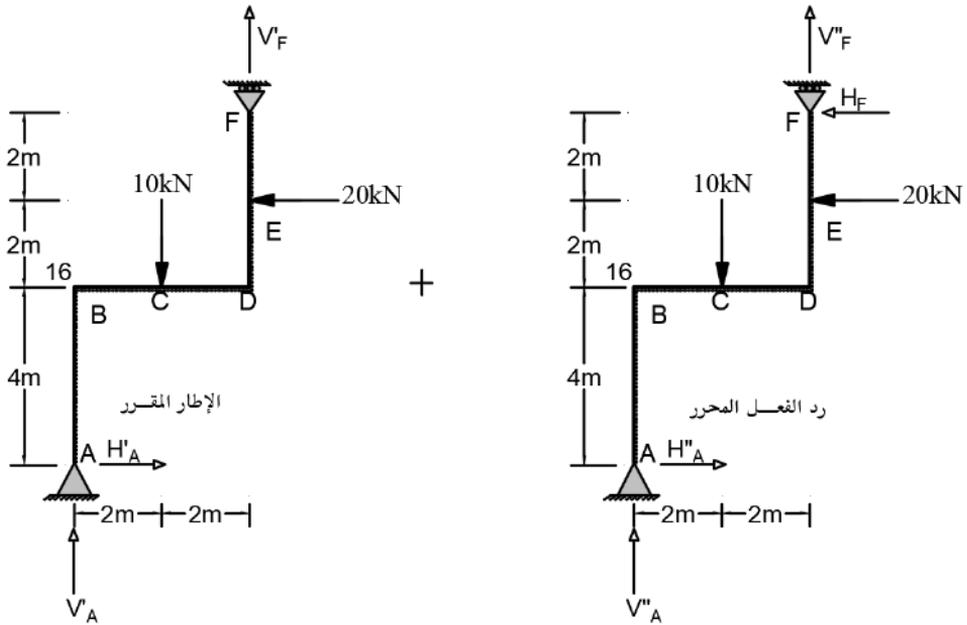
$$+\circlearrowleft: \sum M_C = 0 \Rightarrow 4 \times 4 - 3 \times 2 = 0 \Rightarrow M_C = 16 - 6 = 10kN.m < 1.5M_p = 24kN.m$$

بالنتيجة يكون مخطط عزم الانعطاف عند الانهيار كما في الشكل:



3- الطريقة الستاتيكية:

بتحرير رد الفعل H_F بعدّه رد فعلٍ فائضاً **Redundant Reaction**: تكون الجملة عبارة عن مجموع الجملتين المبينتين بالشكل:



أ. جملة الإطار المقرّر:

بتطبيق معادلات التوازن الثلاث:

$$+\uparrow: \sum F_y = 0 \Rightarrow V'_A - 10 + V'_F = 0 \Rightarrow V'_A + V'_F = 10\text{kN}$$

$$+ \rightarrow: \sum F_x = 0 \Rightarrow H'_A = 20kN$$

$$+ \curvearrowleft: \sum M_A = 0 \Rightarrow 10 \times 2 - 20 \times 6 - 4V'_F = 0 \Rightarrow V'_F = -25kN \downarrow, V'_A = 35kN$$

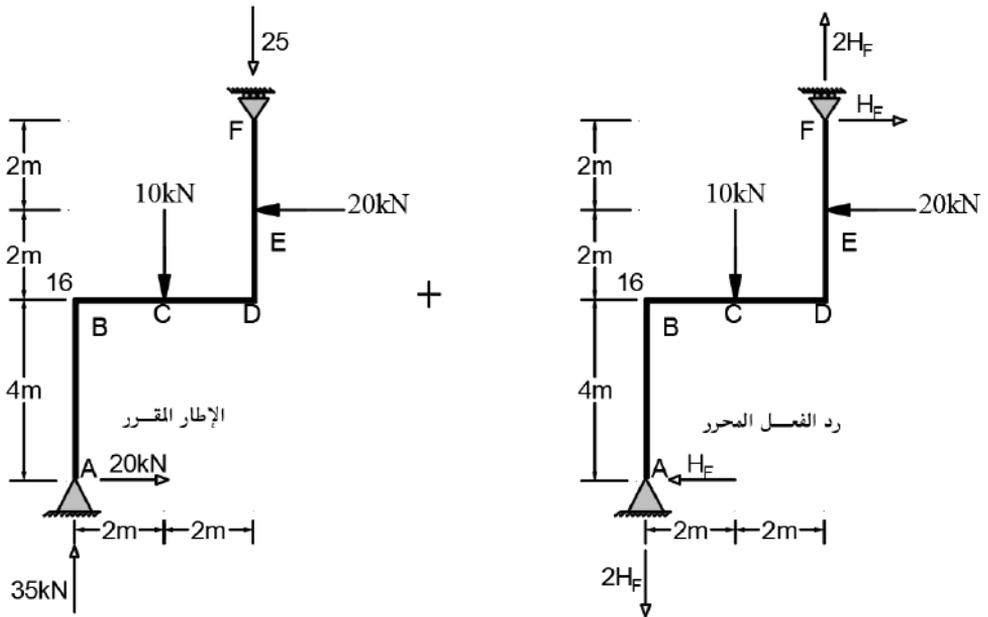
ب. جملة رد الفعل المحرر:

بتطبيق معادلات التوازن الثلاث:

$$+ \uparrow: \sum F_y = 0 \Rightarrow V''_A + V''_F = 0 \Rightarrow V''_A = -V''_F$$

$$+ \rightarrow: \sum F_x = 0 \Rightarrow H''_A + H_F = 0 \Rightarrow H''_A = -H_F$$

$$+ \curvearrowleft: \sum M_A = 0 \Rightarrow 8H_F - 4V''_F = 0 \Rightarrow V''_F = 2H_F; V''_A = -2H_F$$



- بفرض حدوث الآلية المرغوبة وتحدث بتشكّل مفصلين في B, E العزم في B يساوي M_p والعزم

في E يساوي $2M_p$.

معادلة العزم في B:

$$M_B = 20 \times 4 - 4 \times H_F = 80 - 4H_F$$

معادلة العزم في C:

$$M_C = 20 \times 4 - 35 \times 2 - 4 \times H_F + 2H_F \times 2 = 10$$

معادلة العزم في D:

$$M_D = -20 \times 2 + 4 \times H_F = -40 + 4H_F$$

معادلة العزم في **E**:

$$M_E = 0 + 2 \times H_F = 2 \times H_F$$

بالمساواة مع العزم المقاوم اللدن:

$$M_B = 80 - 4H_F = M_p$$

$$M_E = 2 \times H_F = 2M_p$$

ب طرح المعادلة الثانية من ضعف المعادلة الأولى:

$$160 - 10H_F = 0$$

$$H_F = 16kN$$

$$M_p = 16kN.m$$

التحقق من العزم في **C**:

$$M_C = 80 - 70 - 4 \times 16 + 32 \times 2 = 10 < M_p = 16kN.m$$

التحقق من العزم في **D**:

$$M_D = -40 + 4 \times 16 = 24kN.m = 1.5M_p$$

الفصل الرابع

القشريات من البيتون المسلح

Reinforced Concrete Shells

1-4 مقدمة:

تنتشر القشريات من البيتون المسلح أو القشريات الرقيقة، بشكل واسع حول العالم منذ ثلاثينات القرن الماضي **1930s**. حيث دعت الحاجة إلى تصميم القشريات بغية تغطية المجازات الكبيرة بشكل آمن واقتصادي. إن سماكة القشرية صغيرة نسبةً إلى انحناء القشرية ومجازها إذ تتراوح نسبة سماكة القشرية إلى نصف قطر انحنائها بين **1/100-1/500** وإلا فإنها لن تسلك السلوك الغشائي كما سيذكر لاحقاً. تسمى هذه النسبة نسبة الانحناء $r=d/R$.

إن القشريات بوصفها عناصر إنشائية تحقق شرطي الكفاءة والاقتصادية، الكفاءة الإنشائية في حمل الحمولات المعامدة لسطحها بواسطة الإجهادات الغشائية ضمن المستوي، والكلفة الملائمة نسبة إلى الأنواع الأخرى من الجمل الإنشائية. إن عزوم الانعطاف إن وجدت في القشريات صغيرة جداً وتهمل نسبة إلى الجهود الأخرى وهذه هي إحدى نقاط القوة في المنشآت القشرية.

إن إنشاء القشريات من البيتون المسلح انخفض منذ ستينيات القرن الماضي **1960s** وقد كان يُعدّ مرهقاً للعمالة البنائية ومستهلكاً للوقت. في العقد الماضي استعادت المنشآت المنحنية من البيتون المسلح شعبيتها بشكل مفاجئ، ويعود السبب إلى تطور تكنولوجيا النمذجة الرقمية **Computer Aided Design (CAD)** وبرمجيات التحليل والتصميم باستخدام العناصر المحدودة **Finite Element Method (FEM)**. رغم أن تكنولوجيا التنفيذ لم تواكب التطور الحاصل في النمذجة والتحليل والتصميم، ولم تدخل تكنولوجيا بناء القشريات وتشبيدها ضمن ثورة الصناعة الرقمية **Computer Aided Manufacturing (CAM)** حتى الآن بسبب تعقيد قالب البناء وصعوبة إنشائه.

2-4 محاسن القشريات ومساوئها:

كما تم ذكره فإن من مميزات القشريات تغطية المساحات الواسعة بدون وجود أعمدة وسطية كما في الصالات الرياضية والمعارض ودور العبادة. كما أن الكلفة الاقتصادية لمادة الإنشاء تكون أقل بكثير من الجمل الإنشائية الأخرى التي يمكن أن تغطي المساحة ذاتها، حيث نذكر على سبيل المثال سقوف الجوائز المتصالبة **Paneled Beams**. إن سقوف القشريات قادرة على تأمين التهوية والإنارة بشكل كفوء وأنيق معمارياً. عموماً فإن القشريات تُعدّ عناصر معمارية مميزة وجميلة.



الشكل (1-4) أشكال مختلفة للقشريات

على الرغم مما ذكر إلا أن تنفيذ القشريات من البيتون المسلح له مساوئه الخاصة، يُذكر منها كلفة معدات التنفيذ من سقالات وروافع وقوالب صب حيث إن القالب اللازم لصب القشريات يستخدم لمرة واحدة فقط ناهيك عن صعوبة إنشائه بسبب صعوبة تحقيق توازنه. أيضاً إن كلفة صب القشرية عالية نسبياً بسبب كون مراحل الصب متعددة وباستخدام بيتون جامد ذي هبوط مخروط منخفض (40-50mm) من ناحية العمالة فإن تنفيذ القشريات يتطلب خبرات فنية ذات مهارة عالية لأنه يحتاج إلى دقة ومعرفة خاصة. لا يمكن التوسع شاقولياً في الأبنية ذات السقف القشري ومن ثم لا يمكن تنفيذها في الأبنية الطابقية..



الشكل (2-4) تنفيذ القشريات

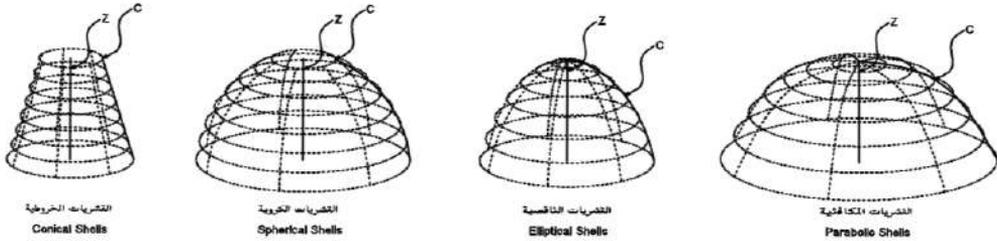
3-4 أنواع القشريات Shell Types:

تتنوع أشكال القشريات بشكل واسع، إذ إن أي سطح منحني باتجاه أو أكثر يمكن أن يُعدّ سطحاً قشرياً. حيث يمكن تصنيف القشريات بحسب التابع الرياضي لها إلى عدة أنواع، يُذكر منها القشريات الدورانية- القشريات ثنائية الانحناء- القشريات الأسطوانية - القشريات الملتوية والقشريات المركبة.

1-3-4 القشريات الدورانية **Rotational Shells**:

يمكن نمذجة هذه القشريات عن طريقة دوران (**Revolve**) منحني واقع في المستوي **XZ** يرمز له **C** يسمى بالمولد حول مستقيم موازٍ للمحور **Z** يسمى محور الدوران. هناك تنوع كبير للقشريات الدورانية حسب نوع المولد يُذكر منها:

- القشريات الكروية: في هذا النوع من القشريات يكون المنحني المولد قوساً دائرياً.
- القشريات الناقصية: حيث يكون المنحني المولد قوساً من قطع ناقص.
- القشريات المكافئية: ويكون المنحني المولد عبارة عن منحنى قطع مكافئ.
- القشريات المخروطية: يكون المنحني المولد في الحالة هذه مجرد مستقيم مائل على المحور **Z**.



الشكل (3-4) القشريات الدورانية

2-3-4 القشريات ثنائية الانحناء **Double Curvature Shells**:

تتم نمذجة هذه القشريات من انتقال منحنٍ مستوي C_1 وليكن واقعاً في المستوي **XZ** على منحنٍ مستوي C_2 واقع في المستوي المعامد **YZ**. تسمى هذه القشريات أيضاً بالقشريات الانتقالية **Translational Shells**. يمكن لهذين المنحنيين أن يأخذا أي شكل رياضي (قطع مكافئ-قطع ناقص-قطع زائد أو قوس من دائرة) سواءً اتفقا بالتابع الرياضي أو اختلفا.

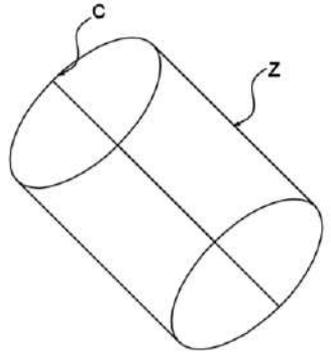
تعرف هذه القشريات بانحنائها **Curvature** معبراً عنه بانحناء غوص **Gaussian Curvature**. إن انحناء غوص عبارة عن جداء قيمتي الانحناءين وفق الاتجاهين الرئيسيين **X, Y** حيث $k_g = k_x \times k_y$. إن القيمة الموجبة لانحناء غوص تمثل سطوحاً ذات انحناءين أحاديي الاتجاه **Clastic Surface**. والقيمة السالبة لانحناء غوص تمثل سطوحاً ذات انحناءين متعاكسين-**Anti-Clastic Surfaces**، في حين تكون قيمة انحناء غوص مساوية الصفر في القشريات الأسطوانية على سبيل المثال لانعدام الانحناء وفق أحد الاتجاهين.



الشكل (4-4) القشريات ثنائية الانحناء: a-Clastic b- Anti Clastic c-Cylinder

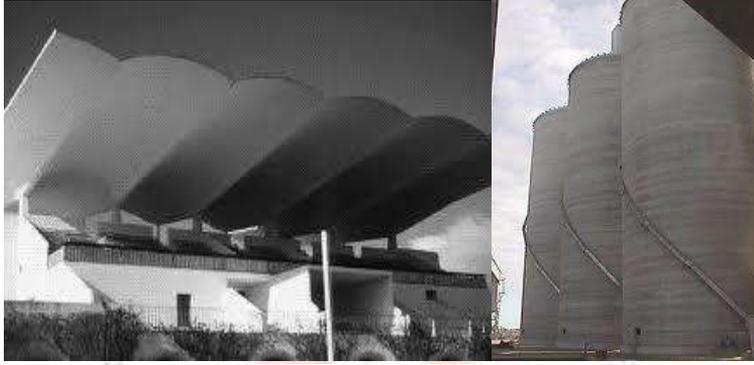
3-3-4 القشريات الأسطوانية Cylindrical Shells:

تتم نمذجة هذه القشريات عن طريقة انتقال منحنٍ مستوي C يسمى المنحني المولد على مستقيم معامد يسمى الموجه Z . تأخذ القشرية الأسطوانية أشكالاً مختلفة بحسب نوع المنحني المولد فتكون أسطوانية دائرية (وهي الأكثر شيوعاً خصوصاً في الخزانات وصوامع الحبوب) أو أسطوانية ناقصية أو أسطوانية مكافئية.



الشكل (4-5) توليد القشرية الاسطوانية

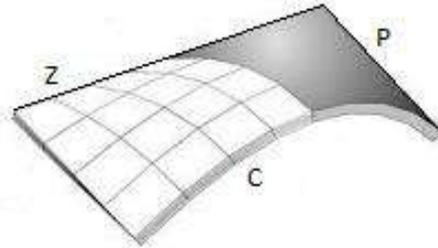
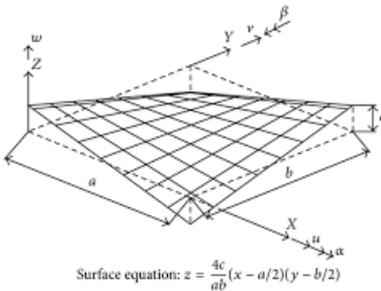
كما تم ذكره سابقاً تُعدّ القشريات الأسطوانية حالة خاصة من القشريات ثنائية الانحناء حيث يكون المنحني الموجه خطأً مستقيماً. إلا أنها تتصرف من حيث السلوك الإنشائي بشكل مختلف عن القشريات ثنائية الانحناء. إذ أنها تكون مقاومة الإجهادات في أحد الاتجاهين قوية في حين تكون ضعيفة وفق الاتجاه الآخر.



الشكل (6-4) نماذج من القشريات الأسطوانية

4-3-4 القشريات الملتوية Skew Shells:

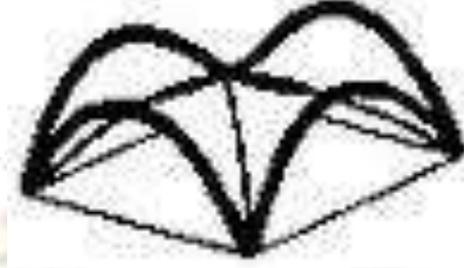
في هذا النوع من القشريات يكون هناك مستقيم مولد **P** بدلاً من المنحني المولد ويكون هناك منحني موجّه **C** بدلاً من مستقيم موجّه. ينتقل المستقيم المولد **P** على المنحني الموجّه من جهة وعلى مستقيم موجّه **Z** من الجهة المقابلة. يختلف شكل هذه القشريات بحسب شكل المنحني الموجّه حيث يمكن أن تكون قشريات مخروطية ناقصية أو مخروطية مكافئية أو مخروطية دائرية. إذا ما تم استبدال المنحني الموجّه بخط مستقيم مائل فإن القشرية تصبح قشرية زائدية ملتوية.



الشكل (7-4) القشريات الملتوية

4-3-5 القشريات المركبة Composite Shells:

تتألف من عدة قشريات من القشريات المذكورة. وتستخدم غالباً في القباب لتغطية دور العبادة أو الصالات الكبيرة. مثلاً يبين الشكل (4-8) تقاطع قشرتين أسطوانيتين أفقيتين.



الشكل (4-8) القشرية المركبة

في حين يبين الشكل (4-9) تقاطع عدة قشريات كروية.



الشكل (4-9) القشرية المركبة المكونة من عدة قشريات كروية

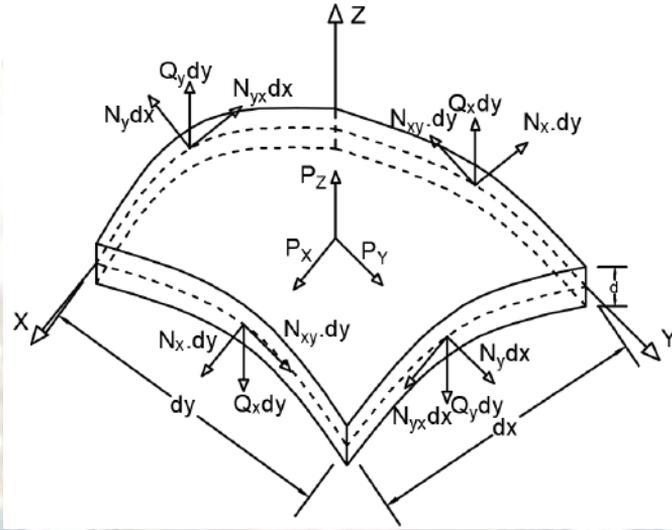
ويبين الشكل (4-10) تقاطع عدة قشريات ثنائية الانحناء.



الشكل (4-10) القشرية المركبة المكونة من عدة قشريات ثنائية الانحناء

4-4 الإجهادات في القشريات Stresses in Shells:

باعتداد عنصر تفاضلي من قشرية ما أبعاده dx, dy وفق جملة المحاور الإحداثية. وسماكته من سماكة القشرية d . إن محصلات القوى الخارجية المطبقة على العنصر التفاضلي هي P_x, P_y, P_z وفق جملة المحاور الإحداثية. وتكون محصلات القوى الداخلية في كل من أطراف القشرية الأربعة مبيّنة بالشكل (4-11). حيث تتم دراسة الإجهادات في القشريات عند المستوي الوسطي وهو السطح الواقع في منتصف سماكة القشرية **The middle surface**. تعرّف القوى الداخلية كما يلي:



الشكل (4-11) القوى الداخلية في القشريات

• القوى الناعمية Normal Forces:

قوى في واحدة الطول، وتكون عمودية على السطح المدروس، حيث تكون القوى N_x مطبقة على السطح $dy \cdot d$ وتكون القوى N_y مطبقة على السطح $dx \cdot d$ وذلك عند منسوب المستوي الوسطي. تكون موجبة في حالة الشد وسالبة في حالة الضغط.

• قوى القص Shear Forces:

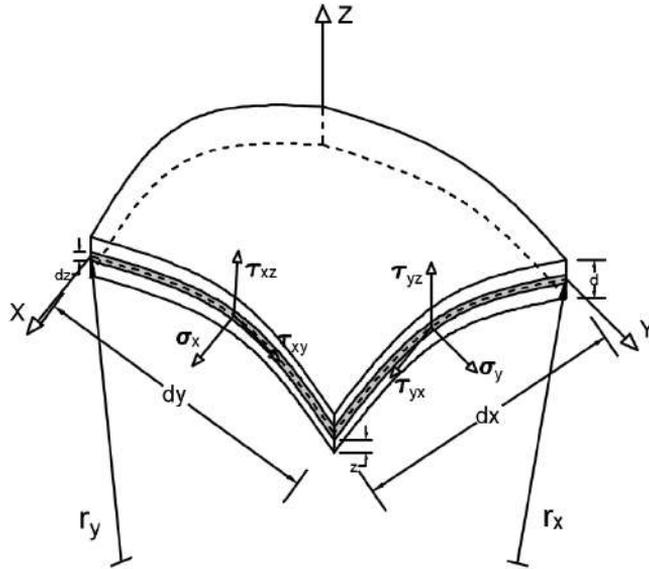
قوى في واحدة الطول مماسة للسطح المدروس، حيث تكون القوى N_{xy} مطبقة على السطح $dy \cdot d$ وذلك بشكل مواز للمستوي الوسطي وتكون موجبة في اتجاه المحور Y وسالبة بعكسه، في حين تكون القوى N_{yx} مطبقة على السطح $dx \cdot d$ وذلك عند منسوب المستوي الوسطي وتكون موجبة عندما توافق اتجاه المحور X وسالبة عندما تخالفه.

• القوى العرضية Transverse Force:

قوى في واحدة الطول معامدة للمستوي الوسطي ومماسة للسطح وتكون موجبة إذا كانت متجهة للأعلى. حيث تكون القوى Q_x مطبقة على السطح $dy \cdot d$ وتكون القوى Q_y مطبقة على السطح $dx \cdot d$ عند منسوب المستوي الوسطي.

هذه القوى هي عبارة عن محصلة أنواع الإجهادات التالية:

- القوى الناعمية هي محصلة الإجهادات الناعمية σ_x, σ_y .
- قوى القص عبارة عن محصلة إجهادات القص الموازية للمستوي الوسطي $\tau_{xy} = \tau_{yx}$.
- القوى العرضية عبارة عن محصلة إجهادات القص المعامدة للمستوي الوسطي τ_{yz}, τ_{zy} .



الشكل (4-12) الإجهادات في القشريات

باعتماد شريحة صغيرة تقع على ارتفاع z من المستوي الوسطي ارتفاعها يساوي dz يكون طول هذه الشريحة L من التناسب:

$$\frac{dy}{r_y} = \frac{L}{r_y + z} \Rightarrow L = dy \frac{r_y + z}{r_y}$$

بغية تركيز الإجهادات على هذه الشريحة يتم جداء الإجهادات بمساحة الشريحة:

$$\sigma_x dy \frac{r_y + z}{r_y} dz$$

وللحصول على محصلة القوة الناعمية الكلية على كامل الارتفاع dy يتم التكامل على كامل الارتفاع:

$$N_x dy = \int_{-d/2}^{d/2} \sigma_x dy \frac{r_y + z}{r_y} dz$$

باختصار **dy** من الطرفين:

$$N_x = \int_{-d/2}^{d/2} \sigma_x \frac{r_y + z}{r_y} dz$$

بالطريقة نفسها يكون:

$$N_{xy} = \int_{-d/2}^{d/2} \tau_{xy} \frac{r_y + z}{r_y} dz$$

$$Q_x = - \int_{-d/2}^{d/2} \tau_{xz} \frac{r_y + z}{r_y} dz$$

تكون المعادلات بالاتجاه الثاني:

$$N_y = \int_{-d/2}^{d/2} \sigma_y \frac{r_x + z}{r_x} dz$$

$$N_{yx} = \int_{-d/2}^{d/2} \tau_{yx} \frac{r_x + z}{r_x} dz$$

$$Q_y = - \int_{-d/2}^{d/2} \tau_{yz} \frac{r_x + z}{r_x} dz$$

يُلاحظ بمقارنة معادلتَي N_{xy}, N_{yx} أنهما غير متساويتين مع العلم أن الإجهادين المماسيين متساويان $\tau_{xy} = \tau_{yx}$ ، كما يُلاحظ أنهما تتساويان في حال كون نصفي قطري الانحناء متساويين في الاتجاهين $r_x = r_y$ وذلك في حالة الكرة مثلاً. عموماً إن سماكة القشرية صغيرة والفرق بينهما يُهمل. إن العزم الناتج عن الإجهادات يعطى بجداء القوة بالذراع **z** وهو عزم في واحدة الطول:

$$M_x = - \int_{-d/2}^{d/2} \sigma_x \frac{r_y + z}{r_y} z dz$$

$$M_{xy} = - \int_{-d/2}^{d/2} \tau_{xy} \frac{r_y + z}{r_y} z dz$$

في الاتجاه المقابل:

$$M_y = - \int_{-d/2}^{d/2} \sigma_y \frac{r_x + z}{r_x} z dz$$

$$M_{yx} = - \int_{-d/2}^{d/2} \tau_{yx} \frac{r_x + z}{r_x} z dz$$

وتكون القوى والعزوم المتولدة في العنصر التفاضلي dx, dy عبارة عن القيم العشر التالية:

$$N_x, N_y, N_{xy}, N_{yx}, Q_x, Q_y, M_x, M_y, M_{xy}, M_{yx}$$

4-5 النظرية الغشائية في القشريات Membrane Thorem:

تكون العزوم الداخلية في القشريات التي تتراوح نسبة سماكتها إلى نصف قطر انحنائها بين $1/100-1/500$ صغيرة جداً ويمكن إهمالها وتخضع هذه القشريات إلى قوى داخلية فقط وهي

$$N_x, N_y, N_{xy}, N_{yx}, Q_x, Q_y$$

بأخذ محصلة العزوم حول محور Z مار من مركز ثقل العنصر التفاضلي يكون:

$$N_{xy} dydx = N_{yx} dxdy \Rightarrow N_{xy} = N_{yx}$$

وبأخذ محصلة العزوم حول المحور Y المار من مركز ثقل العنصر يكون:

$$Q_x dy = 0 \Rightarrow Q_x = 0$$

$$Q_y = 0$$

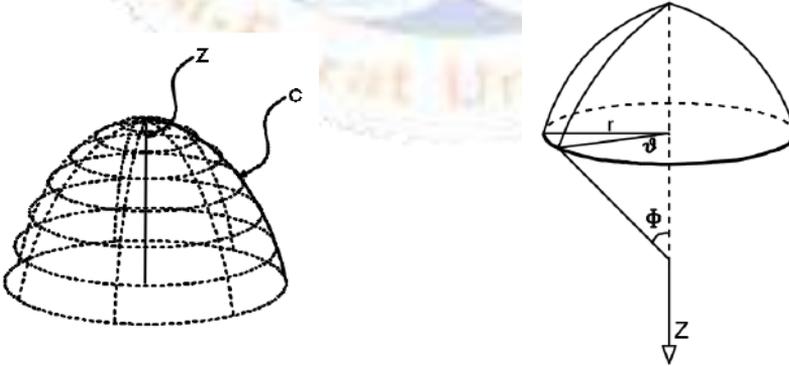
بالطريقة نفسها يكون:

وبذلك لا يبقى من القوى الداخلية العشر إلا ثلاث قوى:

$$N_{xy} = N_{yx}, N_x, N_y$$

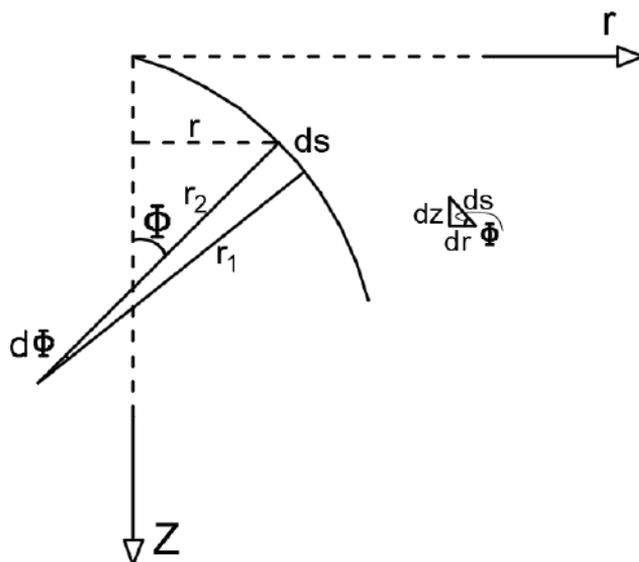
4-6 القشريات الدورانية Rotational Shells:

كما تم تبيانه سابقاً فإنه تتم نمذجة القشريات الدورانية عن طريق دوران عنصر منحنٍ أو مستقيم مائل حول محور شاقولي. بالنتيجة يمكن تقسيم القشرية الدورانية إلى خطوط طول **Longitude** وخطوط عرض **Latitude**. ومن ثم كل نقطة من القشرية تقع على خط طول معين (منحنٍ رأسي) وخط عرض معين (دائرة أفقية) بذلك يمكن التعبير عن أي نقطة على سطح القشرية الدورانية بوساطة إحداثيين هما الزاوية θ التي المنحني الرأسي المار بهذه النقطة مع منحنٍ رأسي مبدئي، والزاوية ϕ التي يصنعها الناظم على السطح عند النقطة المدروسة مع محور الدوران.



الشكل (4-13) توليد القشريات الدورانية

بأخذ عنصر تفاضلي طوله ds واقع على المنحني الرأسي يصنع الزاوية ϕ مع المحور Z ويحصر الزاوية $d\phi$ ابتداءً من مركز المنحني الرأسي يكون:



الشكل (4-14) قيم القشريات الدورانية

r_1 : نصف قطر انحناء المنحني الرأسي.

r_2 : المسافة بين العنصر التفاضلي المدروس ومحور الدوران على الناظم.

r : نصف قطر الدائرة الأفقية ويمثل المسافة بين العنصر التفاضلي ومحور الدوران.

من الشكل (4-14) يكون:

$$r = r_2 \cdot \sin \phi$$

$$dr = ds \cdot \cos \phi$$

$$dz = ds \cdot \sin \phi$$

طول القوس يساوي الزاوية التي يحصرها مضروباً بنصف القطر.

$$ds = r_1 \cdot d\phi$$

بالتعويض في المعادلتين السابقتين:

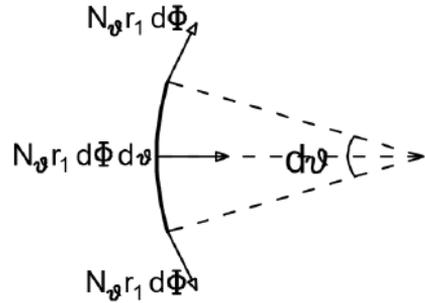
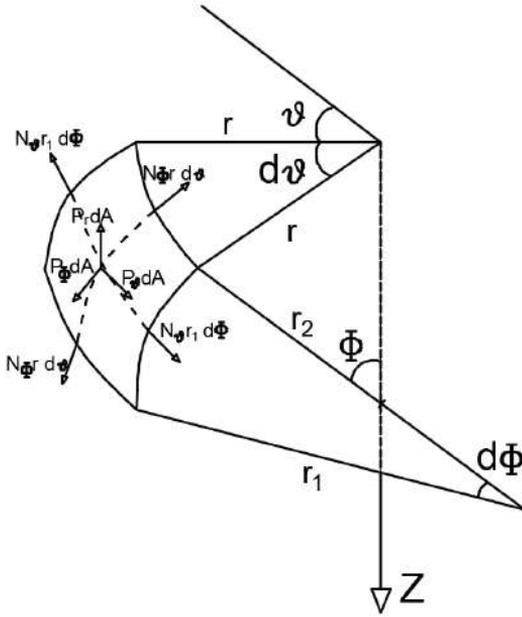
$$dr = r_1 d\phi \cdot \cos \phi \Rightarrow \frac{dr}{d\phi} = r_1 \cdot \cos \phi$$

$$dz = r_1 \cdot d\phi \cdot \sin \phi \Rightarrow \frac{dz}{d\phi} = r_1 \cdot \sin \phi$$

1-6-4 القوى الداخلية في القشرية الدورانية:

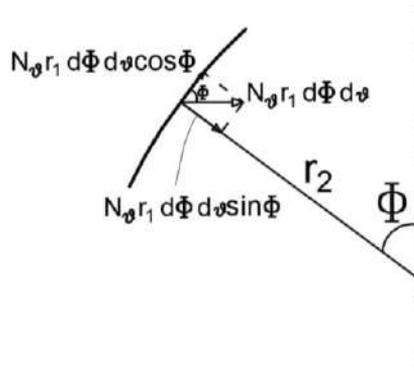
يبين الشكل (4-15) توزيع القوى الداخلية في القشرية الدورانية على عنصر تقاضي تحصره الزاويتان التقاضيلتان $d\phi, d\theta$ ، إذ يتم تركيز كل من القوى الداخلية المحمولة على المنحني الرأسي N_θ بأخذ جدائها بطول القوس $r d\theta$ والقوى الداخلية المحمولة على المنحني الأفقي N_θ بجدائها بطول القوس $r_1 d\phi$.

بإسقاط القوة الداخلية المحمولة على المنحني الأفقي كما في الشكل (4-15)، $N_\theta r_1 d\phi d\theta$ يتم الحصول على $N_\theta r_1 d\phi$.



الشكل (4-15) توزيع القوى الداخلية في القشريات الدورانية

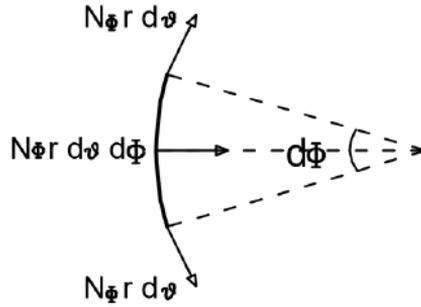
من الممكن إيجاد معادلة التوازن باتجاه الناظم على سطح القشرية كما هو مبين بالشكل (4-16):



الشكل (4-16) معادلة التوازن باتجاه الناظم

تكون مركبة القوة $N_{\theta}r_1d\phi d\theta$ على الناظم على سطح القشرية مساوية $N_{\phi}r_1d\phi d\theta \sin \phi$ وهي تتجه إلى داخل القشرية.

بالطريقة ذاتها يتم إسقاط القوة الداخلية المحمولة على المنحني الرأسي كما في الشكل (4-17)، $N_{\phi}rd\theta$ يتم الحصول على $N_{\phi}rd\theta d\phi$ وهي محمولة على الناظم وتتجه نحو الداخل.



الشكل (4-17) إسقاط القوى الداخلية المحمولة على المنحني الرأسي

إن محصلة مركبة القوى الخارجية على الناظم تساوي:

$$P_r dA = P_r \cdot r d\theta \cdot r_1 d\phi$$

وهي تتجه نحو الخارج.

بالإسقاط على الناظم يكون:

$$N_{\theta}r_1d\phi d\theta \sin \phi + N_{\phi}rd\theta d\phi - P_r \cdot r \cdot r_1 d\phi d\theta = 0$$

بالقسمة على $d\phi d\theta$:

$$N_{\theta}r_1 \sin \phi + N_{\phi}r - P_r \cdot r \cdot r_1 = 0$$

$$r = r_2 \cdot \sin \phi$$

بما أن:

$$N_{\theta}r_1 \sin \phi + N_{\phi}r_2 \cdot \sin \phi - P_r \cdot r_2 \cdot \sin \phi \cdot r_1 = 0$$

بالقسمة على $r_1 \cdot r_2 \cdot \sin \phi$:

$$\frac{N_{\theta}}{r_2} + \frac{N_{\phi}}{r_1} = P_r$$

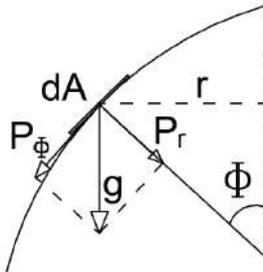
وهي تمثل معادلة الإسقاط على الناظم في القشريات الدورانية.

4-6-2 الحملات المؤثرة على القشريات الدورانية:

تتعرض القشريات الدورانية إلى أنواع مختلفة من الأحمال، أهمها الأحمال الميتة والحية وأحمال الرياح وضغط السوائل في الخزانات. سيتم إيجاد مركبات هذه الأحمال من أجل شريحة مساحتها dA

تساوي واحدة المساحة وذلك وفق الاتجاهات الثلاثة، المنحني الرأسى P_ϕ والمنحني الأفقي P_θ والناظم على القشرية P_r .

أ. الأحمال الميتة:



الوزن الذاتي والإكساء g وهو وزن واحدة المساحة من مادة القشرية بالمتري المربع. إن تحليل هذه الحمولة وفق الاتجاهات الثلاثة يُعطي المركبات التالية:

$$P_\phi = g \cdot \sin \phi$$

$$P_\theta = 0$$

$$P_r = -g \cdot \cos \phi$$

الشكل (18-4) إسقاط الأحمال الميتة

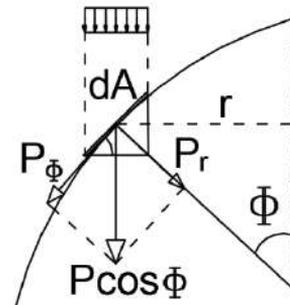
الأحمال الحية:

إن كلاً من الأحمال الحية والثلج تتوزع بانتظام على واحدة المساحة الأفقية أي مسقط واحدة المساحة $dA \cdot \cos \phi$ على المستوي الأفقي كما في الشكل (19-4). وتكون المركبات الثلاثة:

$$P_\phi = P \cdot \cos \phi \cdot \sin \phi$$

$$P_\theta = 0$$

$$P_r = -P \cdot \cos^2 \phi$$



الشكل (19-4) إسقاط الأحمال الحية

ج. أحمال الرياح:

تتألف أحمال الرياح من قوى ضغط على السطح المواجه للرياح وقوى شد على السطح المخالف. تؤخذ بالحسبان المركبة الناعمية للرياح وتهمل المركبة المحمولة على المنحني الأفقي والمركبة المحمولة على المنحني الرأسى لصغر قيمتها.

$$P_\phi = 0$$

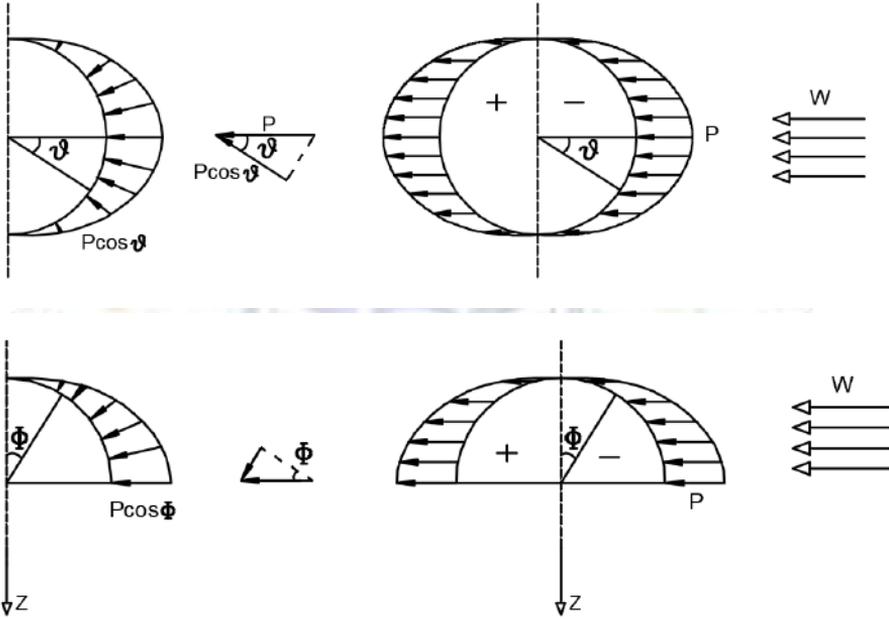
$$P_\theta = 0$$

$$P_r = -P \cdot \sin \phi \cdot \cos \theta$$

إن الزاوية θ هي الزاوية الواقعة بين الناظم على سطح القشرية عند النقطة المدروسة واتجاه الرياح (هنا مع المحور الأفقي X).

P: القوة التي تؤثر بها الرياح على واحدة المساحة وتتؤخذ كنسبة من ضغط الرياح **W** - المحسوب وفق الكود المعتمد- كما يلي:

P=0.26W للقشرية الكروية، **P=0.45W** للقشرية الأسطوانية.



الشكل (20-4) أحمال الرياح على القشريات الدورانية

2-6-4 القشريات الدورانية المعرضة إلى حمولات متناظرة:

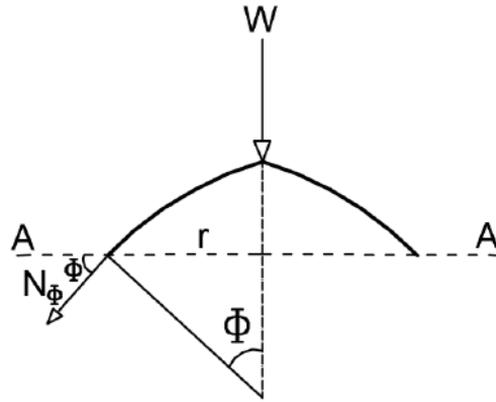
بغية إيجاد القوى الداخلية في القشريات الدورانية عموماً N_ϕ, N_θ يتم افتراض محصلة القوى الخارجية الشاقولية مساوية **W**. بالإسقاط على محور شاقولي للجزء الواقع فوق المقطع **A-A** تكون محصلة المركبة الشاقولية للقوة الداخلية N_ϕ مساوية **W** فيكون:

$$N_\phi \cdot \sin \phi \cdot 2\pi r + W = 0$$

$$N_\phi = \frac{-W}{\sin \phi \cdot 2\pi r}$$

$$r = r_2 \cdot \sin \phi$$

بما أن:



الشكل (4-21) الأحمال المركزة على القشريات الدورانية

$$N_{\phi} = \frac{-W}{2\pi r_2 \sin^2 \phi}$$

فيكون:

بالتعويض في معادلة الإسقاط على الناظم:

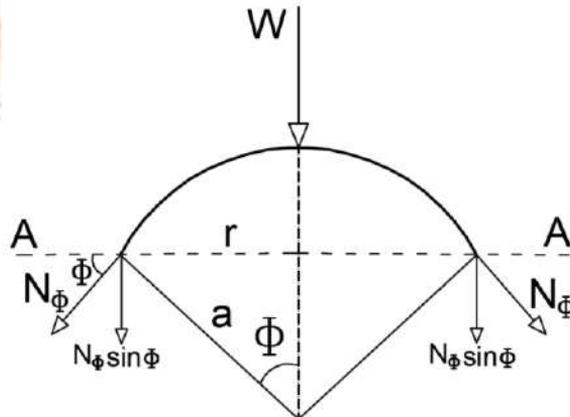
$$\frac{N_{\theta}}{r_2} + \frac{N_{\phi}}{r_1} = P_r$$

$$N_{\theta} = \left(P_r - \frac{N_{\phi}}{r_1} \right) r_2$$

4-6-3 القوى الداخلية في القباب الكروية:

إن القباب الكروية هي حالة خاصة من القشريات الدورانية حيث يكون نصف قطر القشرية فيها

وإحداً $r_1 = r_2 = a$



الشكل (4-22) الأحمال المركزة على القشريات الكروية

من الشكل (4-22) يكون:

$$r = a \cdot \sin \phi$$

بالتعويض في معادلتى القوى الداخلية في القشريات الدورانية:

$$N_\phi = \frac{-W}{2\pi a \sin^2 \phi}$$

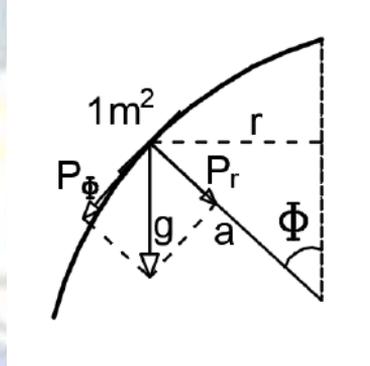
$$N_\theta = aP_r - N_\phi$$

يمكن استنتاج القوى الداخلية في القباب الكروية الناتجة عن مختلف الأحمال انطلاقاً من المعادلتين السابقتين كما يلي:

أ. القوى الداخلية الناتجة عن الوزن الذاتي في القباب الكروية:

• بدون وجود فتحة علوية في القبة:

من الشكل (4-23) تكون مركبات الحملات الخارجية (الوزن الذاتي) كما يلي:



الشكل (4-23) أحمال الوزن الذاتي في القشريات الكروية

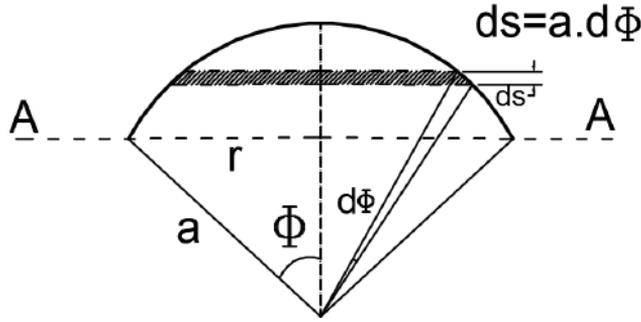
المركبة المحمولة على المنحني الشاقولي موجبة باتجاه تزايد الزاوية ϕ ذلك بأنّ المبدأ هو محور القشرية:

$$P_\phi = g \cdot \sin \phi$$

$$P_\theta = 0$$

المركبة المحمولة على الناظم تكون موجبة باتجاه خارج القشرية:

$$P_r = -g \cdot \cos \phi$$



الشكل (4-24) إسقاط أحمال الوزن الذاتي في القشريات الكروية
من أجل حساب القوى الداخلية يجب حساب محصلة الوزن الذاتي W فوق المنسوب
 $A-A$ الواقع عند الزاوية ϕ .

$$N_{\phi} = \frac{-W}{2\pi a \sin^2 \phi}$$

$$N_{\theta} = aP_r - N_{\phi}$$

$$W = g.A$$

A : مساحة القبة الكروية أعلى المنسوب $A-A$ ، وتحسب بالتكامل:

$$A = \int_0^{\phi} 2\pi r a d\phi$$

$$r = a \sin \phi$$

ولكن:

فيكون:

$$A = \int_0^{\phi} 2\pi a^2 \sin \phi d\phi = 2\pi a^2 [-\cos \phi]_0^{\phi} = 2\pi a^2 [1 - \cos \phi]$$

$$W = g.2\pi a^2 [1 - \cos \phi]$$

بالتعويض في معادلتى القوى الداخلية:

$$N_{\phi} = \frac{-g.2\pi a^2 [1 - \cos \phi]}{2\pi a \sin^2 \phi} = \frac{-g.2\pi a^2 [1 - \cos \phi]}{2\pi a [1 - \cos^2 \phi]}$$

$$N_{\phi} = \frac{-g.a}{[1 + \cos \phi]}$$

$$N_{\theta} = -ag \cos \phi + \frac{g.a}{[1 + \cos \phi]}$$

$$N_{\theta} = -ag \left[\cos\phi - \frac{1}{[1 + \cos\phi]} \right]$$

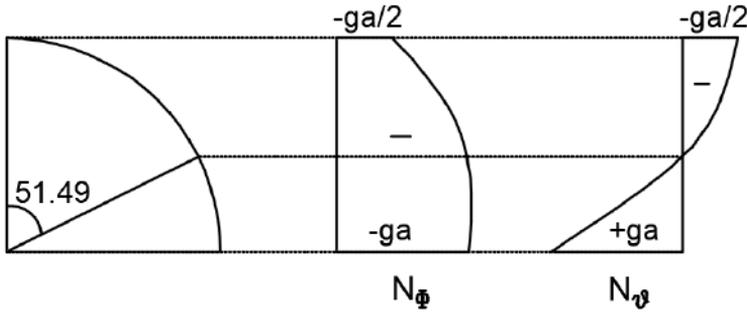
يمكن رسم مخططي القوتين الداخليتين N_{ϕ} , N_{θ} من أجل الوزن الذاتي وبدون فتحة

علوية من أجل قبة نصف كرة عن طريق إعطاء الزاوية ϕ قيماً تتراوح بين الصفر والتسعين:

الجدول (1-4) توزيع القوى الداخلية من أجل الوزن الذاتي في القشرية الكروية

90	60	45	30	0	ϕ
$-ga$	$-0.667ga$	$-0.586ga$	$-0.536ga$	$-\frac{ga}{2}$	N_{ϕ}
$+ga$	$+0.1667ga$	$-0.121ga$	$-0.33ga$	$-\frac{ga}{2}$	N_{θ}

إن N_{ϕ} سالبة دوماً أي أن القوة ضاغطة، في حين N_{θ} تتغير من السالب إلى الموجب عند الزاوية $\phi = 51.49$.



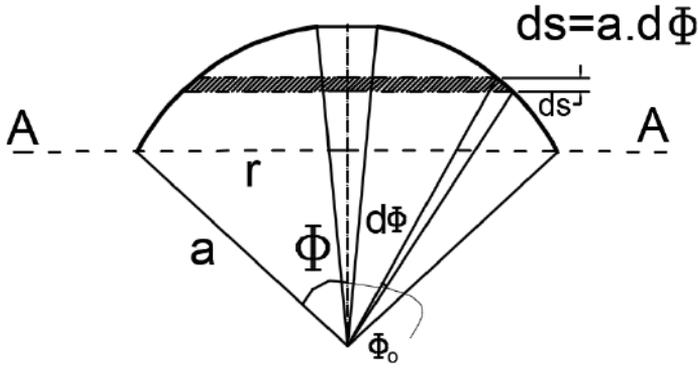
الشكل (4-25) توزيع القوى الداخلية الناتجة عن الوزن الذاتي في القشريات الكروية

• عند وجود فتحة علوية في القبة:

في حال وجود فتحة علوية في القبة يصبح مجال التكامل للزاوية ϕ يتراوح بين

$$[\phi_0 \rightarrow \phi]$$

ويكون حساب محصلة الوزن الذاتي W فوق المنسوب $A-A$ الواقع عند الزاوية ϕ .



الشكل (4-26) إسقاط أحمال الوزن الذاتي في القشريات الكروية ذات الفتحة العلوية

$$N_{\phi} = \frac{-W}{2\pi a \sin^2 \phi}$$

$$N_{\theta} = aP_r - N_{\phi}$$

$$W = g.A$$

A: مساحة القبة الكروية أعلى المنسوب **A-A**، وتحسب بالتكامل:

$$A = \int_{\phi_0}^{\phi} 2\pi r a d\phi$$

$$r = a \sin \phi \quad \text{ولكن:}$$

فيكون:

$$A = \int_{\phi_0}^{\phi} 2\pi a^2 \sin \phi d\phi = 2\pi a^2 [-\cos \phi]_0^{\phi} = 2\pi a^2 [\cos \phi_0 - \cos \phi]$$

$$W = g.2\pi a^2 [\cos \phi_0 - \cos \phi]$$

بالتعويض في معادلتني القوى الداخلية:

$$N_{\phi} = \frac{-g.a[\cos \phi_0 - \cos \phi]}{\sin^2 \phi}$$

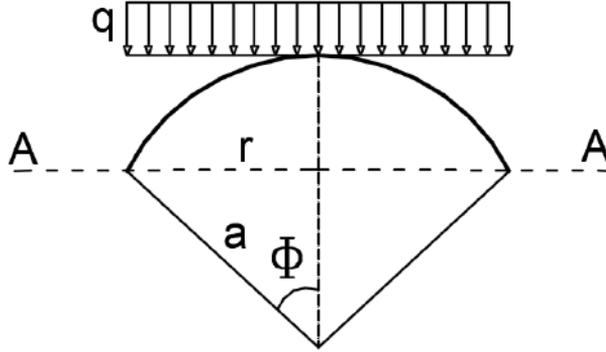
$$N_{\theta} = aP_r - N_{\phi}$$

$$N_{\theta} = -ag \cos \phi + \frac{g.a[\cos \phi_0 - \cos \phi]}{\sin^2 \phi}$$

$$N_{\theta} = -ag \left[\cos \phi - \frac{[\cos \phi_0 - \cos \phi]}{\sin^2 \phi} \right]$$

ب. القوى الداخلية الناتجة عن الأحمال الحية في القباب الكروية:

• بدون وجود فتحة علوية في القبة:



الشكل (4-27) إسقاط الأحمال الحية في القشريات الكروية

من الشكل (4-27) تكون مركبات الحملات الخارجية (الحمولة الحية) كما يلي:

المركبة المحمولة على المنحني الشاقولي موجبة باتجاه تزايد الزاوية ϕ ذلك بأن

المبدأ هو محور القشرية:

$$P_{\phi} = q \cdot \sin \phi \cdot \cos \phi$$

$$P_{\theta} = 0$$

المركبة المحمولة على الناظم تكون موجبة باتجاه خارج القشرية:

$$P_r = q \cdot \cos^2 \phi$$

من أجل حساب القوى الداخلية يجب حساب محصلة الأحمال الحية W فوق المنسوب

$A-A$ الواقع عند الزاوية ϕ .

$$N_{\phi} = \frac{-W}{2\pi a \sin^2 \phi}$$

$$N_{\theta} = aP_r - N_{\phi}$$

$$W = q \cdot A = q\pi r^2$$

$$r = a \cdot \sin \phi$$

ولكن:

$$W = q\pi a^2 \sin^2 \phi$$

بالتعويض في معادلتني القوى الداخلية:

$$N_{\phi} = \frac{-\pi.a^2.q \sin^2 \phi}{2\pi a \sin^2 \phi}$$

$$N_{\phi} = \frac{-q.a}{2}$$

$$N_{\theta} = aP_r - N_{\phi}$$

$$N_{\theta} = -aq.\cos^2 \phi + \frac{qa}{2} = -\frac{qa}{2}[2\cos^2 \phi - 1]$$

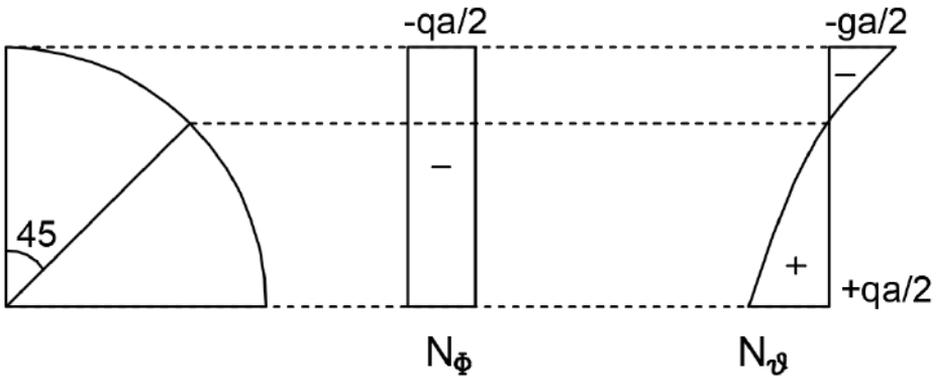
$$N_{\theta} = -\frac{qa}{2} \cos 2\phi$$

يمكن رسم مخططي القوتين الداخليتين N_{ϕ} , N_{θ} من أجل الحمولة الحية بدون فتحة علوية من أجل قبة نصف كرة عن طريق إعطاء الزاوية ϕ قيماً تتراوح بين الصفر والتسعين:

الجدول (2-4) توزيع القوى الداخلية من أجل الحمولة الحية في القشرية الكروية

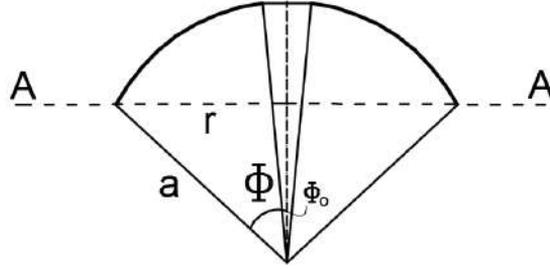
90	60	45	30	0	ϕ
$\frac{-qa}{2}$	$\frac{-qa}{2}$	$\frac{-qa}{2}$	$\frac{-qa}{2}$	$\frac{-qa}{2}$	N_{ϕ}
$\frac{+qa}{2}$	$\frac{+qa}{4}$	0	$\frac{-qa}{4}$	$\frac{-qa}{2}$	N_{θ}

إن N_{ϕ} سالبة دوماً أي أن القوة ضاغطة، في حين N_{θ} تتغير من السالب إلى الموجب عند الزاوية $\phi = 45$.



الشكل (28-4) توزيع الإجهادات الناتجة عن الأحمال الحية في القشريات الكروية

• عند وجود فتحة علوية في القبة:



الشكل (4-29) القشريات الكروية ذات الفتحة العلوية

من أجل حساب القوى الداخلية يجب حساب محصلة الأحمال الحية **W** فوق المنسوب **A-A** الواقع عند الزاوية ϕ .

$$N_{\phi} = \frac{-W}{2\pi a \sin^2 \phi}$$

$$N_{\theta} = aP_r - N_{\phi}$$

$$W = q.A = q\pi(r^2 - r_0^2)$$

$$r = a \cdot \sin \phi \quad \text{ولكن:}$$

$$W = q\pi a^2 (\sin^2 \phi - \sin^2 \phi_0)$$

بالتعويض في معادلتني القوى الداخلية:

$$N_{\phi} = \frac{-qa(\sin^2 \phi - \sin^2 \phi_0)}{2 \sin^2 \phi} = \frac{-qa}{2} \left[1 - \frac{\sin^2 \phi_0}{\sin^2 \phi} \right]$$

$$N_{\theta} = -\frac{qa}{2} \left[2 \cos^2 \phi - 1 + \frac{\sin^2 \phi_0}{\sin^2 \phi} \right]$$

ج. القوى الداخلية الناتجة عن قوة مركزة في قمة القبة الكروية:

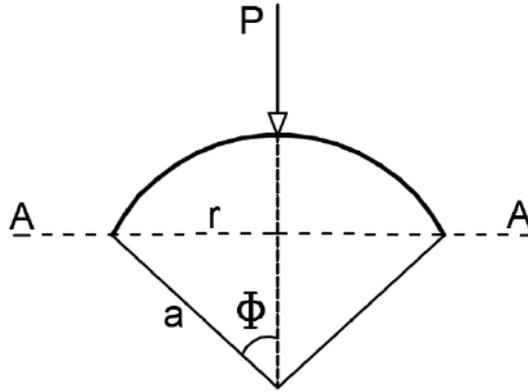
في هذه الحالة تكون مركبة القوة المطبقة على الناظم:

$$P_r = 0$$

$$N_{\theta} = -N_{\phi}$$

$$W = P$$

$$N_{\phi} = \frac{-P}{2\pi a \sin^2 \phi}$$



الشكل (30-4) الأحمال المركزة في القشريات الكروية

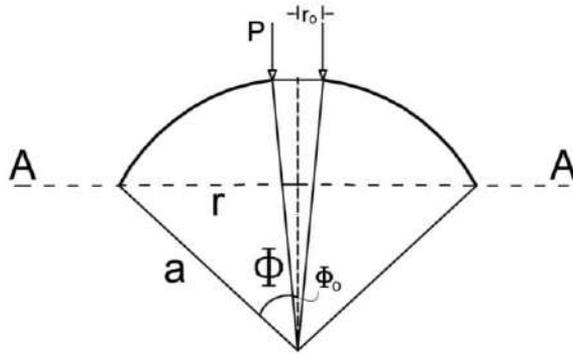
د. القوى الداخلية الناتجة عن أوزان الستارة المحيطة بالفتحة العلوية في القبة الكروية: في هذه الحالة تكون مركبة محصلة القوة المطبقة على الناظم معدومة:

$$P_r = 0$$

فيكون:

$$N_\theta = -N_\phi$$

إن محصلة الحمولة الخطية المطبقة على أطراف الفتحة العلوية تساوي:



الشكل (31-4) الأحمال الخطية في القشريات الكروية ذات الفتحة العلوية

$$W = 2\pi r_0 P$$

$$W = 2\pi a \sin \phi_0 P$$

بالتعويض في معادلتني القوى الداخلية:

$$N_\phi = \frac{-2\pi \cdot a P \sin \phi_0}{2\pi a \sin^2 \phi}$$

$$N_{\phi} = \frac{-P \sin \phi_0}{\sin^2 \phi}$$

هـ. القوى الداخلية الناتجة عن ضغط السوائل في القبة الكروية:

تستخدم القباب الكروية بكثرة في خزانات السوائل، قد يكون السائل خارج القشرية أو داخلها. وسوف يتم تفصيل كل من الحالتين على حدة:

• السائل خارج القشرية:

يكون ضغط السائل في أي نقطة عمودياً على سطح القشرية وتكون مركبات ضغط

المياه:

$$P_{\phi} = 0$$

$$P_{\theta} = 0$$

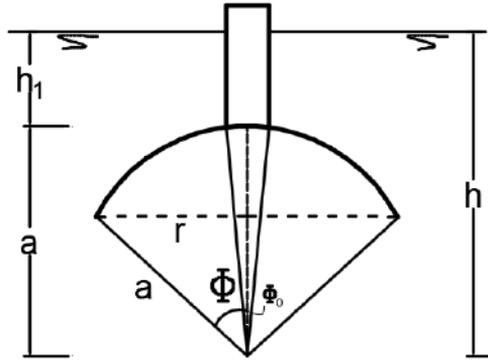
$$P_r = -\gamma[h_1 + a(1 - \cos \phi)]$$

$$P_r = -\gamma[h - a \cos \phi]$$

h: المسافة بين سطح السائل ومركز القبة.

h₁: المسافة من مستوى السائل إلى رأس القبة. عندما يكون منسوب السائل أعلى من رأس القبة

تكون قيمة **h₁** موجبة، وعندما يكون منسوب السائل أخفض من رأس القبة تعدّ قيمة **h₁** سالبة.



الشكل (4-32) أحمال الماء في القشريات الكروية ذات الفتحة العلوية

تكون معادلات القوى الداخلية بالنتيجة:

$$N_{\phi} = -\frac{\gamma a}{6} \left[3h_1 + a \frac{1 - \cos \phi}{1 + \cos \phi} (1 + 2 \cos \phi) \right]$$

$$N_{\theta} = -\frac{\gamma a}{6} \left[3h_1 + a \frac{1 - \cos \phi}{1 + \cos \phi} (5 + 4 \cos \phi) \right]$$

إن كل من القوتين ضاغطة ويجب إضافة جائز حلقي **Ring Beam** عند القطر الكبير للقشرية

بغية حمل قوى الشد الناتجة عن المركبة N_{ϕ} حيث يزداد الضغط بزيادة الزاوية ϕ .
في حال تثبيت فتحة علوية في أعلى القشرية تصبح معادلات القوى الداخلية:

$$N_{\phi} = -\gamma a^2 \left[\frac{h}{2a} \left(1 - \frac{\sin^2 \phi_0}{\sin^2 \phi} \right) - \frac{1}{3} \left(\frac{\cos^3 \phi_0 - \cos^3 \phi}{\sin^2 \phi} \right) \right]$$

$$N_{\theta} = -\gamma a^2 \left[\frac{h}{2a} \left(1 + \frac{\sin^2 \phi_0}{\sin^2 \phi} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{\cos^3 \phi_0 - \cos^3 \phi}{\sin^2 \phi} - 3 \cos \phi \right) \right]$$

يُلاحظ أن القوة الداخلية N_{ϕ} معدومة عند الفتحة العلوية أي عند الزاوية ϕ_0 .

• السائل داخل القشرية:

كما في قواعد الخزانات الكروية، حيث تصبح مركبات ضغط السائل كما يلي:

$$P_{\phi} = 0$$

$$P_{\theta} = 0$$

$$P_r = -\gamma [h_0 + a \cos \phi]$$

تكون القوى الداخلية مختلفة حسب منسوب السائل:

أ. السائل أعلى من منسوب قطر الكرة وتكون هنا h_0 موجبة:

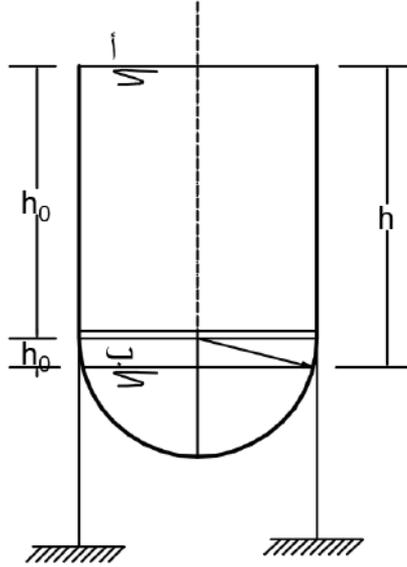
في هذه الحال يتم الحصول على القوى الداخلية في القبة الكروية تحت تأثير

السائل من المعادلات التالية:

$$N_{\phi} = \gamma a^2 \left[\frac{h_0}{2a} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \left(\frac{\cos^2 \phi}{1 + \cos \phi} \right) \right]$$

$$N_{\theta} = \gamma a^2 \left[\frac{h_0}{2a} - \frac{1}{3} + \cos \phi - \frac{1}{3} \left(\frac{\cos^2 \phi}{1 + \cos \phi} \right) \right]$$

h_0 : المسافة بين مركز الكرة وسطح السائل.



الشكل (4-33) أحمال الماء في القشريات الكروية المقلوبة

ب. السائل أخفض من منسوب قطر الكرة وتكون هنا h_0 سالبة:

حيث يكون جزء من القشرية معرضاً إلى ضغط السائل في حين يبقى الجزء الآخر حراً من ضغط السائل.

- الجزء المعرض لضغط السائل: تبقى المعادلات الخاصة بالحالة (أ) صالحة مع تعويض قيمة h_0 بإشارة سالبة.
- الجزء غير المعرض لضغط السائل: يتم تطبيق المعادلات التالية:

$$N_{\phi} = \frac{\gamma a^2}{\sin^2 \phi} \left[\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \cos \phi_0 + \frac{1}{6} \cos^3 \phi_0 \right]$$

$$N_{\theta} = -N_{\phi}$$

مع الانتباه إلى أنه عند التقاء الجزأين يجب أن تكون قيم القوى الداخلية واحدة. في حال كانت قاعدة الخزان الكروي معدنية يُفضّل تصميم القاعدة على أن تكون نصف كرة كاملة، إذ عندما تكون الزاوية العظمى أقل من 90 درجة يتولد في الجائز الحلقي الحامل قوى ضغط وهذا غير مفضّل في المنشآت المعدنية.

في حين يجب تدقيق قوانين الكتامة وعرض التشقق في البيتون المسلح بسبب وجود السوائل وتخفيض الإجهادات في البيتون والفولاذ بحسب الكود السوري.

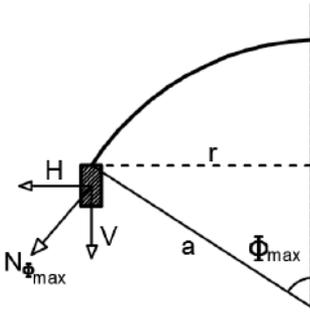
4-6-4 الجوائز الحلقية:

عندما تستند القشريات الدورانية إلى جوائز حلقية فإنه يجب زيادة سماكة القشرية ذات القطر الكبير عند التقائها بالجائز الحلقي، كما يجب تثبيت شبكتي تسليح في هذه المنطقة.

إن القوة المنقولة إلى الجائز الحلقي N_{ϕ} ذات مركبتين أفقية H وشاقولية V ويجب تصميم الجوائز الحلقية من أجل امتصاص المركبة الأفقية ونقل المركبة الأفقية إلى العناصر الحاملة السفلية.

• في حال كون الجائز الحلقي سفلياً:

يتم تحليل القوة الداخلية N_{ϕ} الواقعة عند زاوية الجائز الحلقي وهي ϕ_{\max} إلى مركبتين أفقية وشاقولية:



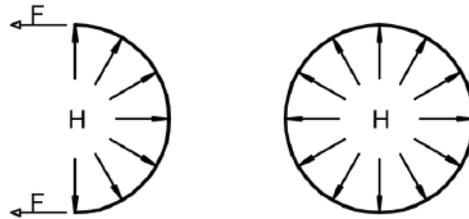
$$H = N_{\phi_{\max}} \cos \phi_{\max}$$

$$V = N_{\phi_{\max}} \sin \phi_{\max}$$

الشكل (4-34) القوى في الجوائز الحلقية

تتم مقاومة المركبة الأفقية H بواسطة الجائز الحلقي وهي موزعة على كامل محيط القشرية، حيث:

$$2F = H.2r \Rightarrow F = (N_{\phi_{\max}} \cos \phi_{\max})r$$



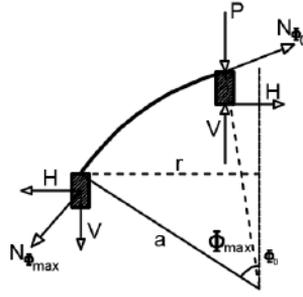
الشكل (4-35) إسقاط القوى في الجوائز الحلقية

• في حال كون الجائز الحلقي علوياً:

يتم تحليل القوة الداخلية N_{ϕ} الواقعة عند زاوية الجائز الحلقي وهي ϕ_0 إلى مركبتين أفقية وشاقولية:

$$H = N_{\phi_0} \cos \phi_0$$

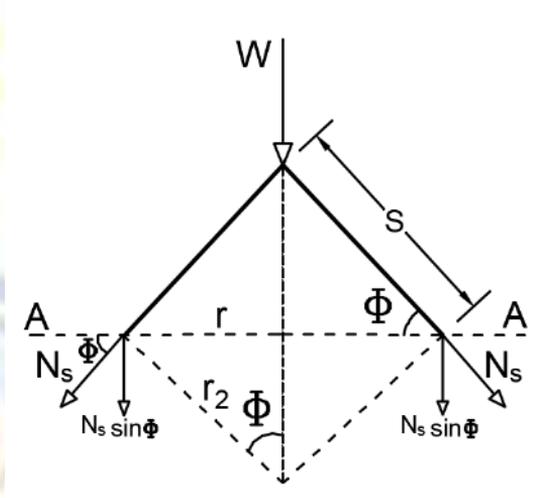
$$V = N_{\phi_0} \sin \phi_0$$



الشكل (4-36) إسقاط القوى في الجوائز الحلقية العلوية والسفلية

4-6-5 القوى الداخلية في القشريات المخروطية:

إن مركبات القوى الداخلية في القشريات المخروطية عبارة عن مركبتين الأولى محمولة على الموّلد المستقيم **S** ويرمز لها N_s وهي تمثل N_ϕ في القشرية الكروية، والثانية محمولة على الدائرة الأفقية ويرمز لها N_θ كما هو مبين بالشكل (4-37):



الشكل (4-37) القوى المركزة في القشريات المخروطية

بالإسقاط على محور شاقولي للجزء الواقع فوق المقطع **A-A** تكون محصلة المركبة الشاقولية للقوة الداخلية N_s مساوية **W** فيكون:

$$N_s \cdot \sin \phi \cdot 2\pi r + W = 0$$

$$N_s = \frac{-W}{\sin \phi \cdot 2\pi r}$$

$$r = S \cdot \cos \phi$$

بما أن:

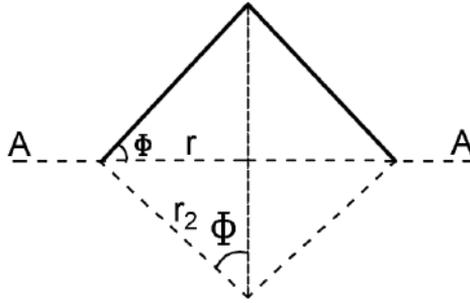
$$N_s = \frac{-W}{2\pi S \cdot \sin \phi \cos \phi} \quad \text{فيكون:}$$

بالتعويض في معادلة الإسقاط على الناظم:

$$\frac{N_\theta}{r_2} + \frac{N_s}{r_1} = P_r$$

$$r_1 = \infty; r_2 = \frac{r}{\sin \phi} = \frac{S \cos \phi}{\sin \phi} = \frac{S}{\text{tg} \phi}$$

$$N_\theta = P_r \frac{S}{\text{tg} \phi}$$



الشكل (4-38) قيم التشريرات المخروطية

أ. القوى الداخلية الناتجة عن الوزن الذاتي في المخروط الدوراني:

- بدون وجود فتحة علوية في المخروط (مخروط كامل):

من أجل حساب القوى الداخلية يجب حساب محصلة الوزن الذاتي W فوق المنسوب A -
 A الواقع عند المنسوب S_1 .

$$N_s = \frac{-W}{2\pi S \cdot \sin \phi \cos \phi}$$

$$N_\theta = P_r \frac{S}{\text{tg} \phi}$$

$$W = g.A$$

A : مساحة المخروط الدوراني أعلى المنسوب A - A ، وتحسب بالتكامل:

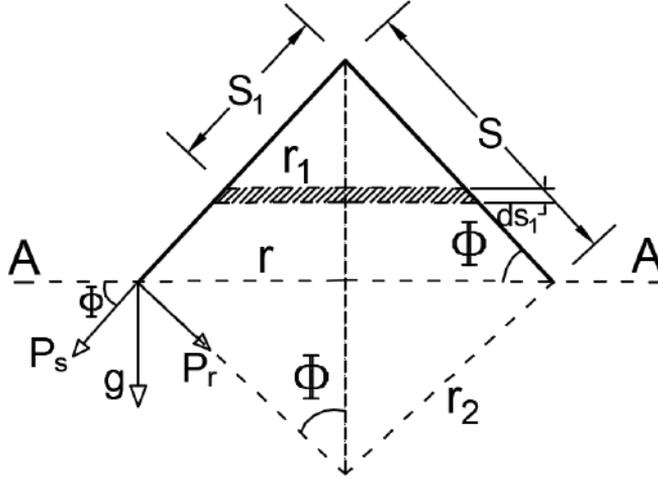
$$A = \int_0^s 2\pi r r_1 ds_1$$

$$r_1 = S_1 \cdot \cos \phi \quad \text{ولكن:}$$

فيكون:

$$A = \int_0^s 2\pi S_1 \cos\phi \cdot ds_1 = 2\pi S^2 \left[\frac{\cos\phi}{2} \right] = \pi S^2 \cos\phi$$

$$W = g\pi S^2 \cos\phi$$



الشكل (39-4) أحمال الوزن الذاتي في القشريات المخروطية

بالتعويض في معادلتى القوى الداخلية:

$$N_s = \frac{-g\pi S^2 \cos\phi}{2\pi S \cdot \sin\phi \cos\phi}$$

$$N_s = \frac{-g \cdot S}{2 \sin\phi}$$

$$N_\theta = P_r \frac{S}{tg\phi} = -g \cos\phi \frac{S \cos\phi}{\sin\phi}$$

$$N_\theta = -g \cdot S \frac{\cos^2\phi}{\sin\phi}$$

• بوجود فتحة علوية في المخروط (جذع مخروط):

$$A = \int_{s_0}^s 2\pi r r_1 ds_1$$

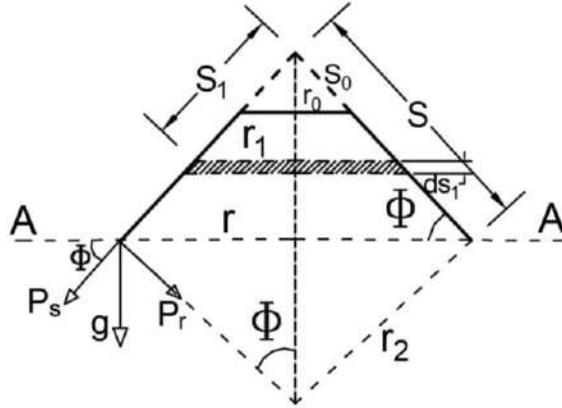
$$r_1 = S_1 \cdot \cos\phi$$

ولكن:

فيكون:

$$A = \int_{s_0}^s 2\pi S_1 \cos\phi \cdot ds_1 = 2\pi \cos\phi \left[\frac{S_1^2}{2} \right]_{s_0}^s = \pi \cos\phi (S^2 - S_0^2)$$

$$W = g\pi \cos\phi (S^2 - S_0^2)$$



الشكل (4-4) أحمال الوزن الذاتي في القشريات المخروطية ذات الفتحة العلوية بالتعويض في معادلتى القوى الداخلية:

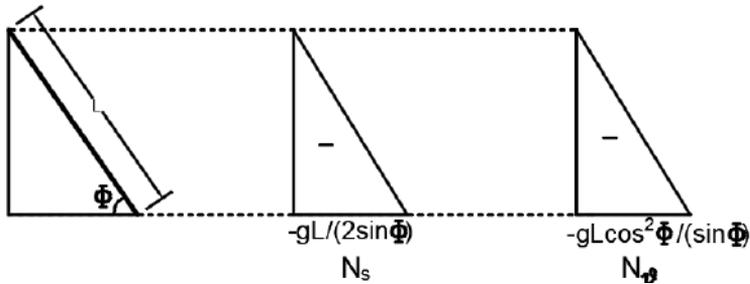
$$N_s = \frac{-g\pi \cos\phi (S^2 - S_0^2)}{2\pi S \cdot \sin\phi \cos\phi}$$

$$N_s = \frac{-g \cdot (S^2 - S_0^2)}{2S \sin\phi}$$

$$N_\theta = P_r \frac{S}{tg\phi} = -g \cos\phi \frac{S \cos\phi}{\sin\phi}$$

$$N_\theta = -g \cdot S \frac{\cos^2\phi}{\sin\phi}$$

إن مخططات القوى الداخلية للمخروط الكامل تحت تأثير الحمولة الميئة تأخذ الشكل (4-4) التالي:

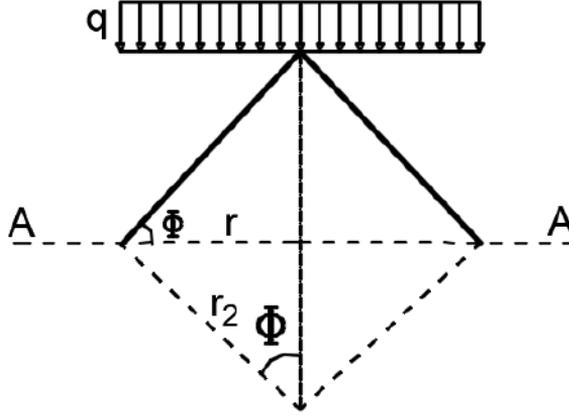


الشكل (4-4) توزيع إجهادات الوزن الذاتي في القشريات المخروطية ذات الفتحة العلوية

ب. القوى الداخلية الناتجة عن الحمولة الحية في المخروط الدوراني:

- بدون وجود فتحة علوية في المخروط (مخروط كامل):
المركبة المحمولة على الناظم تكون موجبة باتجاه خارج القشرية:

$$P_r = q \cdot \cos^2 \phi$$



الشكل (41-4) الأحمال الحية في القشريات المخروطية

من أجل حساب القوى الداخلية يجب حساب محصلة الأحمال الحية **W** فوق المنسوب **A-A**:

$$W = q \cdot A = q \pi r^2$$

$$r = S \cdot \cos \phi \quad \text{ولكن:}$$

$$W = q \pi S^2 \cos^2 \phi$$

بالتعويض في معادلتني القوى الداخلية:

$$N_s = \frac{-q \pi S^2 \cos^2 \phi}{2 \pi S \sin \phi \cos \phi}$$

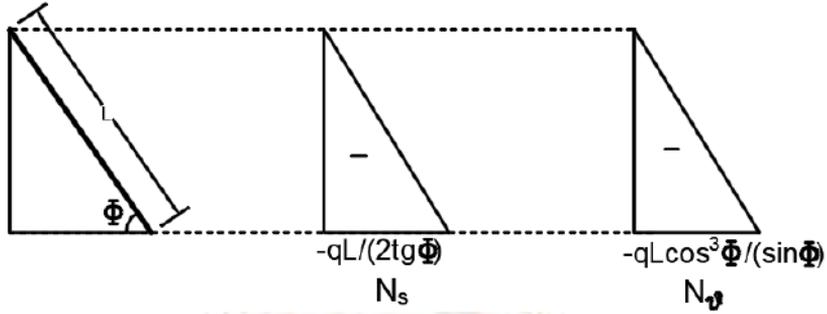
$$N_s = \frac{-q \cdot S}{2} \cot \phi$$

$$N_\theta = a P_r - N_s$$

$$P_r = -q \cos^2 \phi$$

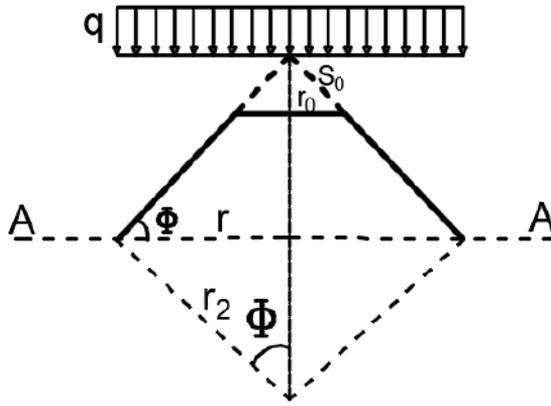
$$N_\theta = -q S \frac{\cos^3 \phi}{\sin \phi}$$

حيث:



الشكل (4-42) توزيع إجهادات الأحمال الحية في القشريات المخروطية

• بوجود فتحة علوية في المخروط (جذع مخروط):



الشكل (4-43) الأحمال الحية في القشريات المخروطية ذات الفتحة العلوية

$$W = q.A = q\pi(r^2 - r_0^2)$$

$$r = S \cdot \cos \phi; r_0 = S_0 \cdot \cos \phi \quad \text{ولكن:}$$

$$W = q\pi \cos^2 \phi (S^2 - S_0^2)$$

بالتعويض في معادلتني القوى الداخلية:

$$N_s = \frac{-q\pi \cos^2 \phi (S^2 - S_0^2)}{2\pi S \sin \phi \cos \phi}$$

$$N_s = \frac{-q \cdot (S^2 - S_0^2)}{2S} \cot g \phi$$

$$N_\theta = aP_r - N_s$$

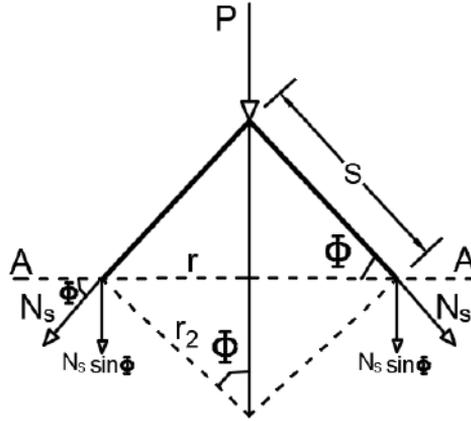
$$P_r = -q \cos^2 \phi$$

$$N_\theta = -qS \frac{\cos^3 \phi}{\sin \phi}$$

حيث:

ج. القوى الداخلية الناتجة عن حمولة مركزة في قمة المخروط الدوراني:

- بدون وجود فتحة علوية في المخروط (مخروط كامل):

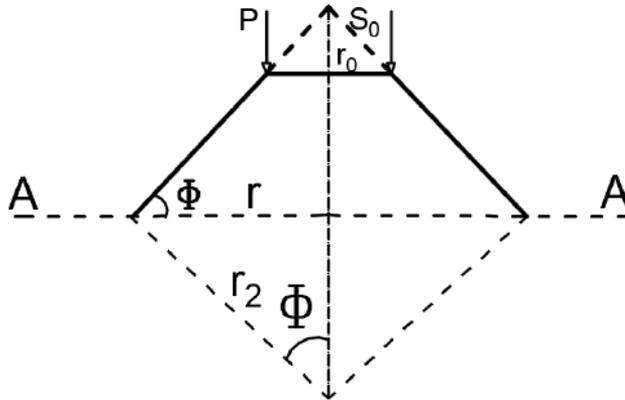


الشكل (44-4) الأحمال المركزة في القشريات المخروطية

$$P_r = 0; N_\theta = 0; W = P$$

$$N_s = \frac{-P}{2\pi S \cdot \sin \phi \cos \phi}$$

- بوجود فتحة علوية في المخروط (جذع مخروط):



الشكل (45-4) الأحمال الخطية في القشريات المخروطية ذات الفتحة العلوية

$$W = 2P\pi r_0$$

$$N_s = \frac{-2P\pi r_0}{2\pi S \cdot \sin \phi \cos \phi} = \frac{-2P\pi S_0 \cos \phi}{2\pi S \cdot \sin \phi \cos \phi}$$

$$N_s = \frac{-S_0 P}{S \cdot \cos \phi}$$

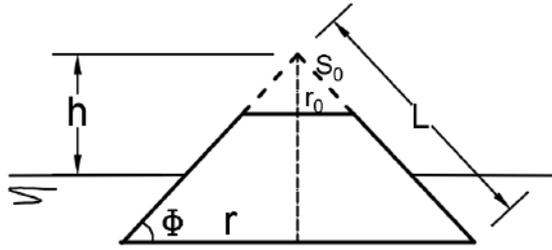
$$N_\theta = 0$$

د. القوى الداخلية تحت تأثير ضغط السوائل الخارجية في المخروط الدوراني:

$$N_s = -\frac{\gamma}{S} \left[\frac{h}{2} (S^2 - S_0^2) \cot \phi + \frac{(S^3 - S_0^3)}{3} \cos \phi \right]$$

$$N_\theta = -\gamma S [h \cot \phi + S \cos \phi]$$

h: المسافة بين رأس المخروط ومنسوب السائل كما هو مبين بالشكل (46-4).

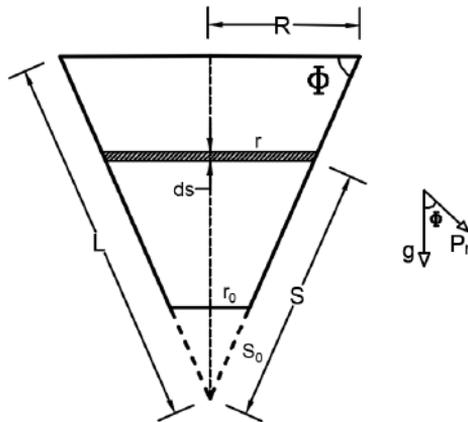


الشكل (46-4) ضغط السوائل الخارجي في القشريات المخروطية

4-6-6 القوى الداخلية في المخروط المعكوس:

إن قوانين المخروط المعكوس قابلة للتطبيق على كل من المخروط الكامل وجذع المخروط:

أ. القوى الداخلية تحت تأثير الأحمال الميتة في المخروط المعكوس:



الشكل (47-4) ضغط السوائل الداخلي في القشريات المخروطية

$$P_r = g \cos \phi$$

$$W = g.A$$

A: مساحة المخروط الدوراني أعلى المنسوب **A-A**، وتحسب بالتكامل:

$$A = \int_s^L 2\pi r ds$$

$$r = S \cdot \cos \phi$$

ولكن:

فيكون:

$$A = \int_s^L 2\pi S \cos \phi ds = \pi \cos \phi [L^2 - S^2]$$

$$W = g \pi \cos \phi [L^2 - S^2]$$

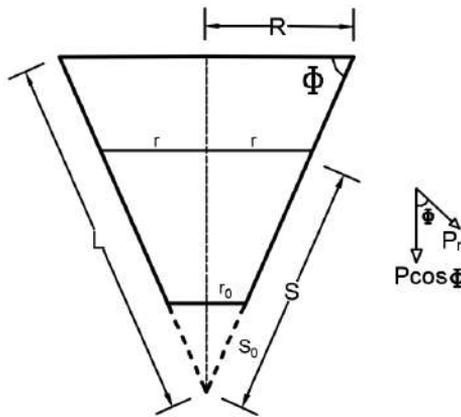
$$N_s = \frac{-g \pi \cos \phi (L^2 - S^2)}{2\pi S \cdot \sin \phi \cos \phi}$$

$$N_s = \frac{-g \cdot (L^2 - S^2)}{2S \sin \phi}$$

$$N_\theta = P_r \frac{S}{\text{tg} \phi} = g \cos \phi \frac{S \cos \phi}{\sin \phi}$$

$$N_\theta = g \cdot S \frac{\cos^2 \phi}{\sin \phi}$$

ب. القوى الداخلية تحت تأثير الأحمال الحية في المخروط المعكوس:



الشكل (4-48) أبعاد القشريات المخروطية المعكوسة

$$P_r = q \cos^2 \phi$$

$$W = g.A$$

A: مساحة المخروط الدوراني أعلى المنسوب **A-A**، وتحسب بالتكامل:

$$W = q.\pi(R^2 - r^2)$$

$$R = L.\cos\phi; S = r.\cos\phi \quad \text{ولكن:}$$

فيكون:

$$W = q.\pi \cos^2 \phi(L^2 - S^2)$$

$$N_s = \frac{-q.\pi \cos^2 \phi(L^2 - S^2)}{2\pi S \sin \phi \cos \phi}$$

$$N_s = \frac{-q \cos \phi(L^2 - S^2)}{2S \sin \phi}$$

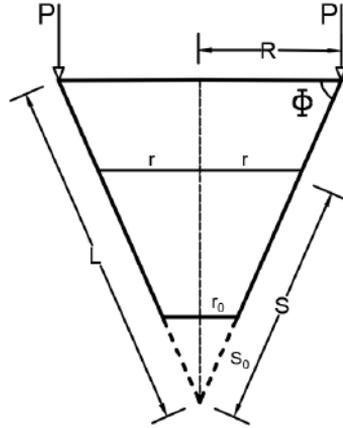
$$N_\theta = aP_r - N_s$$

$$P_r = +q \cos^2 \phi$$

حيث:

$$N_\theta = +qS \frac{\cos^3 \phi}{\sin \phi}$$

ج. القوى الداخلية تحت تأثير الأحمال الخطية في المخروط المعكوس:



الشكل (49-4) الأحمال الخطية على القشريات المخروطية المعكوسة

$$W = 2P\pi R$$

$$N_s = \frac{-2P\pi R}{2\pi S.\sin \phi \cos \phi} = \frac{-2P\pi L \cos \phi}{2\pi S.\sin \phi \cos \phi}$$

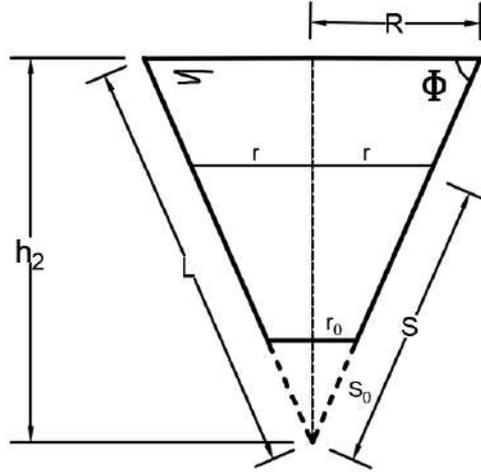
$$N_s = \frac{-PL}{S \cdot \cos \phi}$$

$$N_\theta = 0$$

د. القوى الداخلية تحت تأثير أحمال السوائل في المخروط المعكوس:

• جذع مخروط:

تكون مركبات القوى الخارجية باعتماد h_2 من رأس المخروط حتى منسوب السائل كما يلي:



الشكل (4-50) أحمال السوائل على القشريات المخروطية المعكوسة

$$P_s = 0$$

$$P_\theta = 0$$

$$P_r = +\gamma[h_2 - S \sin \phi]$$

وتكون مركبات القوى الداخلية الشاذة:

$$N_s = \gamma \frac{\cot \phi}{6S} [2(L^3 - S^3) \sin \phi - 3h_2(L^2 - S^2)]$$

$$N_\theta = \gamma S \left[\frac{h_2}{\sin \phi} - S \right] \cos \phi$$

إن الطول L في قوانين السوائل يستمر حتى منسوب السائل فقط ولو كان أخفض من كامل ارتفاع القشرية.

إن القوى الداخلية الناتجة عن أحمال السوائل تنقص بزيادة القطر العلوي للمخروط نسبةً إلى قطره السفلي.

• مخروط كامل:

من أجل النقاط الواقعة فوق منسوب السائل:

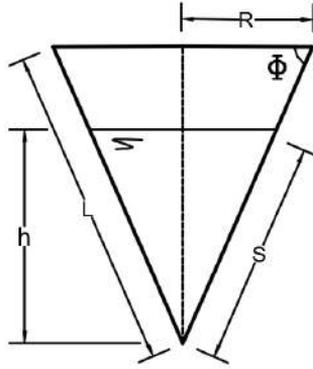
$$N_s = \gamma \frac{h^3 \cos \phi}{6S \sin^3 \phi}$$

$$N_\theta = 0$$

ومن أجل النقاط الواقعة تحت مستوى السائل:

$$N_s = \frac{\gamma S}{2} [3h \cot \phi - 2S \cos \phi]$$

$$N_\theta = \gamma S [h \cot \phi - S \cos \phi]$$



الشكل (4-51) أحمال السوائل على القشريات المخروطية المعكوسة الكاملة

7-4 القشريات الأسطوانية Cylindrical Shells

تمثل القشريات الأسطوانية من حركة مستقيم يسمى المولد على منحني يسمى الموجّه، تأخذ القشرية اسمها من نوع المنحني الأساسي فهناك القشريات الأسطوانية الدائرية والمكافئية والناقصية وغيرها.. تشكل القشريات الأسطوانية طيفاً واسعاً من خزانات المياه أو أجزاء منها وذلك في الوضع الرأسي، وكذلك صوامع الحبوب ومداخن المصانع. وتستخدم في الوضع الأفقي في تغطية الصالات وفي أقنية جر المياه.

7-4-1 القوى الداخلية في القشريات الأسطوانية:

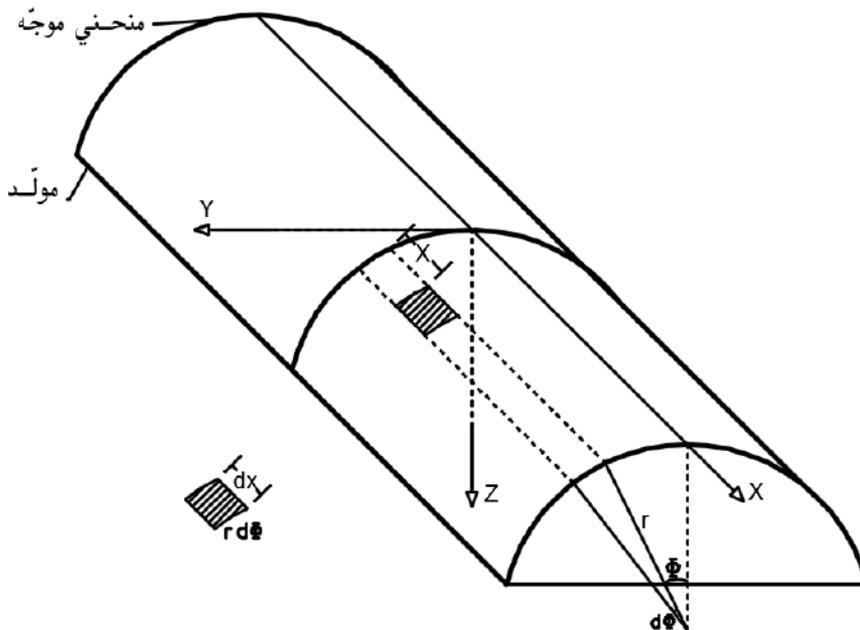
باعتقاد جملة إحداثيات مبدؤها في قمة المنحني الموجّه الواقع في وسط القشرية، كما في الشكل (4-52). ويكون المحور **X** موازياً لمحور القشرية وواقعاً عند قمة القشرية والمحور **Y** مماس للمنحني الموجه عند نقطة المبدأ، والمحور **Z** موازياً للشاقول. يمكن تحديد موقع أي قشرية عن طريق تحديد الإحداثية **X** والزاوية التي يصنعها المحور المار من هذه النقطة مع الشاقول ϕ .

لإيجاد القوى الداخلية يتم اعتماد عنصر تفاضلي من سطح القشرية طوله dx ويحصر زاوية قدرها $d\phi$ وبذلك يكون طول القوس المشكّل للبعد الثاني للعنصر مساوياً $r d\phi$.

إن هذا العنصر التفاضلي يخضع إلى القوى الداخلية $N_x, N_\phi, N_{x\phi}$ بحسب النظرية

الغشائية للقشريات **Membrane Theory**. بتطبيق معادلات التوازن:

• الإسقاط على المحور X :



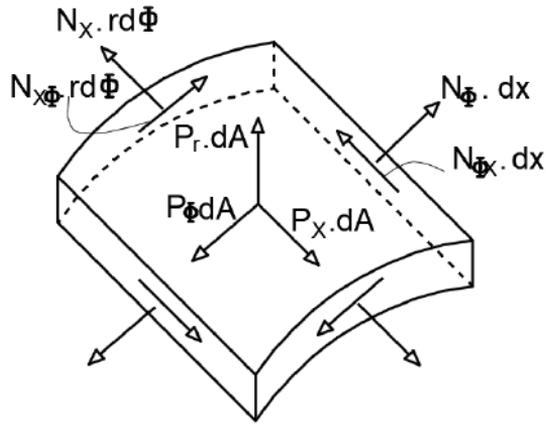
الشكل (4-52) أبعاد القشريات الأسطوانية الأفقية

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} dx.r.d\phi + \frac{\partial N_{\phi x}}{\partial \phi} d\phi.dx + P_x dx.r.d\phi = 0$$

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} = -P_x - \frac{1}{r} \frac{\partial N_{\phi x}}{\partial \phi} \quad (I)$$

بالتكامل:

$$N_x = -\int \left(P_x + \frac{1}{r} \frac{\partial N_{\phi x}}{\partial \phi} \right) dx + C_2(\phi) \quad (I)$$



الشكل (4-53) الإجهادات في القشريات الأسطوانية

• الإسقاط على المنحني الموجه:

$$\frac{\partial N_\phi}{\partial \phi} dx \cdot d\phi + \frac{\partial N_{x\phi}}{\partial \phi} d\phi \cdot r dx + P_\phi dx \cdot r \cdot d\phi = 0$$

$$\frac{\partial N_{x\phi}}{\partial x} = -P_\phi - \frac{1}{r} \frac{\partial N_\phi}{\partial \phi}$$

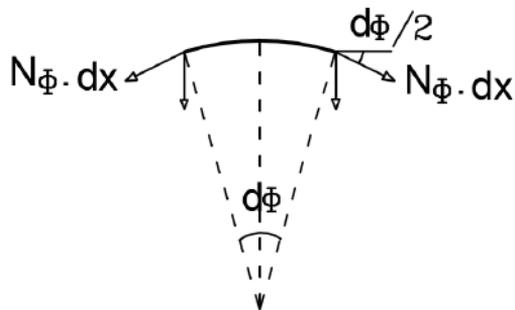
بالتكامل:

$$N_{x\phi} = -\int \left(P_\phi + \frac{1}{r} \frac{\partial N_\phi}{\partial \phi} \right) dx + C_1(\phi) \quad (II)$$

• الإسقاط على الناطم:

$$-N_\phi dx \cdot d\phi + P_r dx \cdot r \cdot d\phi = 0$$

$$N_\phi = -P_r \cdot r \quad (III)$$



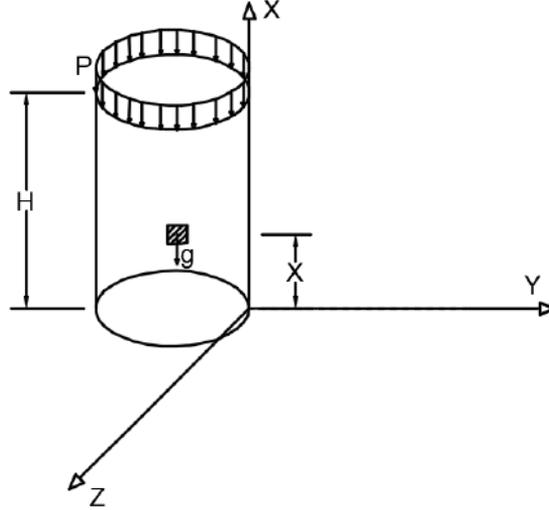
الشكل (4-54) إسقاط الإجهادات في القشريات الأسطوانية

2-7-4 الأسطوانات الشاقولية الدائرية الموثوقة:

باعتقاد جملة إحدائيات مبدؤها عند الوثاقة كما في الشكل (4-55). تكون القوى الخارجية والداخلية لكل نوع من أنواع الأحمال كما في يلي:

- الوزن الذاتي والحمولة العلوية **P**:

تكون القوى الخارجية في هذه الحالة:



الشكل (4-55) الأحمال الشاقولية في القشريات الأسطوانية الرأسية

$$P_{\phi} = 0$$

$$P_x = -g$$

$$P_r = 0$$

بالتعويض في معادلات القوى الداخلية (I), (II), (III):

$$N_{\phi} = 0$$

$$N_{x\phi} = 0 + C_1(\phi)$$

عند النهاية الحرة:

$$x = H \Rightarrow N_{x\phi} = 0 \Rightarrow C_1(\phi) = 0$$

$$N_{x\phi} = 0$$

$$N_x = -\int(-g)dx + C_2(\phi) = gx + C_2(\phi)$$

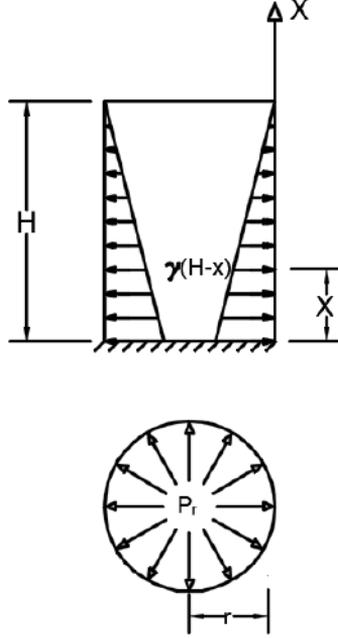
عند النهاية الحرة:

$$x = H \Rightarrow N_x = -P$$

$$-P = gx + C_2(\phi) \Rightarrow C_2(\phi) = -(P + g.H)$$

$$N_x = -P - g(H - x)$$

• القوى الداخلية الناتجة عن ضغط السوائل:



الشكل (4-56) ضغط السوائل في القشريات الأسطوانية الرأسية

تكون القوى الخارجية في هذه الحالة:

$$P_\phi = 0$$

$$P_x = 0$$

$$P_r = \gamma(H - x)$$

بالتعويض في معادلات القوى الداخلية (I), (II), (III):

$$N_\phi = \gamma(H - x)r$$

$$N_{x\phi} = 0 + C_1(\phi)$$

عند النهاية الحرة:

$$x = H \Rightarrow N_{x\phi} = 0 \Rightarrow C_1(\phi) = 0$$

$$N_{x\phi} = 0$$

$$N_x = 0 + C_2(\phi)$$

عند النهاية الحرة:

$$x = H \Rightarrow N_x = 0 \Rightarrow C_2(\phi) = 0$$

$$N_x = 0$$

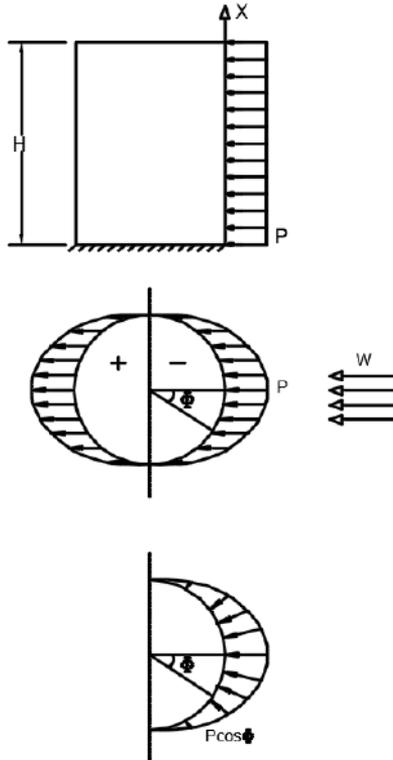
• القوى الداخلية الناتجة عن ضغط الرياح:

للسهولة يتم افتراض حمولة الرياح ثابتة مع الارتفاع:

$$P_\phi = 0$$

$$P_x = 0$$

$$P_r = P \cdot \cos\phi$$



الشكل (4-57) أحمال الرياح في القشريات الأسطوانية الرأسية

$$N_{x\phi} = -\int \left(0 + \frac{1}{r} P \sin \phi dx \right) dx + C_1(\phi)$$

$$N_{x\phi} = -P \sin \phi \cdot x + C_1(\phi)$$

عند النهاية الحرة:

$$x = H \Rightarrow N_{x\phi} = 0 \Rightarrow -P.H \sin \phi + C_1(\phi) = 0 \Rightarrow C_1(\phi) = P.H \sin \phi$$

$$N_{x\phi} = -P \sin \phi \cdot (H - x)$$

$$N_x = -\int \left(0 + \frac{1}{r} P \cos \phi \cdot (H - x) \right) dx + C_2(\phi) = -\frac{P}{r} \left(H^2 - \frac{x^2}{2} \right) \cos \phi + C_2(\phi)$$

عند النهاية الحرة:

$$x = H \Rightarrow N_x = 0 \Rightarrow -\frac{P}{r} \left(H^2 - \frac{H^2}{2} \right) \cos \phi + C_2(\phi) = 0 \Rightarrow C_2(\phi) = \frac{PH^2}{2r} \cos \phi$$

$$N_x = -\frac{P}{r} \left(H^2 - \frac{x^2}{2} \right) \cos \phi + \frac{PH^2}{2r} \cos \phi$$

$$N_x = \frac{P}{2r} \cdot \cos \phi \cdot (H - x)^2$$

4-7-4 القشريات الأسطوانية الأفقية المستندة من نهايتها:

يتم اعتماد جملة الإحداثيات في وسط القشرية عند المنحني الموجّه الوسطي كما في الشكل (58-

4). يمكن استنتاج القوى الداخلية من أجل أنواع الأحمال المختلفة، حيث تكون القوة الخارجية $P_x = 0$

من أجل الأحمال الميتة والحية والرياح. وتكون القوى الداخلية:

$$N_\phi = P_r \cdot r$$

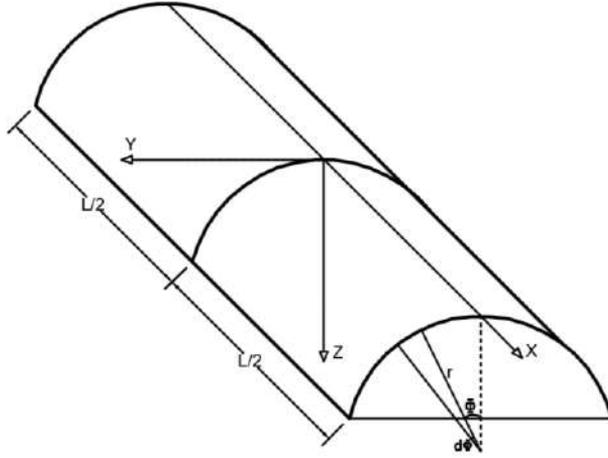
$$N_{x\phi} = -\int \left(P_x + \frac{1}{r} \frac{\partial N_{x\phi}}{\partial \phi} \right) dx + C_2(\phi) = -\left(P_x + \frac{1}{r} \frac{\partial N_{x\phi}}{\partial \phi} \right) x + C_2(\phi)$$

$$x = 0 \Rightarrow N_{x\phi} = 0 \Rightarrow C_1(\phi) = 0$$

بفرض:

$$K(\phi) = \left(P_x + \frac{1}{r} \frac{\partial N_{x\phi}}{\partial \phi} \right) x$$

$$N_{x\phi} = -K(\phi) \cdot x$$



الشكل (4-58) القشريات الأسطوانية المستندة من نهايتها

$$N_x = -\int \left(0 + \frac{1}{r} \frac{\partial N_{x\phi}}{\partial \phi} \right) dx + C_2(\phi) = \frac{1}{r} \frac{\partial K(\phi)}{\partial \phi} \frac{x^2}{2} + C_2(\phi)$$

$$N_x = \frac{1}{r} \frac{\partial K(\phi)}{\partial \phi} \frac{x^2}{2} + C_2(\phi)$$

$$x = \pm \frac{L}{2} \Rightarrow N_x = 0 \Rightarrow C_2(\phi) = -\frac{L^2}{8r} \frac{\partial K(\phi)}{\partial \phi}$$

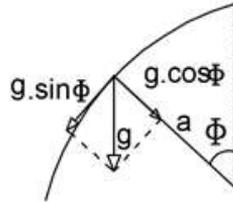
$$N_x = \frac{1}{2r} \left(\frac{L^2}{4} - x^2 \right) \frac{\partial K(\phi)}{\partial \phi}$$

4-7-5 القشريات الأسطوانية الدائرية المسنودة من نهايتها:

إن القشريات الأسطوانية الدائرية هي حالة خاصة من القشريات الأسطوانية حيث يكون المنحني

الموجه عبارة عن دائرة أو جزء من دائرة ويكون: $r = a; \frac{\partial r}{\partial \phi} = 0$

• القوى الخارجية والداخلية الناتجة عن الوزن الذاتي:



الشكل (4-59) إسقاط أحمال الوزن الذاتي في القشريات الأسطوانية الأفقية المستندة من نهايتها

$$P_r = -g.\cos\phi \quad P_x = 0 \quad P_\phi = g.\sin\phi$$

وتكون القوى الداخلية:

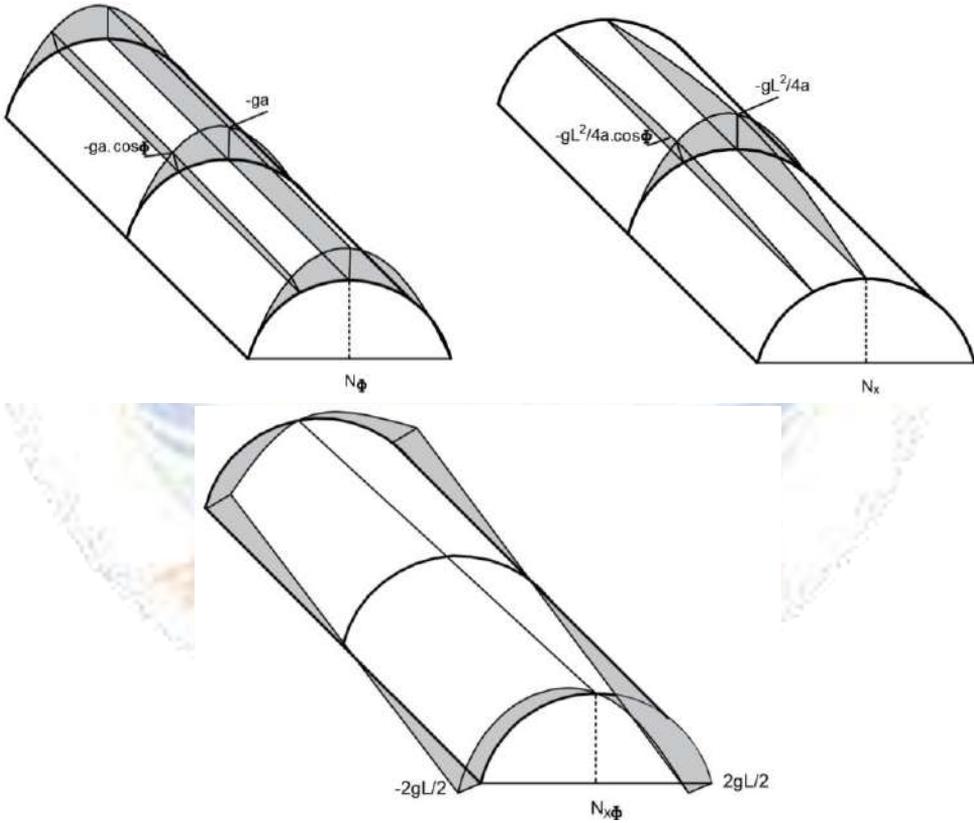
$$K(\phi) = 2g.\sin\phi \Rightarrow \frac{\partial K(\phi)}{\partial \phi} = 2g.\cos\phi$$

$$N_\phi = -g.a.\cos\phi$$

$$N_{x\phi} = -2g.\sin\phi.x$$

$$N_x = \frac{1}{2r} \left(\frac{L^2}{4} - x^2 \right) \frac{\partial K(\phi)}{\partial \phi} = -\frac{g}{a} \left(\frac{L^2}{4} - x^2 \right) \cos\phi$$

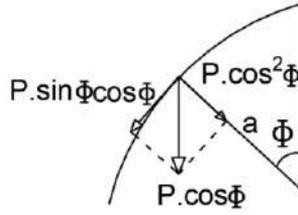
برسم مخططات القوى الداخلية الناتجة عن الوزن الذاتي يتم الحصول على الأشكال (4-60).



الشكل (4-60) توزع إجهادات الوزن الذاتي في القشريات الأسطوانية الأفقية المستندة من نهايتها

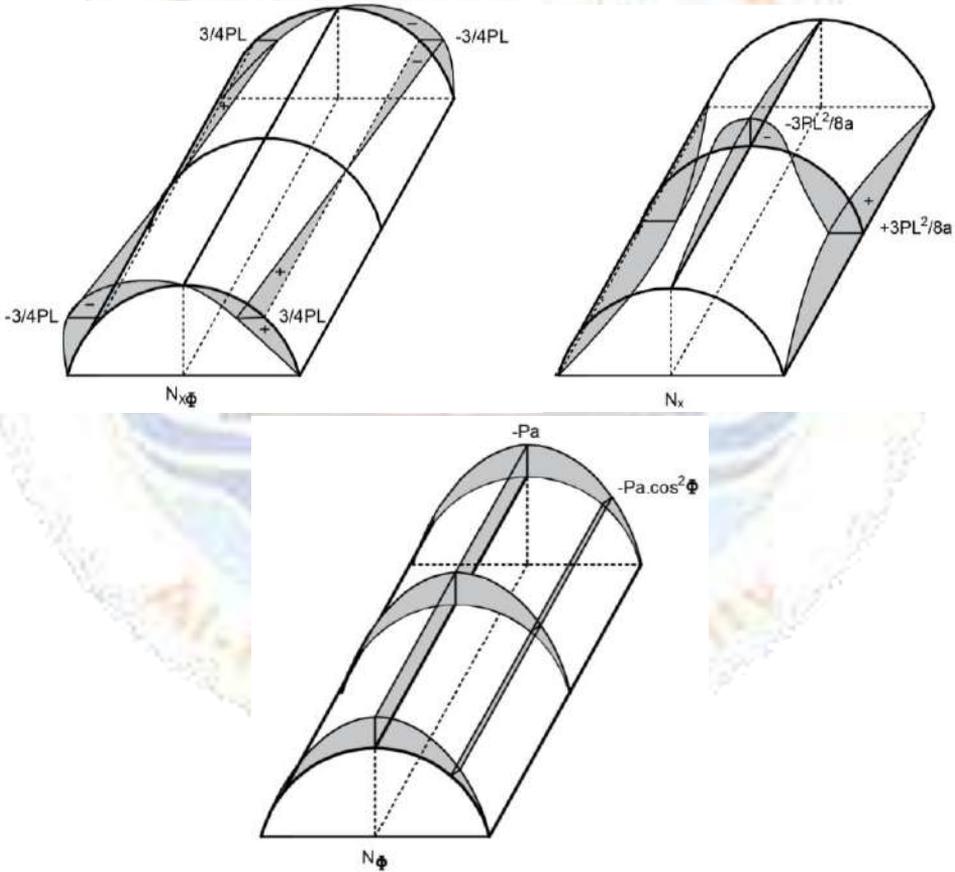
• القوى الخارجية والداخلية الناتجة عن الحمولة الحية:

$$P_r = -P.\cos^2\phi \quad P_x = 0 \quad P_\phi = P.\sin\phi.\cos\phi$$



الشكل (4-61) إسقاط الأحمال الحية في القشريات الأسطوانية الأفقية المستندة من نهايتها وتكون القوى الداخلية:

$$K(\phi) = \frac{3}{2} P \cdot \sin 2\phi \Rightarrow \frac{\partial K(\phi)}{\partial \phi} = \frac{3}{2} P \cdot 2 \cos 2\phi$$



الشكل (4-62) توزيع إجهادات الأحمال الحية في القشريات الأسطوانية الأفقية المستندة من نهايتها

$$N_\phi = -P \cdot r \cdot \cos^2 \phi = -P \cdot a \cdot \cos^2 \phi$$

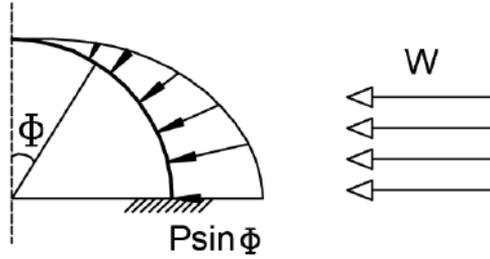
$$N_{x\phi} = -K(\phi)x = -\frac{3}{2}P.\sin 2\phi.x$$

$$N_x = \frac{1}{2r}\left(\frac{L^2}{4} - x^2\right)\frac{\partial K(\phi)}{\partial \phi} = -\frac{3P}{2a}\left(\frac{L^2}{4} - x^2\right)\cos 2\phi$$

برسم مخططات القوى الداخلية الناتجة عن الأحمال الحية يتم الحصول على الأشكال(62-

:4)

• القوى الخارجية والداخلية الناتجة عن أحمال الرياح:



الشكل (4-63) قوى الرياح في القشريات الأسطوانية الأفقية المستندة من نهايتها

تكون القوى الخارجية:

$$P_\phi = 0$$

$$P_x = 0$$

$$P_r = -P.\sin \phi$$

وتكون القوى الداخلية:

$$K(\phi) = -P.\cos \phi \Rightarrow \frac{\partial K(\phi)}{\partial \phi} = P.\sin \phi$$

$$N_\phi = P_r.r \Rightarrow N_\phi = \pm P.a.\sin \phi$$

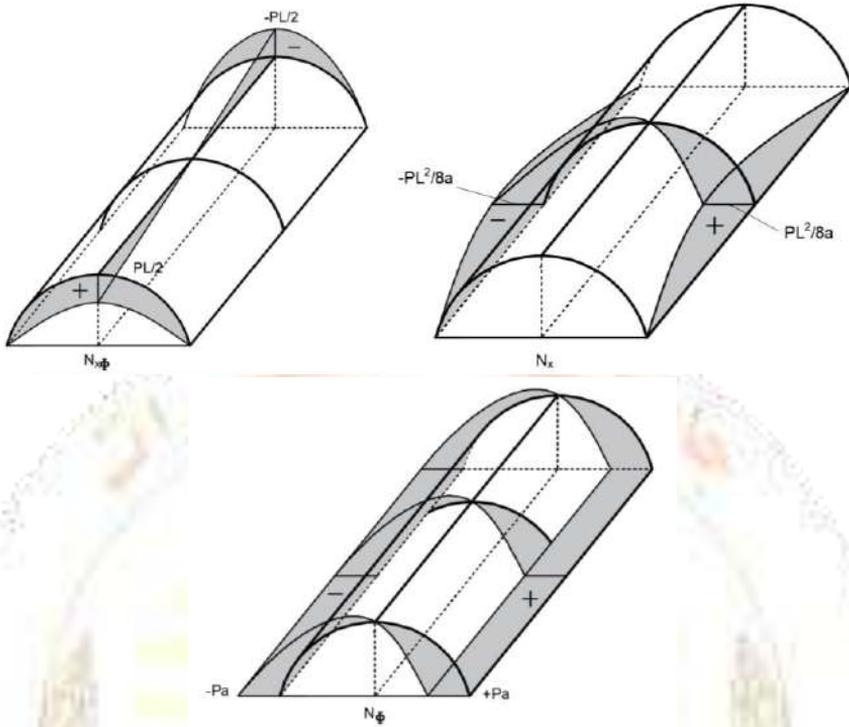
إن إشارة القوى تختلف حسب اتجاه الرياح إذ تؤخذ الإشارة التي تعطي القوى الأكبر أثناء جمع

القوى الداخلية الناتجة عن الأحمال المختلفة.

$$N_{x\phi} = -K(\phi)x = \pm P.\cos \phi.x$$

$$N_x = \frac{1}{2r}\left(\frac{L^2}{4} - x^2\right)\frac{\partial K(\phi)}{\partial \phi} = \pm \frac{P}{2a}\left(\frac{L^2}{4} - x^2\right)\sin \phi$$

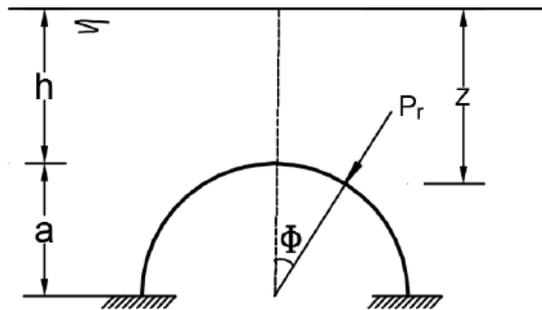
برسم مخططات القوى الداخلية الناتجة عن أحمال الرياح يتم الحصول على ما يلي:



الشكل (4-64) توزع إجهادات أحمال الرياح في القشريات الأسطوانية الأفقية المستندة من نهايتها
 • القوى الخارجية والداخلية الناتجة عن أحمال السوائل:

إن ضغط السوائل على القشريات الأسطوانية يشابه في تأثيره أحمال الرياح ويتم التمييز بين
 الحالتين:

أ. السائل خارج القشرية:



الشكل (4-65) أحمال السوائل الضاغطة في القشريات الأسطوانية الأفقية المستندة من نهايتها
 تكون القوى الخارجية:

$$P_{\phi} = 0$$

$$P_x = 0$$

$$P_r = -\gamma.Z = -\gamma[h + a(1 - \cos\phi)]$$

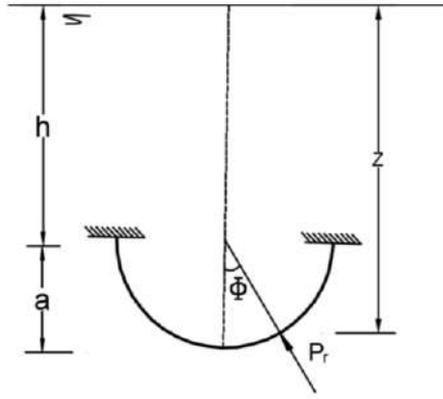
وتكون القوى الداخلية:

$$N_{\phi} = -\gamma.a[h + a(1 - \cos\phi)]$$

$$N_{x\phi} = \gamma.a.\sin\phi x$$

$$N_x = \frac{\gamma}{2} \left(\frac{L^2}{4} - x^2 \right) \cos\phi$$

ب. السائل داخل القشرية:



الشكل (4-66) أحمال السوائل الشادة في القشريات الأسطوانية الأفقية المستندة من نهايتها

تكون القوى الخارجية:

$$P_{\phi} = 0$$

$$P_x = 0$$

$$P_r = \gamma.Z = \gamma[h + a(\cos\phi)]$$

وتكون القوى الداخلية:

$$N_{\phi} = \gamma.a[h + a(\cos\phi)]$$

$$N_{x\phi} = \gamma.a.\sin\phi x$$

$$N_x = \frac{\gamma}{2} \left(\frac{L^2}{4} - x^2 \right) \cos\phi$$

4-7-6 الجائز الطرفي في القشريات الأسطوانية:

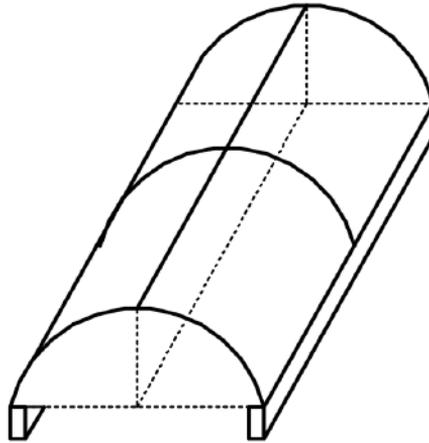
نظراً لوجود القوة N_ϕ والقوة $N_{x\phi}$ عند طرفي القشرية الموازيين للمستقيم الموّلد فإنه لا بد من وجود جائز طرفي في كل طرف كما هو مبين بالشكل (4-67). إن الجوائز الطرفية الحاملة للقشريات الأسطوانية الأفقية تتعرض إلى قوة شادة F عبارة عن محصلة $(N_{x\phi})_{\max}$ حيث تعطى بالمعادلة:

$$F = \int_0^{L/2} (N_{x\phi})_{\max} dx$$

تحلل القوة N_ϕ عند طرف القشرية إلى مركبتين أفقية H وشاقولية V :

$$H = N_\phi \cos \phi_{\max}; V = N_\phi \sin \phi_{\max}$$

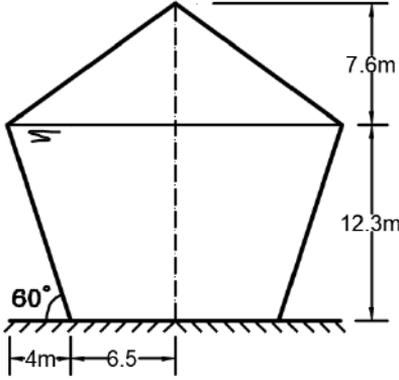
بالنتيجة يصمم الجائز الطرفي ليتحمل كل من قوة شد ناتجة عن القص F وقوى انعطاف بالاتجاه الشاقولي ناتجة عن المركبة الشاقولية V والوزن الذاتي وقوى انعطاف بالاتجاه الأفقي ناتجة عن المركبة الأفقية H ، فضلاً عن قوى فتل ناتجة عن لامركزية القوة N_ϕ عند الجائز الطرفي. يجب تقليص عزوم الفتل هذه قدر الإمكان لأن عزم الفتل يتحول إلى عزم انعطاف عند المساند ومن ثم يجب تحويل المساند إلى وثاقات حتى تستطيع مقاومته.



الشكل (4-67) الجوائز الطرفية في القشريات الأسطوانية الأفقية المستندة من نهايتها

8-4 أمثلة تطبيقية:

مثال تطبيقي (1):



لدينا الخزان المبين بالشكل، مؤلف من قشريتين:
المخروط معرّض إلى حمل حي وحمل ميت.
جذع المخروط معرّض إلى حمولة ماء، حمل ميت
وحمل منقول.

- احسب القوى الداخلية في القشريات
واحسب الإجهادات العظمى وبين كونها
شادة أو ضاغطة.

الحمولة الحية 2 kN/m^2 ، الإكساء 1.5 kN/m^2 سماكة القشريات 20 cm .

الإجهاد المسموح في الفولاذ $\bar{\sigma}_s = 0.55 f_y = 230 \text{ MPa}$

الإجهاد المسموح في البيتون $\bar{\sigma}'_c = 0.3 f'_c = 6 \text{ MPa}$

(تزايد 2 m في كل من جذع المخروط والمخروط).

الحل:

1- القشرية العلوية-مخروط:

$$\phi = 35.89^\circ; L = 12.96 \text{ m}; g = 6.5 \text{ kN/m}^2$$

من أجل الحمولات الميتة:

$$N_s = \frac{-g \cdot S}{2 \sin \phi}$$

$$N_\theta = -g \cdot S \frac{\cos^2 \phi}{\sin \phi}$$

من أجل الحمولات الحية:

$$N_s = \frac{-q \cdot S}{2} \cot \phi$$

$$N_\theta = -qS \frac{\cos^3 \phi}{\sin \phi}$$

S	0	2	4	6	8	10	12.96
$N_{S(DL)}$	0	-11.088	-22.18	-33.26	-44.35	-55.44	-71.84
$N_{S(LL)}$	0	-2.764	-5.53	-8.291	-11.056	-13.82	-17.91
N_S	0	-13.85	-27.70	-41.55	-55.41	-69.26	-89.76
$N_{\theta(DL)}$	0	-14.55	-29.10	-43.66	-58.22	-72.77	-94.31
$N_{\theta(LL)}$	0	-3.628	-7.25	-10.88	-14.51	-18.14	-23.51
N_{θ}	0	-18.18	-36.36	-54.54	-72.73	-90.91	-117.82

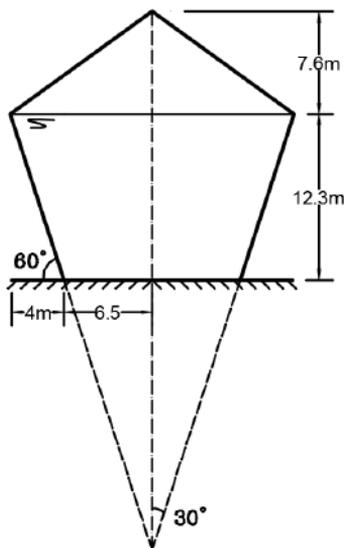
الإجهادات الأعظمية عند نقطة الاستناد:

$$\sigma_{S \max} = \frac{N_{S \max}}{A} = -\frac{89.76 \times 10^3}{1000 \times 200} = -0.448 \text{ MPa} < 6 \text{ MPa} \quad (C)$$

$$\sigma_{\theta \max} = \frac{N_{\theta \max}}{A} = -\frac{117.824 \times 10^3}{1000 \times 200} = -0.589 \text{ MPa} < 6 \text{ MPa} \quad (C)$$

وهي إجهادات ضاغطة لذلك يُكتفى بشبكتي تسليح طولي وعرضي بتسليح أصغري $5\phi 8/m$ على طبقتين لأن السماكة **20cm**.

$$A_{S \min} = \frac{1.2}{1000} bd$$



2- القشرية السفلية - جذع مخروط:

$$h_2 = 6.5(\cot 30) + 12.3 = 23.558 \text{ m}$$

$$L = \sqrt{10.5^2 + 23.558^2} = 25.8 \text{ m}$$

$$S_0 = 25.8 - \sqrt{4^2 + 12.3^2} = 12.9 \approx 13 \text{ m}$$

$$\phi = 60^\circ$$

$$g = 6.5 \text{ kN/m}^2; h_2 = 23.56 \text{ m};$$

• من أجل الحمولات الميتة:

$$N_s = \frac{-g(L^2 - S^2)}{2S \sin \phi}$$

$$N_{\theta} = g.S \frac{\cos^2 \phi}{\sin \phi}$$

• من أجل الحمولات الخطئية:

$$P = V = N_s \sin \phi = 89.76 \sin 35.89 = 52.62 \text{ kN}$$

$$N_s = \frac{-PL}{S \cdot \cos \phi}$$

$$N_\theta = 0$$

• من أجل حمولة الماء:

$$N_s = \gamma \frac{\cot \phi}{6S} [2(L^3 - S^3) \sin \phi - 3h_2(L^2 - S^2)]$$

$$N_\theta = \gamma S \left[\frac{h_2}{\sin \phi} - S \right] \cos \phi$$

S	13	15	17	19	21	23	25.93
$N_{S(DL)}$	-145.3	-111.9	-84.63	-61.5	-41.35	-23.39	-0.978
$N_{S(P)}$	-209.9	-181.9	-160.5	-143.6	-129.95	-118.65	-105.77
$N_{S(W)}$	-681.8	-467.8	-307.4	-187.8	-101.31	-42.64	-0.89
N_s	-1037	-761.7	-552.5	-392.9	-272.59	-184.68	-107.64
$N_{\theta(DL)}$	24.393	28.15	31.89	35.65	39.40	43.16	48.41
$N_{\theta(P)}$	0	0	0	0	0	0	0
$N_{\theta(W)}$	923.16	915.18	867.21	779.23	651.26	483.28	180.91
N_θ	947.55	943.33	899.11	814.88	690.66	526.44	229.33

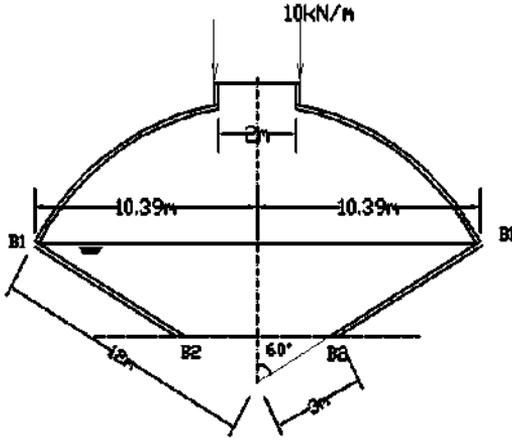
الإجهادات الأعظمية:

$$\sigma_{s \max} = \frac{N_{s \max}}{A} = -\frac{1037 \times 10^3}{1000 \times 200} = -5.185 \text{ MPa} < 6 \text{ MPa} \quad (C)$$

$$A_s = \frac{N_{\theta \max}}{\bar{\sigma}_s} = \frac{947.55 \times 10^3}{230} = 4119.8 \text{ mm}^2$$

نستخدم طبقتي تسليح بالمتر الطولي $22\phi 16 = 4422 \text{ mm}^2$ في كل طبقة $11\phi 16/m$.

مثال تطبيقي (2):



لدينا الخزان المبين بالشكل، مؤلف من قشريتين: القبة معرضة إلى حمل حي وحمل ميت مركز على محيط الفتحة.

جذع المخروط معرض إلى حمولة ماء، حمل ميت وحمل منقول.

- احسب القوى الداخلية في القشريتين واحسب الإجهادات العظمى وبين كونها شادة أو ضاغطة.

الحمولة الحية 2 kN/m ، الإكساء 1.5 kN/m . سماكة القشريات 20 cm ، ارتفاع القبة 6 m .

الإجهاد المسموح في الفولاذ $\bar{\sigma}_s = 0.55 f_y = 132 \text{ MPa}$

الإجهاد المسموح في البيتون $\bar{\sigma}'_c = 0.3 f'_c = 7.5 \text{ MPa}$

(تزايد 10^0 في القبة، وتزايد 2 m في جذع المخروط).

الحل:

1- القبة الكروية:

نصف قطر القشرية والزوايا:

$$a^2 = 10.39^2 + (a - 6)^2 \Rightarrow a = 12 \text{ m}$$

$$\sin \phi_{\max} = \frac{10.39}{a} = \frac{10.39}{12} \Rightarrow \phi_{\max} = 60^\circ$$

$$\sin \phi_0 = \frac{1}{12}; \phi_0 = 4.78^\circ$$

- القوى الداخلية الناتجة عن الحمولة الميتة:

$$g = 0.2 \times 25 + 1.5 = 6.5 \text{ kN/m}^2$$

$$N_\phi = \frac{-g \cdot a [\cos \phi_0 - \cos \phi]}{\sin^2 \phi}$$

$$N_\theta = -ag \cdot \left[\cos \phi - \frac{[\cos \phi_0 - \cos \phi]}{\sin^2 \phi} \right]$$

- القوى الداخلية الناتجة عن الحمولة الحية:

$$N_{\phi} = \frac{-qa}{2} \left[1 - \frac{\sin^2 \phi_0}{\sin^2 \phi} \right]$$

$$N_{\theta} = -\frac{qa}{2} \left[2 \cos^2 \phi - 1 + \frac{\sin^2 \phi_0}{\sin^2 \phi} \right]$$

القوى الداخلية الناتجة عن الحمولة الخطية:

$$N_{\phi} = \frac{-P \sin \phi_0}{\sin^2 \phi}$$

$$N_{\theta} = -N_{\phi}$$

ϕ	4.78	15	25	35	45	55	60
$N_{\phi(DL)}$	0	-35.63	-39.39	-42.05	-45.15	-49.16	-51.64
$N_{\phi(LL)}$	0	-10.76	-11.53	-11.75	-11.83	-11.88	-11.89
$N_{\phi(P)}$	-120.01	-12.44	-4.66	-2.55	-1.67	-1.24	-1.11
$N_{\phi(Total)}$	-120.01	-58.82	-55.59	-56.33	-58.65	-62.28	-64.64
$N_{\theta(DL)}$	-77.73	-39.72	-31.29	-21.84	-10.00	4.43	12.64
$N_{\theta(LL)}$	-23.83	-11.64	-8.18	-4.36	-0.17	3.98	5.89
$N_{\theta(P)}$	120.01	12.44	4.67	2.53	1.67	1.24	1.11
$N_{\theta(Total)}$	18.44	-38.91	-34.81	-23.67	-8.51	9.65	19.64
$N_{\theta(DL+P)}$	42.28	-27.28	-26.61	-19.31	-8.34	5.67	13.75

يتم جمع الحمولة الميتة مع الحمولة الخطية (بما أن الحمولة الحية غير دائمة) للحصول على أخطر حالة تحميل.

الإجهادات الأعظمية عند نقطة الاستناد:

$$\sigma_{\phi \max} = \frac{N_{\phi \max}}{A} = -\frac{120 \times 10^3}{1000 \times 200} = -0.6 \text{MPa} < 7.5 \text{MPa} \quad (C)$$

$$\sigma_{\theta \max} = \frac{N_{\theta \max}}{A} = -\frac{38.91 \times 10^3}{1000 \times 200} = -0.194 \text{MPa} < 7.5 \text{MPa} \quad (C)$$

$$A_s = \frac{N_{\theta \max}}{\bar{\sigma}_s} = \frac{42.27 \times 10^3}{132} = 320.23 \text{mm}^2$$

ومن ثم يُكتفى بشبكتي تسليح طولي وعرضي بتسليح أصغري $5\phi 8/m$ على طبقتين لأن السماكة 20cm وتساوي 500mm^2 .

$$A_{s \min} = \frac{1.2}{1000} bd$$

-2 جذع المخروط:

$$\phi = 30^\circ; L = 12m; P = 64.64 \times \sin 60 = 56kN; g = 6.5kN/m^2; h_2 = 6m; S_0 = 3m$$

• من أجل الحمولات الميتة:

$$N_s = \frac{-g \cdot (L^2 - S^2)}{2S \sin \phi}$$

$$N_\theta = g \cdot S \frac{\cos^2 \phi}{\sin \phi}$$

• من أجل الحمولات الخطية:

$$P = V = N_{\phi \max} \sin \phi = 64.63 \sin 60 = 55.97kN$$

$$N_s = \frac{-PL}{S \cdot \cos \phi}$$

$$N_\theta = 0$$

• من أجل حمولة الماء:

$$N_s = \gamma \frac{\cot \phi}{6S} [2(L^3 - S^3) \sin \phi - 3h_2(L^2 - S^2)]$$

$$N_\theta = \gamma S \left[\frac{h_2}{\sin \phi} - S \right] \cos \phi$$

S	3	5	7	9	12
$N_{s(DL)}$	-292.5	-154.7	-88.2143	-45.5	0
$N_{s(P)}$	-448	-268.8	-192	-149.333	-112
$N_{s(W)}$	-702.27	-311.542	-134.179	-43.35	0
N_s	-1442.77	-735.042	-414.393	-238.183	-112
$N_{\theta(DL)}$	29.25	48.75	68.25	87.75	117
$N_{\theta(P)}$	0	0	0	0	0
$N_{\theta(W)}$	233.82	303.1	303.1	233.82	0
N_θ	263.07	351.85	371.35	321.57	117

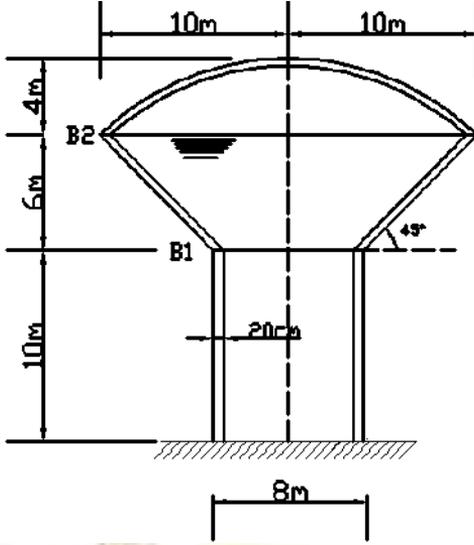
الإجهادات الأعظمية:

$$\sigma_{S \max} = \frac{N_{S \max}}{A} = -\frac{1442.8 \times 10^3}{1000 \times 200} = -7.21MPa < 7.5MPa \quad (C)$$

$$A_s = \frac{N_{\theta_{\max}}}{\bar{\sigma}_s} = \frac{263.07 \times 10^3}{132} = 1993 \text{mm}^2$$

نستخدم طبقتي تسليح بالمتري الطولي $20\phi 12 = 2260 \text{mm}^2$ في كل طبقة $10\phi 12/m$.

مثال تطبيقي (3):



لدينا الخزان المبين بالشكل، مؤلف من ثلاث قشريات:

القبة معرضة إلى حمل حي وحمل ميت.

جذع المخروط معرض إلى حمولة ماء، حمل ميت وحمل منقول.

الأسطوانة معرضة إلى حمل ميت وحمل منقول.

- احسب القوى الداخلية في القشريات

الثلاث واحسب الإجهادات العظمى

وبين كونها شاذة أو ضاغطة.

- احسب القوى في الجيزان الحلقية B1 و B2.

الإجهاد المسموح في الفولاذ $\bar{\sigma}_s = 0.55f_y = 132 \text{MPa}$

الإجهاد المسموح في البيتون $\bar{\sigma}'_c = 0.3f'_c = 6 \text{MPa}$

الحمولة الحية 2kN/m ، الإكساء 1.5kN/m . سماكة القشريات 20cm .

(تزايد 10^0 في القبة، وتزايد 2m في كل من جذع المخروط والأسطوانة).

الحل:

1- القشرية العلوية-قبة كروية دون فتحة:

$$a^2 = 10^2 + (a-4)^2 \Rightarrow a = 14.5 \text{m}$$

$$\sin \phi_{\max} = \frac{10}{a} = \frac{10}{14.5} \Rightarrow \phi_{\max} = 43.6^\circ$$

$$g = 6.5 \text{kN/m}^2$$

• القوى الداخلية الناتجة عن الأحمال الميتة:

$$N_{\phi} = \frac{-g.a}{[1 + \cos\phi]}$$

$$N_{\theta} = -ag \left[\cos\phi - \frac{1}{[1 + \cos\phi]} \right]$$

• القوى الداخلية الناتجة عن الأحمال الحية:

$$N_{\phi} = \frac{-q.a}{2}$$

$$N_{\theta} = -\frac{qa}{2} \cos 2\phi$$

ϕ	0	10	20	30	40	43.6
$N_{\phi(DL)}$	-47.125	-47.4857	-48.5902	-50.5084	-53.3679	-54.6639
$N_{\phi(LL)}$	-14.5	-14.5	-14.5	-14.5	-14.5	-14.5
$N_{\phi(Total)}$	-61.625	-61.9857	-63.0902	-65.0084	-67.8679	-69.1639
$N_{\theta(DL)}$	-47.125	-45.3324	-39.9759	-31.1145	-18.8318	-13.5893
$N_{\theta(LL)}$	-14.5	-13.6255	-11.1076	-7.25	-2.5179	-0.70832
$N_{\theta(Total)}$	-61.625	-58.958	-51.0835	-38.3645	-21.3497	-14.2976

القوى المنقولة إلى الجائز الحلقي **B₁**:

$$H_1 = N_{\phi_{\max}} \cos\phi_{\max} = 69.16 \cos 43.6 = 50.04 kN$$

وهي تمثل قوة ضغط ويكون الجائز الحلقي خاضعاً إلى قوة ضغط حلقيّة مع محور الجائز وتساوي:

$$F_1 = H_1 r_1 = 50.04 \times 10 = 500.4 kN$$

الإجهادات الأعظمية عند نقطة الاستناد:

$$\sigma_{\phi_{\max}} = \frac{N_{\phi_{\max}}}{A} = -\frac{69.16 \times 10^3}{1000 \times 200} = -0.3458 MPa < 6 MPa \quad (C)$$

$$\sigma_{\theta_{\max}} = \frac{N_{\theta_{\max}}}{A} = -\frac{61.63 \times 10^3}{1000 \times 200} = -0.308 MPa < 6 MPa \quad (C)$$

ومن ثم يُكتفى بشبكتي تسليح طولي وعرضي بتسليح أصغري $5\phi 8/m$ على طبقتين لأن السماكة **20cm** وتساوي **500mm²**.

$$A_{S_{\min}} = \frac{1.2}{1000} bd$$

2- القشرية الثانية- جذع مخروط:

$$h_2 = 4(\cot 45) + 6 = 10m$$

$$L = \sqrt{10^2 + 10^2} = 14.14m$$

$$S_0 = \sqrt{4^2 + 4^2} = 5.66m$$

$$\phi = 45^\circ; L = 14.14m; P = 69.16 \times \sin 43.6 = 47.69kN;$$

$$g = 6.5kN/m^2; h_2 = 10m; S_0 = 5.66m$$

• من أجل الحمولات الميتة:

$$N_s = \frac{-g \cdot (L^2 - S^2)}{2S \sin \phi}$$

$$N_\theta = g \cdot S \frac{\cos^2 \phi}{\sin \phi}$$

• من أجل الحمولات الخطئية:

$$N_s = \frac{-PL}{S \cdot \cos \phi}$$

$$N_\theta = 0$$

• من أجل حمولة الماء:

$$N_s = \gamma \frac{\cot \phi}{6S} [2(L^3 - S^3) \sin \phi - 3h_2(L^2 - S^2)]$$

$$N_\theta = \gamma S \left[\frac{h_2}{\sin \phi} - S \right] \cos \phi$$

S	5.66	8	10	12	14.14
$N_{s(DL)}$	-136.341	-78.0975	-45.9324	-21.425	-0.00013
$N_{s(P)}$	-168.491	-119.208	-95.366	-79.4717	-67.4441
$N_{s(W)}$	-381.611	-167.622	-69.102	-17.222	0
$N_{s(Total)}$	-686.443	-364.927	-210.4	-118.119	-67.4443
$N_{\theta(DL)}$	26.01336	36.768	45.96	55.152	64.98744
$N_{\theta(P)}$	0	0	0	0	0
$N_{\theta(W)}$	339.5083	347.52	293	181.92	0.427028
$N_{\theta(Total)}$	365.5217	384.288	338.96	237.072	65.41447

القوى المنقولة إلى الجائز الحلقي B_2 :

$$H_1 = N_{\phi_{\max}} \cos \phi_{\max} = 686.44 \cos 45 = 485.4kN$$

$$V_1 = N_{\phi_{\max}} \sin \phi_{\max} = 686.44 \sin 45 = 485.4 \text{ kN}$$

وهي تمثل قوة ضغط ويكون الجائز الحلقي خاضعاً إلى قوة ضغط حلقيّة مع محور الجائز وتساوي:

$$F_1 = H_1 r_1 = 686.44 \times 4 = 2745.76 \text{ kN}$$

الإجهادات الأعظمية:

$$\sigma_{S \max} = \frac{N_{S \max}}{A} = -\frac{686.44 \times 10^3}{1000 \times 200} = -3.43 \text{ MPa} < 6 \text{ MPa} \quad (C)$$

$$\sigma_{\theta \max} = \frac{N_{\theta \max}}{A} = \frac{384.3 \times 10^3}{1000 \times 200} = 1.922 \text{ MPa} \quad (T)$$

$$A_s = \frac{N_{\theta \max}}{\bar{\sigma}_s} = \frac{384.33 \times 10^3}{132} = 2911.4 \text{ mm}^2$$

نستخدم طبقتي تسليح بالمتر الطولي وفق الاتجاه الحلقي $20\phi 14 = 3080 \text{ mm}^2$ في كل طبقة $10\phi 14 / m$

3- القشرية الثالثة-أسطوانة شاقولية:

$$N_x = -P - g(H - x) = -485.39 - 6.5(10 - x)$$

x	0	2	4	6	8	10
Nx	-550.388	-537.388	-524.388	-511.388	-498.388	-485.388

الإجهادات الأعظمية:

$$\sigma_{X \max} = \frac{N_{X \max}}{A} = -\frac{550.4 \times 10^3}{1000 \times 200} = -2.75 \text{ MPa} < 6 \text{ MPa} \quad (C)$$

مثال تطبيقي (4):

أوجد القوى الداخلية والإجهادات الأعظمية في عناصر القشرية الأسطوانية الدائرية المبينة بالشكل، ثم أوجد القوى المنقولة إلى الجوائز الطرفية واحسب العزوم فيها:

$$\bar{\sigma}_s = 0.55 f_y = 132 \text{ MPa} \text{ الفولاذ}$$

$$\bar{\sigma}'_c = 0.3 f'_c = 6 \text{ MPa} \text{ البيتون}$$

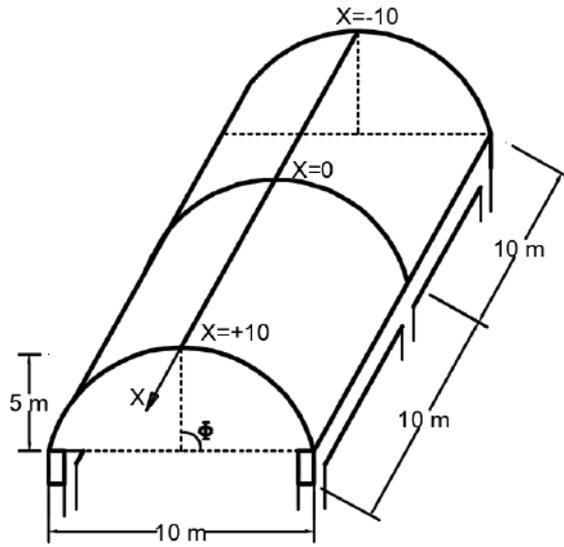
الحمولة الحية 2 kN/m^2 ، الإكساء 1.5 kN/m^2 حمولة الرياح 1 kN/m^2 سماكة القشريات 15 cm .

الحل:

$$a = 5 \text{ m}$$

$$\phi_{\max} = 90^\circ$$

$$g = 0.15 \times 25 + 1.5 = 5.25 \text{ kN/m}^2$$



1- القوى الداخلية الناتجة عن الأحمال الميتة:

$$N_{\phi} = -g.a.\cos\phi = 26.25\cos\phi$$

$$N_{x\phi} = -2g.\sin\phi.x; x = 10m \Rightarrow N_{x\phi} = -105\sin\phi$$

$$N_x = -\frac{g}{a}\left(\frac{L^2}{4} - x^2\right)\cos\phi$$

$$\phi = \phi_{\max} = 90^0 \Rightarrow N_x = 0$$

$$\phi = \phi_{\min} = 0^0 \Rightarrow N_x = -\frac{g}{a}\left(\frac{L^2}{4} - x^2\right)$$

$$x = 0 \Rightarrow N_x = -\frac{g}{a}\left(\frac{L^2}{4}\right)\cos\phi$$

2- القوى الداخلية الناتجة عن الأحمال الحية:

$$N_{\phi} = -q.a.\cos^2\phi = -10\cos^2\phi$$

$$N_{x\phi} = -\frac{3}{2}q.\sin 2\phi.x; x = 10m \Rightarrow N_{x\phi} = -30.\sin 2\phi$$

$$N_x = -\frac{3q}{2a}\left(\frac{L^2}{4} - x^2\right)\cos 2\phi$$

$$\phi = \phi_{\max} = 90^0 \Rightarrow N_x = +\frac{3q}{2a}\left(\frac{L^2}{4} - x^2\right)$$

$$\phi = \phi_{\min} = 0 \Rightarrow N_x = -\frac{3q}{2a} \left(\frac{L^2}{4} - x^2 \right)$$

$$x = 0 \Rightarrow N_x = -\frac{3q}{2a} \left(\frac{L^2}{4} \right) \cos 2\phi$$

3- القوى الداخلية الناتجة عن أحمال الرياح:

$$N_\phi = \pm P.a. \sin \phi$$

$$N_{x\phi} = \pm P. \cos \phi . x; x = 10m \Rightarrow N_{x\phi} = \pm 10 \cos \phi$$

$$N_x = \pm \frac{P}{2a} \left(\frac{L^2}{4} - x^2 \right) \sin \phi$$

$$\phi = \phi_{\max} = 90^\circ \Rightarrow N_x = \pm \frac{P}{2a} \left(\frac{L^2}{4} - x^2 \right)$$

$$\phi = \phi_{\min} = 0^\circ \Rightarrow N_x = 0$$

$$x = 0 \Rightarrow N_x = \pm \frac{P}{2a} \left(\frac{L^2}{4} \right) \sin \phi$$

وتكون النتائج الجدولية كما يلي:

N_ϕ							
ϕ	0	15	30	45	60	75	90
$N_{\phi(DL)}$	-26.25	-25.3556	-22.7332	-18.5616	-13.125	-6.794	0
$N_{\phi(LL)}$	-10	-9.33013	-7.5	-5	-2.5	-0.66987	0
$N_{\phi(W)}$	0	-1.2941	-2.5	-3.53553	-4.33013	-4.82963	-5
$N_{\phi(Total)}$	-36.25	-35.9798	-32.7332	-27.0971	-19.9551	-12.2935	-5
$N_{\phi(DL-W)}$	-	-	-	-	-	-	5

$$\sigma_{\phi_{\max}} = \frac{N_{\phi_{\max}}}{A} = -\frac{36.25 \times 10^3}{1000 \times 150} = -0.242 \text{ MPa} < 6 \text{ MPa} \quad (C)$$

$N_{x\phi} \quad - \quad x=10m$							
ϕ	0	15	30	45	60	75	90
$N_{x\phi(DL)}$	0	-25.88	-50	-70.71	-86.60	-96.59	-100
$N_{x\phi(LL)}$	0	-15	-25.98	-30	-25.98	-15	0
$N_{x\phi(W)}$	-10	-9.66	-8.66	-7.071	-5	-2.58	0
$N_{x\phi(Total)}$	-10	-50.54	-84.64	-107.8	-117.6	-114.2	-100

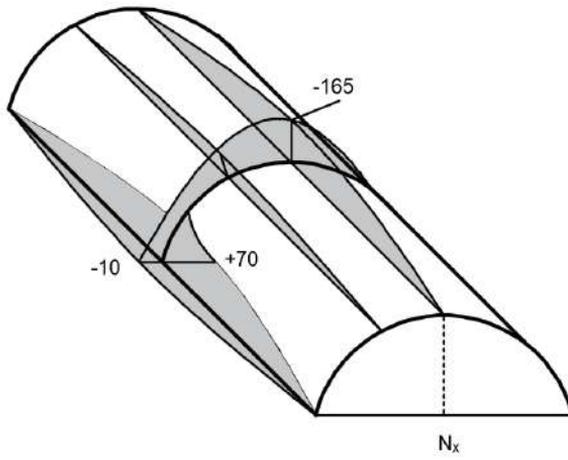
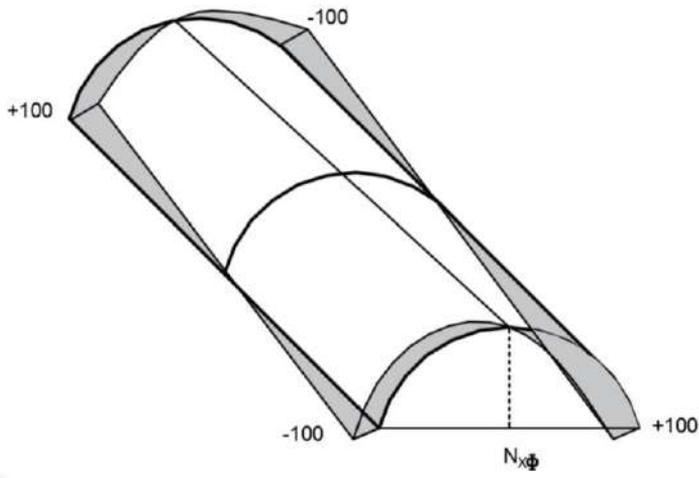
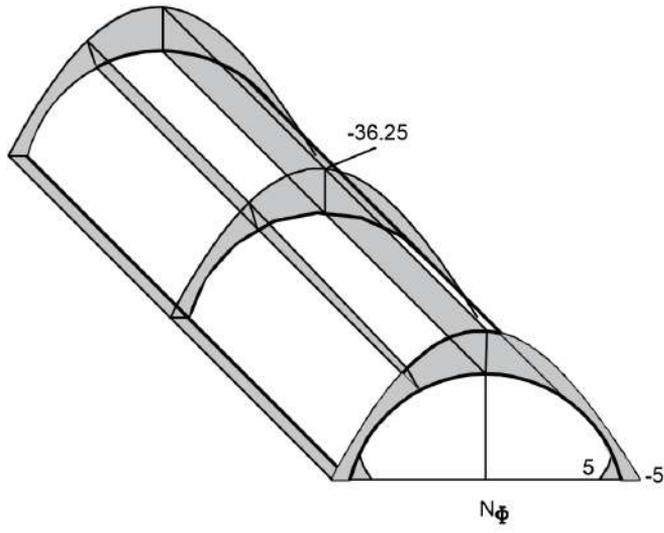
$N_{x\phi(DL-W)}$	10	-	-	-	-	-	-
-------------------	----	---	---	---	---	---	---

$$\sigma_{x\phi \max} = \frac{N_{x\phi \max}}{A} = -\frac{117.6 \times 10^3}{1000 \times 150} = -0.784 \text{ MPa} < 6 \text{ MPa} \quad (C)$$

$N_x - \phi = 90^0$						
X	0	2	4	6	8	10
$N_{x(DL)}$	0	0	0	0	0	0
$N_{x(LL)}$	60	57.6	50.4	38.4	21.6	0
$N_{x(W)}$	10	9.6	8.4	6.4	3.6	0
$N_{x(Total)}$	70	67.2	58.8	44.8	25.2	0
$N_{x(DL-W)}$	-10	-9.6	-8.4	-6.4	-3.6	0
$N_x - \phi = 0^0$						
X	0	2	4	6	8	10
$N_{x(DL)}$	-105	-100.8	-88.2	-67.2	-37.8	0
$N_{x(LL)}$	-60	-57.6	-50.4	-38.4	-21.6	0
$N_{x(W)}$	0	0	0	0	0	0
$N_{x(Total)}$	-165	-158.4	-138.6	-105.6	-59.4	0

$N_x - x = 0$							
ϕ	0	15	30	45	60	75	90
$N_{x(DL)}$	-105	-101.42	-90.93	-74.25	-52.5	-27.18	0
$N_{x(LL)}$	-60	-51.96	-30	0	30	51.96	60
$N_{x(W)}$	0	2.58	5	7.071	8.66	9.66	10
$N_{x(Total)}$	-165	-150.79	-115.93	-67.18	-13.84	34.44	70

$$\sigma_{x \max} = \frac{N_{x \max}}{A} = -\frac{165 \times 10^3}{1000 \times 150} = -1.1 \text{ MPa} < 6 \text{ MPa} \quad (C)$$

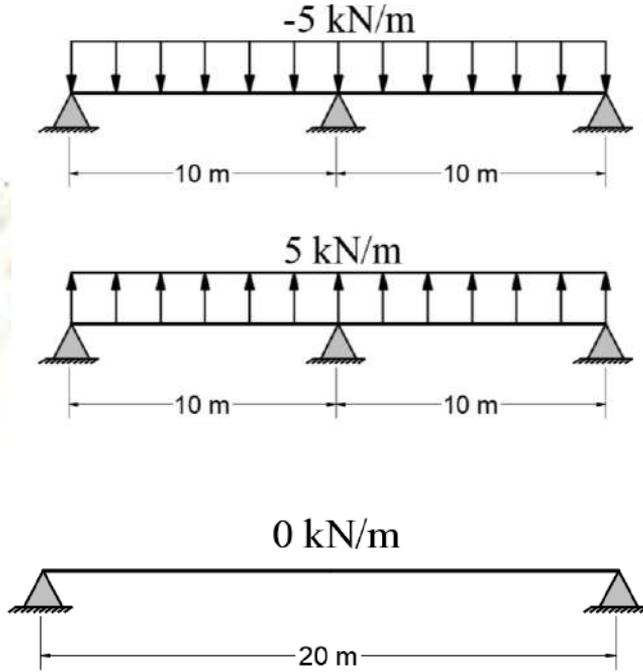


القوى في الجوائز الطرفية:

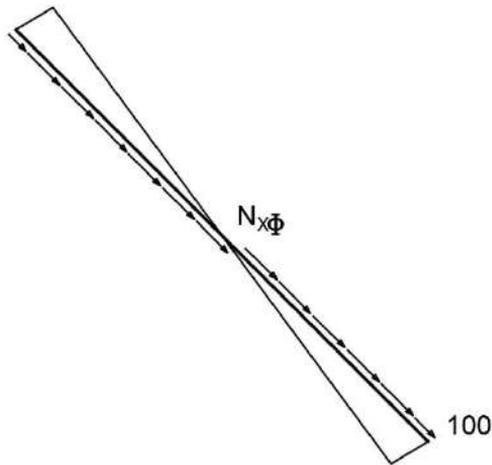
$$H = N_{\phi} \cos \phi = \pm 5 \cos 90 = 0 \text{ kN/m}$$

$$V = N_{\phi} \sin \phi = -5 \sin 90 = -5 \text{ kN/m} \downarrow$$

$$V = N_{\phi} \sin \phi = +5 \sin 90 = +5 \text{ kN/m} \uparrow$$



توزع $N_{x\phi}$: بحسب الشكل مساحة المثلث:



$$N_{\max} = \frac{1}{2} N_x \phi \frac{L}{2} = \frac{1}{2} 100 \frac{20}{2} = 500kN$$



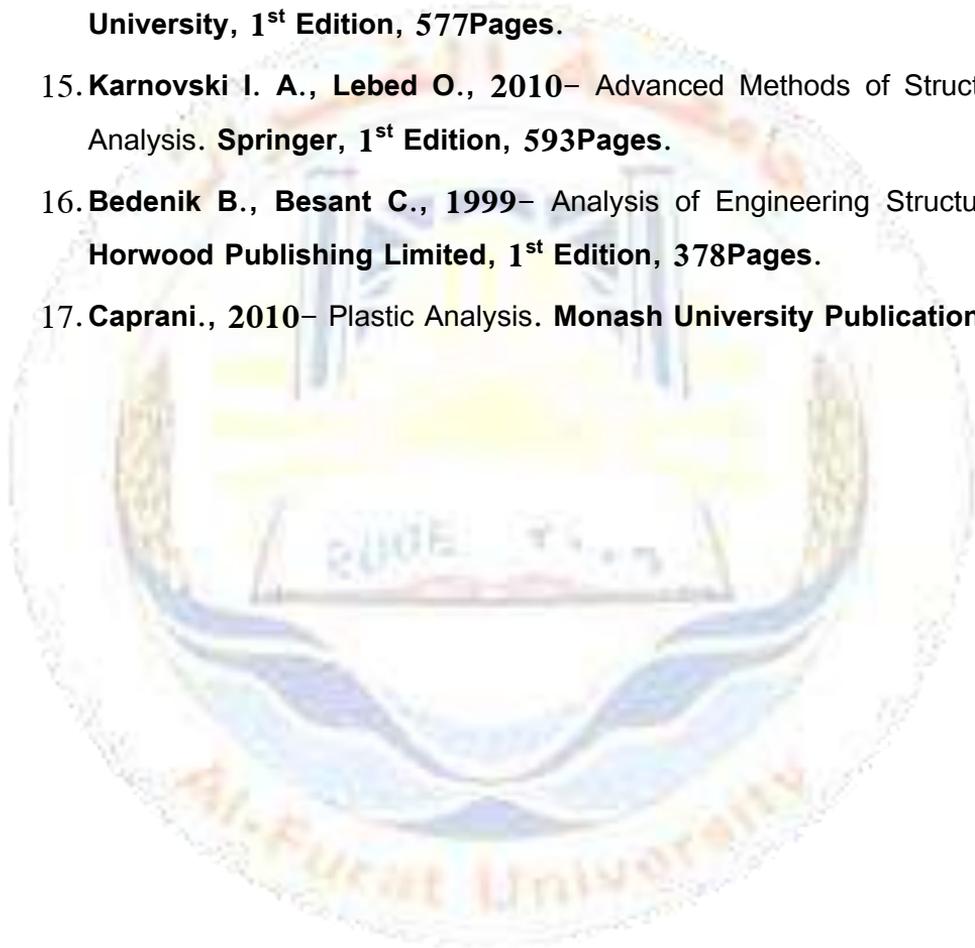


المراجع

References

1. **McCormac J., 2009**– Structural Analysis. **Clemson University, Harper and Row, Inc., 4th Edition, 640Pages.**
2. **Hibbeler R. C., 2012**– Structural Analysis., **Prentice Hall, Inc., 8th Edition, 695Pages.**
3. **EI- Dakhakhni W., 2010**–Theory of Structures– **Part 1. Dar Al-Maaref, Inc., 4th Edition, 433.**
4. **EI- Dakhakhni W., 2010**–Theory of Structures– **Part 2. Dar Al-Maaref, Inc., 4th Edition, 480.**
5. **Kassimali A., 2011**– Structural Analysis. **Southern Illinois University, Christopher M. Shortt, Inc., 4th Edition, 875Pages.**
6. **Hjelmstad K., 2005**– Fundamental of Structural Mechanics. **Illinois University, Springer, Inc., 2nd Edition, 480Pages.**
7. **Hearn E. J., 2001**– Mechanics of Materials (1). **Warwick University, Butterworth–Heinemann, Inc., 3rd Edition, 540Pages.**
8. **Hearn E. J., 2001**– Mechanics of Materials (2). **Warwick University, Butterworth–Heinemann, Inc., 3rd Edition, 540Pages.**
9. **Boresi A. P., Schmidt R. J., 2003**– Advanced Mechanics of Materials. **John Wiley & Sons., 6th Edition, 600Pages.**
10. **Rossmann J. S., Dym C. L., 2009**– Introduction to Engineering Mechanics., **Taylor & Francis Group, LLC., 1st Edition, 454Pages.**
11. **Leet k. M., Uang Ch., Lanning J. T., Gilbert A. M., 2018**– Fundamentals of Structural Analysis. **McGraw–Hill Education, Inc., 5th Edition, 800Pages.**

12. **Hibbeler R. C., 2013– Engineering Mechanics–Statics. Pearson Education, Inc., 13rd Edition, 650Pages.**
13. **Graig R. R., 2011– Mechanics of Materials. Warwick University, JOHN WILEY & SONS, Inc., 3rd Edition, 860Pages.**
14. **Abdel Salam S., 2000– Structural Analysis and Mechanics. Zagazig University, 1st Edition, 577Pages.**
15. **Karnovski I. A., Lebed O., 2010– Advanced Methods of Structural Analysis. Springer, 1st Edition, 593Pages.**
16. **Bedenk B., Besant C., 1999– Analysis of Engineering Structures. Horwood Publishing Limited, 1st Edition, 378Pages.**
17. **Caprani., 2010– Plastic Analysis. Monash University Publications.**



دليل المصطلحات العلمية في علم ميكانيك الإنشاءات

عربي - انكليزي

A

Absolute maximum shear (V)	القص الأعظمي المطلق
Absolute maximum moment (M)	عزم الانعطاف (الانحناء) الأعظمي
Allowable-stress	الإجهاد المسموح
Angular displacement	تشوه زاوي
Antisymmetric loads	أحمال متناظرة عكسياً
Approximate methods of analysis	طرائق تحليل تقريبية
Arches	أقواس
Axial forces (N)	قوى محورية
Axis	محور
Average	متوسط
Applied force	قوة مطبقة
Action	فعل
Assembly	عناصر مجمعة

B

Bay	مجاز
Beam	جانز
Bending moment	عزم انعطاف
Bending moment diagram	مخطط عزم الانعطاف
Betti's law	قانون بيتي
Boundary conditions	شروط محيطية
Bracing struts	عناصر تريبط
Bar	قضيب

Base	أساس
Basic Method	طريقة أساسية
C	
Cable	شَدَاد
Carry-over Factor (COF)	معامل نقل
Cantilever	ظفر
Cantilever beam	جائز ظفري
Column	عمود
Compatibility	توافقية
Composite structures	منشآت مركبة
Compressive force	قوة ضغط
Concrete	خرسانة
Curvature	انحناء
Concentrated loads	قوى مركزة
Conjugate-beam method	طريقة الجائز البديل
Continuity conditions	شروط الاستمرارية
Coordinate systems	جمل الإحداثيات
Couple moment	مزدوجة عزم
Coplanar	ثنائي المستوي
D	
Dead loads	أحمال ميتة
Deflection	تشوه
Degrees of freedom	درجات حرية
Determinacy	تقرير
Displacements	انتقالات

Distributed loads	أحمال موزعة
Distribution factor (DF)	معامل توزيع
Double integration	تكامل مضاعف
Dynamic analysis	تحليل ديناميكي
Diagonal	قطري
Design	تصميم
Determinant structures	منشآت مقررة
E	
Elastic curve	منحني مرن
Earthquake	هزة أرضية
Elastic-beam	جائز مرن
Elements	عناصر
Energy methods	طرائق الطاقة
Equilibrium	توازن
External stability	استقرار خارجي
External virtual work	عمل افتراضي خارجي
External work	عمل خارجي
Effect	تأثير
F	
Fixed-end moments (FEM)	عزوم وثق
Flanges	أجنحة الجوائز
Flexibility	قابلية تشوه
Flexural rigidity	صلابة انعطافية (انحنائية)
Floors	أرضيات

Force	قوة
Frames	إطارات
Fixed-support	وثاقة
Free-body diagrams	مخطط الجسم الحر

G

Girder	جانز مستعرض
Global coordinates	إحداثيات عامة

H

Hinge	مفصل
Hydrostatic pressure	ضغط هيدروستاتيكي

I

Inflection points	نقاط انعطاف
Influence lines	خطوط تأثير
Influence area	مساحة تأثير
Integration	تكامل

Internal stresses	إجهادات داخلية
Internal stability	استقرار داخلي

Internal virtual work	عمل افتراضي داخلي
Inverse of a matrix	مقلوب مصفوفة

Indeterminate structures	منشآت غير مقررة
---------------------------------	-----------------

Instable	غير مستقر
-----------------	-----------

Instability	عدم استقرار
--------------------	-------------

J

Joint	عقدة
--------------	------

K

Kinematic method		طريقة حركية
Kinematic indeterminacy		عدم تقرير حركي
	L	
Lateral loads		قوى جانبية
Line		خط
Laminated beams		جوائز رقائعية
Linear displacement		تشوه خطي
Linear elastic material		مادة مرنة خطياً
Live loads		أحمال حية
Loads		أحمال
	M	
Magnitude		شدة
Matrices		مصفوفات
Maxwell's theorem of reciprocal displacements		نظرية ماكسويل للانتقالات المتبادلة
Member		عنصر
Moment-area theorem		نظرية عزم المساحة
Moments		العزوم
Method of least work		طريقة العمل الأصغري
Moving loads		أحمال متحركة
	N	
Nodal coordinates		إحداثيات عقدية
Node		عقدة
Nonprismatic members		عناصر غير موشورية
	P	
Parabolic shape		قطع مكافئ

Plastic Analysis	تحليل لدن
Plastic hinge	مفصل لدن
Planar stresses	إجهادات مستوية
Portals	إطارات
Principle of virtual work	مبدأ العمل الفرضي
Purlins	عوارض أفقية
Primary stress	إجهاد أساسي
Principle of Superposition	مبدأ تتضد الآثار
Shell	قشرية
Sawtooth truss	منشأ شبكي بشكل سن المنشار
Scalars	قيم جبرية
Scissors truss	منشأ شبكي بشكل مقص
Secondary stress	إجهاد ثانوي
Sections	مقاطع
Series of concentrated loads	سلسلة من القوى المركزة
Shear and moment diagrams	مخططات القص والانعطاف
Shear and moment functions	توابع القص والانعطاف
Shear force (V)	قوة القص
Shells	قشريات
Sidesway	انتقال جانبي
Simple trusses	منشآت شبكية بسيطة
Simply supported beams	جوائز بسيطة
Slabs	بلاطات

Slope-deflection equations	معادلات الانتقال والدوران
Space trusses	منشآت شبكية فراغية
Span	مجاز
Stability	استقرار
Statically determinate structures	منشآت مقررة ستاتيكيًا
Statically indeterminate structures	منشآت غير مقررة ستاتيكيًا
Stiffness factors	معاملات الصلابة
Strain energy	طاقة الانفعال
Stresses	الإجهادات
Stiffness matrix	مصفوفة الصلابة
Superposition	تراكب
Symmetric structures	منشآت متناظرة
Sideway motion	حركة جانبية
Support	استناد
Temperature (T)	درجة حرارة
Tensile force (T)	قوة شادة
Thin-plate structures	منشآت ذات بلاطات رقيقة
Three-hinged arches	أقواس ثلاثية المفصل
Tie rods	قضبان رابطة
Tied arches	أقواس رابطة
Torsional displacement	تشوهات فتلية
Total stiffness factor (KT)	معامل الصلابة الكلي
Transformation matrices	مصفوفة تحويل

Tributary loads		أحمال اعتباطية
Trusses		منشآت شبكية
Two-way slab (system)		بلاطات ثنائية الاتجاه
	U	
Uniform loads		أحمال موزعة بانتظام
Unit load		قوة واحدة
Unit matrix		مصفوفة واحدة
	V	
Vertical components		عناصر شاقولية
Virtual work		عمل افتراضي
Vertical loads		أحمال شاقولية
	W	
Webs		جذع الجانز
Wind loads		أحمال رياح
Work		عمل

التدقيق العلمي

الدكتور سامر ساحلي
جامعة تشرين

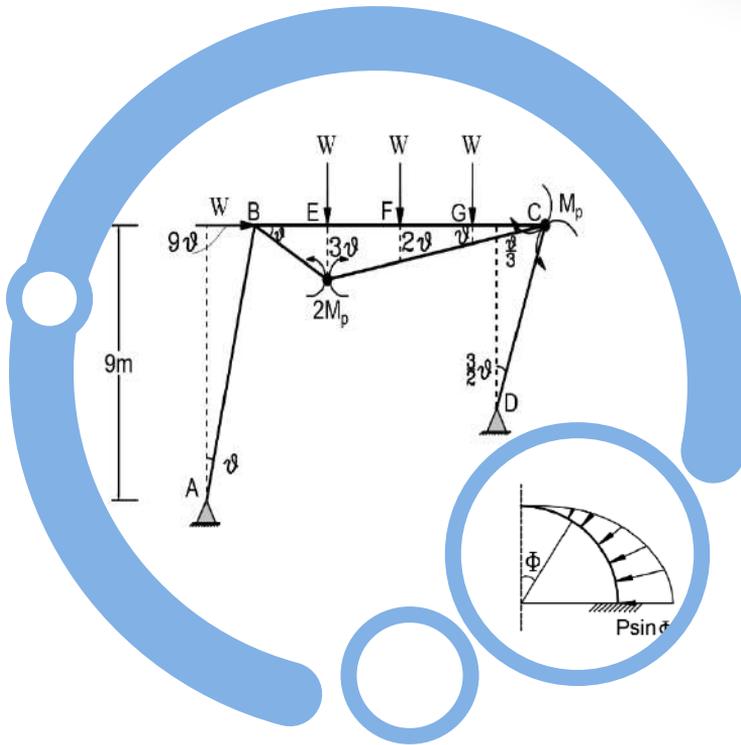
الأستاذ الدكتور عصام ناصر
جامعة تشرين

الأستاذ الدكتور عمار كعدان
جامعة حلب

المدقق اللغوي

د. سمية الأيوبي

حقوق الطبع والترجمة والنشر محفوظة
لمديرية الكتب والمطبوعات الجامعية



Dr. Rim KHARTASH

Assistant Professor – Structural Engineering Department

Third Year

Academic Year 1445ھ-2024م

سعر المبيع للطلاب