المحاضرة السادسة - القسم النظري (ميكانيك النقطة المادية)

- تصنيف الأنواع المختلفة :

إنّ نوع الحركة من حركة التسارع أو التباطؤ و الإنتظام يعتمد على صفات المتجهين الحركيين (السرعة و التسارع) .

1- تكون الحركة متسارعة في اللحظة t إذا كان قياس متجه السرعة متزايداً في تلك اللحظة, أي إذا تزايدت القيمة المطلقة للسرعة العددية V .

2- تكون الحركة متباطئة في اللحظة t إذا كان قياس متجه السرعة متناقصاً في تلك اللحظة .

3- تكون الحركة منتظمة عندما يتحول الزمن في المجال المغلق $[t_1, t_2]$ ، إذا كان قياس متجه السرعة ثابتاً في المجال السابق .

4 - تكون الحركة مباشرة على مسارها إذا كانت السرعة العددية موجبة $V=\frac{ds}{dt}$.

5 - تكون الحركة غير مباشرة على مسارها إذا كانت السرعة العددية سالبة .

- نلاحظ أنّ نوع الحركة من حيث التسارع و التباطؤ و الإنتظام يتحدّد بحسب إشارة الجداء الداخلي للمتجهين الحركيين .

أولاً : حالة مسار منحني : • تكون الحركة متباطئة إذا كان $\vec{v}.\vec{\gamma}<0$

• تكون الحركة متسارعة إذا كان $\vec{v}.\vec{\gamma}>0$

• تكون الحركة منتظمة إذا كان $\vec{v}.\vec{\gamma}=0$ ← (هما المتجهان الحركيان متعامدان)

ثانياً : حالة مسار مستقيم : في هذه الحالة يكون نصف قطر التقوس لامتناهياً في الكبر وبالتالي فالمتجهان الحركيان منطبقان على المسار .

ولدينا أنواع الحركات التالية :

- تكون الحركة متسارعة إذا وفقط إذا كان $\vec{v}, \vec{\gamma}$ من إشارة واحدة .
- تكون الحركة متباطئة إذا وفقط إذا كان $\vec{v}, \vec{\gamma}$ من إشارتين مختلفتين .
- تكون الحركة منتظمة إذا وفقط إذا كان $\vec{v}, \vec{\gamma}$ ثابت (تسارع معدوم)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

- دراسة حركات خاصة ، يمكن أن نصادف من الحركات :

1- الحركة المستقيمة : ① - الحركة المستقيمة المنتظمة : تكون حركة نقطة مادية مستقيمة منتظمة إذا كان متجه سرعتها ثابتاً، أي :

$$\vec{v} = \vec{v_0} = v\,\vec{e_x}$$

حيث v_0 مستقل عن الزمن وبالتالي فإنّ متجه التسارع يساوي المتجه الصفري

$$\vec{v} = v_0\,\vec{e_x} \quad , \quad v_0 = \frac{dx}{dt} \overset{\int dt}{\Rightarrow} x = v_0 t + x_0$$

② - الحركة المستقيمة المتغيرة بانتظام : تكون حركة نقطة مادية متغيرة بانتظام إذا كان متجه تسارعها ثابتاً، أي إذا كان :

$$\vec{\gamma} = \gamma_0\,\vec{e_x} \quad , \quad \gamma_0 = \frac{dv}{dt} \overset{\int dt}{\Rightarrow} v = \gamma_0 t + v_0$$

$$\Rightarrow \frac{dx}{dt} = \gamma_0 t + v_0$$

$$\overset{\int}{\Rightarrow} x = \frac{\gamma_0}{2} t^2 + v_0 t + x_0$$

وإذا كانت نقطة M في لحظة البدء $t=0$ في المبدأ O وسرعتها معدومة :

$$t=0 \Rightarrow x_0 = 0 \text{ و } v_0 = 0$$

- تكون الحركة المستقيمة المتغيرة بانتظام متسارعة إذا كان $v.\gamma_0 > 0$ ومتباطئة $v.\gamma_0 < 0$

- مسألة : P نقطة مادية تتحرك في المستوي oxy متماسكة مع إسناد t :

$$x = \frac{a^2 t^2}{2p} \quad \ldots ① \quad , \quad y = at \quad \ldots ②$$

حيث p و a ثوابت و المطلوب :

1- عيّن مسار النقطة P ثمّ أوجد السرعة والتسارع العددية للنقطة P .

2- عيّن راسم خطّ الحركة .

الحل : من المعادلة ② نجد : $t = \frac{y}{a}$ نعوّض في ① :

$$x = \frac{a^2}{2p}\cdot\frac{y^2}{a^2} \Rightarrow x = \frac{y^2}{2p} \Rightarrow y^2 = 2px$$

وهي معادلة قطع مكافئ ذروته $O(0,0)$

$$x' = \frac{2a^2 t^2}{2p} = \frac{a^2 t}{p} \Rightarrow x'' = \frac{a^2}{p}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$y' = a \Longrightarrow y'' = 0$

$V = \sqrt{x'^2 + y'^2} = \sqrt{\frac{a^4 t^2}{p^2} + a^2} = \sqrt{a^2\left(\frac{a^2 t^2}{p^2} + 1\right)} = \mp a \sqrt{\frac{a^2 t^2}{p^2} + 1}$

فإذا كانت $V > 0$ فالحركة مباشرة و $V < 0$ فالحركة غير مباشرة .

$\gamma = \frac{a^2}{p}$

-2

$X = x' = \frac{a^2 t}{p}$, $Y = y' = a$

$Y = a$ راسم خطى الحركة معادلة مستقيم يوازي المحور $x'x$.

2- الحركة الدائرية : توصف حركة نقطة مادية M بأنها دائرية إذا تحركت M على دائرة ، وسيط الحركة في هذه الحالة هو زاوية الدوران θ وتكون السرعة الزاوية $\omega = \theta'$ والتسارع الزاوي $\xi = \theta'' = \omega'$.

$v = \omega \cdot r$

v ← سرعة وسطية ، ω ← سرعة زاوية ، r ← نصف قطر

أمّا التسارع فله مركبتان : $\gamma_1 = \xi . r$ تسارع مماسي

$\gamma_2 = \omega^2 . r$ تسارع ناظمي

◆ حالة خاصة : الحركة الدائرية المنتظمة

تكون الحركة دائرية منتظمة إذا كانت سرعتها الزاوية ثابتة ، أي مستقلة عن الزمن .

$\omega = Cost$ (ثابت) .

وفي هذه الحالة يكون : $\omega = 2\pi n = \frac{2\pi}{T}$ ، حيث :

n : التواتر ، وهو عدد الدورات بالثانية .

T : الدور (مقلوب التواتر) وهو الزمن اللازم لإنجاز دورة كاملة مقدراً بالثانية

3- الحركة وفق التسارع المركزي :

- تعريف : تكون حركة نقطة مادية M ذات تسارع مركزي إذا كان متجه الموضع $\overrightarrow{oM}$ ومتجه التسارع $\overrightarrow{\gamma(M)}$ مرتبطين خطياً ، أي :

$\overrightarrow{\gamma(M)} = \lambda \overrightarrow{oM}$; $\lambda \in \mathbb{R}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

وفي الحركات ذات التسارع المركزي يكون المسار مساراً "مستوياً" (يقع في المستوي).

- السرعة السطحية (خاصة بحركات التسارع المركزي):

تُعرَّف السرعة السطحية للنقطة M بالعلاقة: $\sigma(M)=\frac{1}{2}\left|\overrightarrow{OM}\wedge\vec{V}(M)\right|$

- في الإحداثيات الديكارتية:

$$\sigma=\frac{1}{2}\begin{vmatrix}\vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z\\ x & y & 0\\ x' & y' & 0\end{vmatrix}=\frac{1}{2}(x.y'-x'y).$$

- في الإحداثيات القطبية:

$$\sigma=\frac{1}{2}\begin{vmatrix}\vec{e}_r & \vec{e}_\theta & \vec{e}_z\\ r & 0 & 0\\ r' & r\theta' & 0\end{vmatrix}=\frac{1}{2}r^2\theta'.$$

ونقول عن حركة النقطة M أنها خاضعة لقانون السطوح حول القطب O إذا كانت السرعة السطحية ثابتة، ونسمي الحركة في هذه الحالة بأنها ذات تسارع مركزي.

انتهت المحاضرة بعون الله

أ. مروة ملاخلف

2025

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner