2-3 تمثيل الأعداد الصحيحة (Integers representation)

يتم تمثيل الأعداد الصحيحة في الحاسوب باستخدام الخانات الثنائية في سجل تخزين بطول محدد مسبقاً وليكن n خانة (n-Bit)، وعادة يكون طول سجل التخزين من مضاعفات العدد 8 أي: 8-Bit أو 16-Bit وهكذا ... .

وان استخدام سجل تخزين بطول n-Bit يسمح بتمثيل 2^n عدداً صحيحاً، وإذا كانت تلك الأعداد تمثل بدون إشارة فذلك يسمح بتمثيل الأعداد الصحيحة ضمن المجال $[0, 2^2 - 1]$، فمثلاً باستخدام 8-Bit يكون مجال الأعداد الصحيحة المتاحة للتمثيل هو [0,255] ، أما استخدام 16-Bit يسمح بتمثيل الأعداد الصحيحة ضمن المجال [0,65535] .

ويتم تمثيل الأعداد الصحيحة مع إشارتها بطرائق مختلفة منها طريقة الإشارة وطريقة المتمم الأحادي وطريقة المتمم الثنائي.

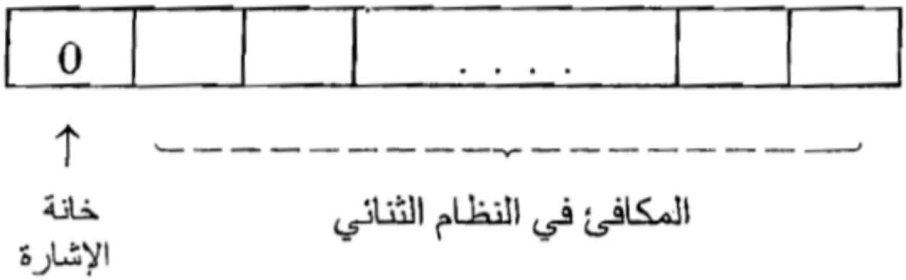
2-3-1 طريقة الإشارة (Sing method)

باستخدام طريقة الإشارة في تمثيل الأعداد الصحيحة يتم التمييز بين الأعداد الموجبة والسالبة بتخصيص خانة في أقصى اليسار لتمثيل الإشارة وتكون قيمة تلك الخانة كما يلي:

- في الأعداد الموجبة تأخذ خانة الإشارة القيمة 0 .
- في الأعداد السالبة تأخذ خانة الإشارة القيمة 1 .

ولتمثيل عدد صحيح موجب في سجل تخزين طوله n خانة ثنائية باستخدام طريقة الإشارة نقوم بتحويل العدد بدون إشارة إلى المكافئ في النظام الثنائي ثم نضع أصفاراً على يسار المكافئ حتى نصل إلى الخانة الأخيرة في نهاية سجل التخزين والتي تمثل خانة الإشارة.

تمثيل العدد الصحيح الموجب بطريقة الإشارة يأخذ الشكل التالي:



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مثال 24: أوجد تمثيل العدد $+(50)_{10}$ في 8 خانات ثنائية باستخدام طريقة الإشارة.

الحل:

أولاً.. نحول العدد $(50)_{10}$ إلى النظام الثنائي

القسمة الصحيحة على 2	باقي القسمة	
50÷2=25	0	← قيمة الخانة من اليمين
25÷2=12	1	
12÷2=6	0	
6 ÷2=3	0	
3 ÷2=1	1	
1 ÷2=0	1	← قيمة الخانة من اليسار

وبالتالي فان:

$$(50)_{10} = (110010)_2$$

ثانياً.. نضع أصفاراً على يسار العدد المكافئ في النظام الثنائي حتى نصل إلى الخانة الأخيرة فيكون لدينا

$$+(50)_{10} = (00110010)_2$$

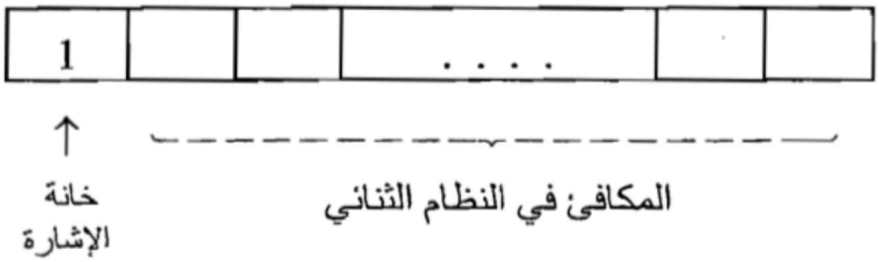
أي أن:

$+(50)_{10} \rightarrow$

0	0	1	1	0	0	1	0

ولتمثيل عدد صحيح سالب في سجل تخزين طوله n خانة ثنائية باستخدام طريقة الإشارة نقوم بتحويل العدد دون إشارة إلى المكافئ في النظام الثنائي ثم نضع أصفاراً على يسار المكافئ حتى نصل إلى خانة الإشارة ونضع فيها 1.

تمثيل العدد الصحيح السالب بطريقة الإشارة يأخذ الشكل التالي:



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مثال 25: أوجد تمثيل العدد $-(50)_{10}$ في 8 خانات ثنائية باستخدام طريقة الإشارة.

الحل:

أولاً.. نحول العدد $(50)_{10}$ إلى النظام الثنائي، فنجد

$$(50)_{10} = (110010)_2$$

ثانياً.. نضع أصفاراً على يسار العدد المكافئ في النظام الثنائي حتى نصل إلى خانة الإشارة ونضع فيها 1. وبالتالي فان

$-(50)_{10} \rightarrow$

1	0	1	1	0	0	1	0

أي أن:

$$-(50)_{10} = (10110010)_2$$

بتمثيل الأعداد الصحيحة في سجل تخزين طوله 8-Bit باستخدام طريقة الإشارة لاحظنا ما يلي:

$+(50)_{10} \rightarrow$

0	0	1	1	0	0	1	0

$-(50)_{10} \rightarrow$

1	0	1	1	0	0	1	0

ونلاحظ أيضاً وجود شكلين لتمثيل الصفر هما:

$+(0)_{10} \rightarrow$

0	0	0	0	0	0	0	0

$-(0)_{10} \rightarrow$

1	0	0	0	0	0	0	0

وبذلك نصل إلى النتيجة التالية:

في 8 خانات ثنائية نستطيع تمثيل 255 (أي 2^8-1) عدداً صحيحاً مختلفاً باستخدام طريقة الإشارة، وتلك الأعداد تقع ضمن المجال [127,127−].

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

وبشكل عام، إن استخدام طريقة الإشارة لتمثيل الأعداد الصحيحة في سجل تخزين بطول n خانة ثنائية يسمح بتمثيل الأعداد الصحيحة الواقعة ضمن المجال $[-2^{n-1}+1, 2^{n-1}-1]$. ومن أجل سجل تخزين بطول 16 خانة ثنائية يمكن تمثيل الأعداد الصحيحة الواقعة ضمن المجال [32767,32767–].

إن تمثيل العددان $(50)_{10}$+ و $(50)_{10}$– في 16 خانة ثنائية باستخدام طريقة الإشارة يتم بالشكل التالي:

$+(50)_{10} \rightarrow$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0
$-(50)_{10} \rightarrow$	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0

2-3-2 طريقة المتمم الأحادي (One's complement method)

في طريقة المتمم الأحادي، يكون تمثيل العدد الصحيح الموجب مشابهاً تماماً لطريقة الإشارة، ولتمثيل العدد الصحيح السالب نقوم بالخطوات التالية:

1- تحويل العدد دون إشارة إلى المكافئ في النظام الثنائي.

2- نضع أصفاراً على يسار العدد المكافئ في النظام الثنائي حتى نصل إلى الخانة الأخيرة ضمن المتاح من الخانات الثنائية، وبذلك نحصل على تمثيل العدد الصحيح الموجب.

3- نوجد المتمم الأحادي وذلك بتبديل قيمة الخانات من 0 إلى 1 ومن 1 إلى 0، وبذلك نحصل على تمثيل العدد الصحيح السالب.

مثال 26: أوجد تمثيل العدد $(50)_{10}$– في 8 خانات ثنائية باستخدام طريقة المتمم الأحادي.

الحل:

أولاً.. تحويل العدد $(50)_{10}$ إلى المكافئ في النظام الثنائي، ويكون الناتج

$$(50)_{10} = (110010)_2$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

ثانياً.. نضع أصفاراً على يسار العدد المكافئ في النظام الثنائي حتى نصل إلى الخانة الثامنة، وبذلك يصبح عدد الخانات الثنائية المستخدمة 8 ويكون لدينا

$$(50)_{10} = (00110010)_2$$

وهذا يعني أن:

$$+(50)_{10} = (00110010)_2$$

ثالثاً.. نوجد المتمم الأحادي، ويكون الناتج

$$-(50)_{10} = (11001101)_2$$

ويمكننا التعبير عن الحل للمثال السابق بالصياغة التالية:

$(50)_{10} \rightarrow$	$(110010)_2$							
$+(50)_{10} \rightarrow$	0	0	1	1	0	0	1	0
$-(50)_{10} \rightarrow$	1	1	0	0	1	1	0	1

ويمكننا أيضاً ملاحظة وجود شكلين لتمثيل الصفر باستخدام طريقة المتمم الأحادي هما:

$+(0)_{10} \rightarrow$	0	0	0	0	0	0	0	0
$-(0)_{10} \rightarrow$	1	1	1	1	1	1	1	1

وذلك في سجل تخزين طوله 8 خانات ثنائية، ومن أجل سجل تخزين بطول 16 خانة ثنائية لدينا:

$+(0)_{10} \rightarrow$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$-(0)_{10} \rightarrow$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

وبذلك نصل إلى النتيجة التالية:

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

1- في 8 خانات ثنائية نستطيع تمثيل $2^8 - 1 = 255$ عدداً صحيحاً مختلفاً باستخدام طريقة المتمم الأحادي، وتلك الأعداد تقع ضمن المجال $[-127,127]$.

2- في 16 خانات ثنائية نستطيع تمثيل 65535 عدداً صحيحاً مختلفاً باستخدام طريقة المتمم الأحادي، وتلك الأعداد تقع ضمن المجال $[-32767,32767]$.

وبشكل عام، إن استخدام طريقة المتمم الأحادي لتمثيل الأعداد الصحيحة في سجل تخزين بطول n خانة ثنائية يسمح بتمثيل الأعداد الصحيحة الواقعة ضمن المجال $[-2^{n-1}+1, 2^{n-1}-1]$.

مثال 27: أوجد تمثيل العدد $(128)_{10}-$ في 16 خانة ثنائية باستخدام طريقة المتمم الأحادي.

الحل:

القسمة الصحيحة على 2	باقي القسمة	
128÷2=64	0	← قيمة الخانة من اليمين
64÷2=32	0	
32÷2=16	0	
16÷2=8	0	
8 ÷2=4	0	
4 ÷2=2	0	
2 ÷2=1	0	
1 ÷2=0	1	← قيمة الخانة من اليسار

وبالتالي لدينا:

$$(128)_{10} = (10000000)_2$$
$$+(128)_{10} = (0000000010000000)_2$$
$$-(128)_{10} = (1111111101111111)_2$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

2-3-3 طريقة المتمم الثنائي (Two's complement method)

في طريقة المتمم الثنائي، يكون تمثيل العدد الصحيح الموجب مشابهاً تماماً لطريقة الإشارة، ولتمثيل العدد الصحيح السالب نقوم بالخطوات التالية:

1- تحويل العدد دون إشارة إلى المكافئ في النظام الثنائي.

2- إذا كانت خانات المكافئ أقل من الخانات المتاحة لتمثيل العدد فإننا نضع أصفاراً على يسار المكافئ حتى نصل إلى الخانة الأخيرة ضمن المتاح من الخانات، وبذلك نحصل على تمثيل العدد الصحيح الموجَب.

3- نوجد المتمم الأحادي وذلك بتبديل قيمة الخانات من 0 إلى 1 ومن 1 إلى 0.

4- نوجد المتمم الثنائي وذلك بإضافة 1 إلى المتمم الأحادي، وبذلك نحصل على تمثيل العدد الصحيح السالب.

مثال 28: أوجد تمثيل العدد $(50)_{10}-$ في 8 خانات ثنائية باستخدام طريقة المتمم الثنائي.

الحل:

أولاً.. تحويل العدد $(50)_{10}$ إلى المكافئ في النظام الثنائي، ويكون الناتج

$$(50)_{10} = (110010)_2$$

ثانياً.. نضع أصفاراً على يسار العدد المكافئ في النظام الثنائي حتى نصل إلى الخانة الثامنة، وبذلك تصبح عدد الخانات الثنائية المستخدمة 8 ويكون لدينا

$$(50)_{10} = (00110010)_2$$

وهذا يعني أن

$$+(50)_{10} = (00110010)_2$$

ثالثاً.. نوجد المتمم الأحادي، ويكون الناتج

$$(11001101)_2$$

رابعاً.. نوجد المتمم الثنائي، فنجد أن

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$$(11001101)_2 + (1)_2 = (11001110)_2$$

وهذا يعني أن

$$-(50)_{10} = (11001110)_2$$

ونستطيع تلخيص طريقة المتمم الثنائي لتمثيل العدد $-(50)_{10}$ في 8 خانات ثنائية على النحو التالي:

$(50)_{10} \rightarrow$	$(110010)_2$							
$+(50)_{10} \rightarrow$	0	0	1	1	0	0	1	0
المتمم الأحادي $\rightarrow$	1	1	0	0	1	1	0	1
المتمم الثنائي ويمثل $-(50)_{10}$ $\rightarrow$	1	1	0	0	1	1	1	0

مثال 29: أوجد تمثيل العدد $-(128)_{10}$ في 16 خانة ثنائية باستخدام طريقة المتمم الثنائي.

الحل:

$(128)_{10} \rightarrow$	$(10000000)_2$															
$+(128)_{10} \rightarrow$	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
المتمم الأحادي $\rightarrow$	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
المتمم الثنائي $\rightarrow$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0

وتكون النتيجة كما يلي:

$$-(128)_{10} = (1111111110000000)_2$$

ونلاحظ أنه لا يمكننا تمثيل العدد $+(128)_{10}$ في 8 خانات ثنائية، لكن يمكن تمثيل العدد $-(128)_{10}$ في 8 خانات ثنائية باستخدام طريقة المتمم الثنائي، ويكون الناتج:

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$(128)_{10}$ →	1	0	0	0	0	0	0	0
المتمم الأحادي →	0	1	1	1	1	1	1	1
المتمم الثنائي →	1	0	0	0	0	0	0	0

أي أن:

$$-(128)_{10} = (10000000)_2$$

ونذكر هنا بأنه لا يمكننا تمثيل العدد $-(128)_{10}$ في 8 خانات ثنائية باستخدام طريقة المتمم الأحادي أو باستخدام طريقة الإشارة.

كما أن استخدام 8 خانات ثنائية لتمثيل الصفر بطريقة المتمم الثنائي تتم على النحو التالي:

$+(0)_{10}$ →	0	0	0	0	0	0	0	0
المتمم الأحادي →	1	1	1	1	1	1	1	1
المتمم الثنائي →	0	0	0	0	0	0	0	0

ولتوضيح ذلك نضيف $(1)_2$ إلى المتمم الأحادي فنجد أن:

المنقول → 1 1 1 1 1 1 1 1

1 1 1 1 1 1 1 1

\+

1

1 0 0 0 0 0 0 0 0

فائض يُهمل

أي أن:

$$+(0)_{10} = -(0)_{10} = (00000000)_2$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

2-5-3 نظام الترميز ASCII

إن نظام الترميز المعياري الأمريكي لتبادل المعلومات والمعروف بنظام الترميز ASCII هو اختصار للعبارة التالية:

(American Standard Code for Information Interchange)

وهو الأكثر انتشاراً والمستخدم في معظم الحواسيب الشخصية، واعتمد هذا النظام في البداية على تخصيص سبع خانات ثنائية لتمثيل المحرف ثم أضيفت خانة ثنائية أقصى اليسار فأصبح متاحاً لنظام الترميز ASCII استخدام ثمان خاناتٍ ثنائية لتمثيل المحرف وبذلك يمكن لهذا النظام تمثيل $2^8=256$ محرفاً مختلفاً. وفي نظام الترميز ASCII يتم تمثيل الحروف من A وحتى Z ومن a وحتى z وتمثيل الأرقام من 0 وحتى 9 على النحو التالي:

4-Bit من اليسار					4-Bit من اليمين
0011	0100	0101	0110	0111	
0		P		p	0000
1	A	Q	a	q	0001
2	B	R	b	r	0010
3	C	S	c	s	0011
4	D	T	d	t	0100
5	E	U	e	u	0101
6	F	V	f	v	0110
7	G	W	g	w	0111
8	H	X	h	x	1000
9	I	Y	i	y	1001
	J	Z	j	z	1010
	K		k		1011
	L		l		1100
	M		m		1101
	N		n		1110
	O		o		1111

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

في نظام الترميز ASCII يتم الانتقال من تمثيل رمز الحرف الكبير إلى تمثيل رمزه الصغير بتغيير الخانة السادسة من 0 إلى 1 ، فمثلاً من أجل الحرف A والحرف a لدينا:

رمز الحرف	التمثيل بنظام ASCII
A	01000001
a	01100001

نلاحظ أن الأعداد الصحيحة المتتالية في النظام العشري من 65 إلى 90 تكافئ تمثيل الحروف الكبيرة من A إلى Z في نظام الترميز ASCII.

كما أن الأعداد الصحيحة المتتالية في النظام العشري من 97 إلى 122 تكافئ تمثيل الحروف الصغيرة من a إلى z في نظام الترميز ASCII.

ولتمثيل كلمة STAR باستخدام نظام الترميز ASCII نكتب السلسلة التالية:

01010011	01010100	01000001	01010010
S	T	A	R

وتمثيل كلمة Star في نظام الترميز ASCII يكون كما يلي:

01010011	01110100	01100001	01110010
S	t	a	r

وقد تم ترميز محارف اللغة العربية باستخدام نظام الترميز ASCII من 8-Bit كما وضعت منظمة المواصفات والمعايير العربية نظام الترميز ASMO للمحارف العربية (Arabic Standard and Measurement Organization) .

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner