الفصل الثاني

تمثيل البيانات في الحاسوب

Data representation in the computer

2-1 مقدمة (Introduction)

عادة يستخدم الإنسان نظام العد العشري بينما تستخدم الآلة نظام العد الثنائي، ورموز النظام العشري هي:

0 , 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9

وتستخدم تلك الرموز لتمثيل الأعداد في النظام العشري، وذلك غير متوفر في المجال الالكتروني حيث لدينا حالتان للدارة الالكترونية هما:

- الدارة المفتوحة، ويرمز إليها بالرمز 0 .
- الدارة المغلقة، ويرمز إليها بالرمز 1 .

ولتمثيل أي عدد في الحاسوب لا بد من استخدام سلسلة من الخانات الثنائية، حيث الخانة الثنائية تأخذ إحدى حالتين إما 0 أو 1 وتسمى Bit، ويتم تمثيل جميع البيانات بسلسلة من الخانات الثنائية (الأعداد، الحروف، الرموز، ...).

لهذا السبب يمتلك نظام العد الثنائي أهمية كبيرة في أنظمة العد بالإضافة إلى أنظمة أخرى مثل النظام الست عشري الذي يستعمل في الارتباط بأدوات المنطق القابلة للبرمجة.

إن أي نظام عد رقمي يجب من الناحية المنطقية أن يكون قادر على تطبيق العمليات الحسابية الأساسية (الجمع، الطرح، الضرب، القسمة)، وطريقة تنفيذ تلك العمليات ضمن الحاسوب ليست مماثلة بالضرورة إلى الطرائق التي يستخدمها الإنسان على الورق،على سبيل المثال عملية الطرح تنفذ كجمع وهذا يتضمن استعمال مفهوم المتمم.

2-2 أنظمة العد (Number systems)

للتعبير عن أي عدد ضمن نظام عد معين نحتاج إلى تحديد الآتي:

- مجموعة الرموز المستخدمة في هذا النظام.
- أساس النظام، وهو عدد الرموز المستخدمة في النظام.

إذا استخدمنا الرمز b لأساس النظام فإننا نستطيع التعبير عن مجموعة رموز النظام كالآتي:

$$\mathcal{D}_b = \{ d_0 , d_1 , d_2 , \ldots , d_{b-1} \}$$

حيث d_i رقم أو حرف وذلك من أجل $i \in \{0,1,2,...,b-1\}$.

إن أي عدد صحيح x يمكن تمثيله في نظام يمتلك الأساس b من خلال سلسلة من رموز هذا النظام وذلك على النحو التالي:

$$x = \pm(x_n x_{n-1} ... x_1 x_0)_b$$

حيث $x_i \in \mathcal{D}_b$ وذلك من أجل $i = 0,1,...,n$ ، ويكون لدينا

$$x = \pm\sum_{i=0}^{n} x_i b^i$$

مع العلم أن الطرف الأيمن يمثل قيمة العدد الصحيح في النظام العشري، لذلك يمكن كتابة العلاقة السابقة على النحو الآتي:

$$\pm(x_n x_{n-1} ... x_1 x_0)_b = \pm(\sum_{i=0}^{n} x_i b^i)_{10}$$

1-2-2 النظام العشري (Decimal system)

أساس النظام العشري هو الرقم 10 ، ومجموعة الرموز المستخدمة في هذا النظام هي:

$$\mathcal{D}_{10} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

ويتم التعبير عن عدد صحيح في النظام العشري باستخدام سلسلة من الخانات حيث كل خانة تأخذ إحدى رموز النظام ويكون لها وزن محدد، وحسب ترتيب الخانة يحدد وزنها

بالقيمة b^i ، حيث b هو أساس النظام و i يمثل رقم الخانة. ورقم الخانة يبدأ من الصفر للخانة الأولى من اليمين.

ويحدد وزن الخانة في النظام العشري على النحو التالي:

- وزن الخانة في الصورة الأسية

$$\ldots ، 10^2 ، 10^1 ، 10^0$$

- وزن الخانة كمعامل من 10

$$\ldots ، 100 ، 10 ، 1$$

فمثلاً نجد أن أوزان الخانات للعدد $(3192)_{10}$ كالتالي:

3	1	9	2	← الخانة
10^3	10^2	10^1	10^0	← الوزن
1000	100	10	1	

ولدينا

$$(3192)_{10} = 2*10^0 + 9*10^1 + 1*10^2 + 3*10^3$$

وللتعبير عن عدد كسري في النظام العشري نستطيع استخدام الفاصلة الثابتة وعدد من الخانات على يسارها تمثل الجزء الصحيح، وعدد من الخانات على يمينها تمثل الجزء الكسري. وحسب ترتيب الخانة يحدد وزنها على النحو التالي:

الأوزان يسار الفاصلة				الأوزان يمين الفاصلة			
...	10^2	10^1	10^0	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	...

مثال على العدد الكسري $(315.07)_{10}$ ، تكون الأوزان كما يلي:

3	1	5	0	7	← الخانة
10^2	10^1	10^0	10^{-1}	10^{-2}	← الوزن
100	10	1	0.1	0.01	

وبناءً على ذلك لدينا

$$(315.07)_{10} = 3*10^2 + 1*10^1 + 5*10^0 + 0*10^{-1} + 7*10^{-2}$$

2-2-2 النظام الثنائي (Binary system)

في نظام العد الثنائي لدينا ما يلي:

- الأساس $b=2$.
- مجموعة الرموز المستخدمة $\mathcal{D}_2=\{0,1\}$.

يتكون العدد في النظام الثنائي من سلسلة من الخانات الثنائية، ويكون لكل خانة وزن يحدد حسب ترتيب الخانة بالقيمة b^i أي الأساس مرفوعاً لأس بقيمة رقم الخانة. ولتوضيح وزن الخانة نميز بين حالتين:

a. من أجل عدد صحيح، يبدأ رقم الخانة من الصفر للخانة الأولى من اليمين، ثم الرقم 1 وهكذا. فمثلاً نجد أوزان العدد الثنائي $(110101)_2$ كما يلي:

1	1	0	1	0	1	← الخانة
2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	← الوزن
32	16	8	4	2	1	

b. من أجل عدد كسري، يبدأ رقم الخانة للجزء الصحيح من الصفر للخانة الأولى من اليمين ثم الرقم 1 وهكذا. أما رقم الخانة للجزء الكسري فيبدأ من الرقم 1- للخانة الأولى من اليسار ثم الرقم 2- وهكذا. وبالنسبة للعدد الثنائي $(11101.011)_2$ تكون الأوزان كالآتي:

1	1	1	0	1	.	1	1	← الخانة
2^4	2^3	2^2	2^1	2^0		2^{-1}	2^{-2}	2^{-3} ← الوزن
16	8	4	2	1		0.5	0.25	0.125

2-2-2-1 التحويل من النظام الثنائي إلى العشري
(Binary to decimal conversion)

يتم الانتقال من النظام الثنائي إلى النظام العشري بالاعتماد على قيمة الخانة ووزنها. ويمكن تمثيل أي عدد صحيح مؤلف من n خانة ثنائية على النحو التالي:

$$(x_{n-1}\cdots x_1x_0)_2 \quad ; \; x_i \in \mathcal{D}_2 \quad (i \text{ يمثل رقم الخانة})$$

ويتم تحويل هذا العدد إلى النظام العشري باستخدام العلاقة التالية:

$$(x_{n-1}\cdots x_1x_0)_2 = (\sum_{i=0}^{n-1} x_i 2^i)_{10}$$

مثال 1: أوجد القيمة المكافئة للعدد $(110101)_2$ في النظام العشري.

الحل:

$$\begin{aligned}(110101)_2 &= 1*2^5 + 1*2^4 + 0*2^3 + 1*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0\\ &= 32 + 16 + 0 + 4 + 0 + 1\\ &= (53)_{10}\end{aligned}$$

مثال 2: حول العدد $(1100111)_2$ إلى النظام العشري.

الحل:

$$\begin{aligned}(1100111)_2 &= 1*2^6+1*2^5+0*2^4+0*2^3+1*2^2+1*2^1+1*2^0\\ &= 64 + 32 + 4 + 2 + 1\\ &= (103)_{10}\end{aligned}$$

وبشكل عام يمكن تمثيل أي عدد كسري في النظام الثنائي على النحو التالي:

$$(x_{n-1}\cdots x_1x_0 \,.\, x_{-1}x_{-2}\cdots x_{-m})_2 \quad ; \; x_i \in \mathcal{D}_2$$

حيث i رقم الخانة، n عدد خانات الجزء الصحيح، m عدد خانات الجزء الكسري. ويتم تحويل هذا العدد إلى النظام العشري باستخدام العلاقة التالية:

$$(x_{n-1}\cdots x_1x_0 \,.\, x_{-1}x_{-2}\cdots x_{-m})_2 = (\sum_{i=-m}^{n-1} x_i 2^i)_{10}$$

مثال 3: أوجد القيمة المكافئة في النظام العشري للعدد $(11101.011)_2$.

الحل:

لدينا $m=3$ ، $n=5$ وبالتالي:

$$\begin{aligned}(11101.011)_2 &= 1*2^4 + 1*2^3 + 1*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0\\ &\quad + 0*2^{-1} + 1*2^{-2} + 1*2^{-3}\\ &= 16 + 8 + 4 + 0 + 1\\ &\quad + 0 + 0.25 + 0.125\\ &= (29.375)_{10}\end{aligned}$$

مثال 4: حول العدد $(101.11)_2$ إلى النظام العشري.

الحل:

لدينا $m=2$ ، $n=3$ وبالتالي:

$$(101.11)_2 = 1*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0 + 1*2^{-1} + 1*2^{-2}$$
$$= 4 + 0 + 1 + 0.5 + 0.25$$
$$= (5.75)_{10}$$

إن أكبر عدد صحيح يمكن تمثيله باستخدام أربع خانات ثنائية هو

$$(1111)_2 = 1*2^3 + 1*2^2 + 1*2^1 + 1*2^0$$
$$= 8 + 4 + 2 + 1$$
$$= (15)_{10}$$

وفيما يلي جدول الأعداد من 0 حتى 15 في النظام العشري وما يقابلها في النظام الثنائي:

العدد في النظام العشري	العدد في النظام الثنائي			
	استخدام 4-Bit	استخدام 3-Bit	استخدام 2-Bit	استخدام 1-Bit
0	0000	000	00	0
1	0001	001	01	1
2	0010	010	10	
3	0011	011	11	
4	0100	100		
5	0101	101		
6	0110	110		
7	0111	111		
8	1000			
9	1001			
10	1010			
11	1011			
12	1100			
13	1101			
14	1110			
15	1111			

2-2-2-2 التحويل من النظام العشري إلى الثنائي
(Decimal to binary conversion)

لتحويل عدد صحيح من النظام العشري إلى النظام الثنائي نتبع الخطوات التالية:

1- نقوم بإجراء القسمة الصحيحة للعدد على الأساس 2 .

2- يكون باقي القسمة هو قيمة الخانة الأولى من اليمين للعدد المكافئ في النظام الثنائي.

3- نقوم بإجراء القسمة الصحيحة لناتج القسمة السابقة على الأساس 2 ، ونكرر تلك الخطوة حتى يكون الناتج صفراً.

4- نرتب باقي القسمة في كل مرة من اليمين إلى اليسار فنحصل على العدد المكافئ في النظام الثنائي.

مثال 5: حول العدد $(117)_{10}$ إلى النظام الثنائي.

الحل:

نقوم بإجراء القسمة الصحيحة على 2 ونبدأ من العدد 117 ونركز على باقي القسمة فنحصل على الآتي:

القسمة الصحيحة على 2	باقي القسمة	
117÷2=58	1	← قيمة الخانة من اليمين
58 ÷2=29	0	
29 ÷2=14	1	
14 ÷2=7	0	
7 ÷2=3	1	
3 ÷2=1	1	
1 ÷2=0	1	← قيمة الخانة من اليسار

وبهذا نكون قد حصلنا على النتيجة التالية:

$$(117)_{10} = (1110101)_2$$

لتحويل عدد يحوي جزءاً كسرياً فقط من النظام العشري إلى النظام الثنائي نتبع الخطوات التالية:

1- نضرب الجزء الكسري بالأساس 2 .

2- يكون الجزء الصحيح لناتج الضرب هو قيمة الخانة الأولى من اليسار للجزء الكسري المكافئ في النظام الثنائي.

3- نضرب الجزء الكسري لناتج عملية الضرب السابقة بالأساس 2 ، ونكرر تلك الخطوة حتى يكون الجزء الكسري الناتج صفراً، أو حتى نحصل على الدقة المطلوبة.

4- نرتب الجزء الصحيح لناتج الضرب في كل مرة من اليسار إلى اليمين فنحصل على الجزء الكسري المكافئ في النظام الثنائي.

مثال 6: حول العدد $(0.375)_{10}$ إلى النظام الثنائي.

الحل:

ضرب الجزء الكسري بالأساس 2	الجزء الصحيح لناتج الضرب	
0.375*2=0.750	0	← قيمة الخانة من اليسار
0.750*2=1.500	1	
0.500*2=1.000	1	← قيمة الخانة من اليمين

وبعد الترتيب المناسب يكون لدينا:

$$(0.375)_{10} = (0.011)_2$$

ملاحظة: يتم تحويل عدد كسري يحوي جزءاً كسرياً وجزءاً صحيحاً من النظام العشري إلى النظام الثنائي على مرحلتين:

1- تحويل الجزء الصحيح.

2- تحويل الجزء الكسري.

مثال 7: حول العدد $(61.5625)_{10}$ إلى النظام الثنائي.

الحل:

المرحلة الأولى: تحويل الجزء الصحيح $(61)_{10}$ إلى النظام الثنائي

القسمة الصحيحة على 2	باقي القسمة	
61 ÷2=30	1	← قيمة الخانة من اليمين
30 ÷2=15	0	
15 ÷2=7	1	
7 ÷2=3	1	
3 ÷2=1	1	
1 ÷2=0	1	← قيمة الخانة من اليسار

وبالتالي فان:

$$(61)_{10} = (111101)_2$$

المرحلة الثانية: تحويل الجزء الكسري $(0.5625)_{10}$ إلى النظام الثنائي

ضرب الجزء الكسري بالأساس 2	الجزء الصحيح لناتج الضرب	
0.5625*2=1.1250	1	← قيمة الخانة من اليسار
0.1250*2=0.2500	0	
0.2500*2=0.5000	0	
0.5000*2=1.0000	1	← قيمة الخانة من اليمين

إذاً لدينا:

$$(0.5625)_{10} = (0.1001)_2$$

وبذلك نحصل على النتيجة التالية:

$$(61.5625)_{10} = (11101.1001)_2$$

2-2-2-3 العمليات الحسابية في النظام الثنائي
(Arithmetic operations on binary system)

يتم إجراء العمليات الحسابية في النظام الثنائي على الأعداد الموجبة وفق القواعد التالية:

1- عملية الجمع:

$$(0)_2 + (0)_2 = (0)_2$$
$$(0)_2 + (1)_2 = (1)_2$$
$$(1)_2 + (0)_2 = (1)_2$$
$$(1)_2 + (1)_2 = (0)_2$$

في الحالة الرابعة، الناتج هو $(10)_2$ لذلك نضع 0 في الخانة المناسبة وينقل 1 إلى الخانة التالية.

مثال 8: أوجد ناتج ما يلي $(111101)_2 + (1110101)_2 = (\quad)_2$

الحل:

المنقول $\rightarrow$

	1	1	1	1		1	
		1	1	1	1	0	1
+	1	1	1	0	1	0	1
=	1	0	1	1	0	0	1	0

وبالتالي

$$(111101)_2 + (1110101)_2 = (10110010)_2$$

وبالمقارنة مع النظام العشري لدينا

$$(61)_{10} + (117)_{10} = (178)_{10}$$

2- عملية الطرح:

$$(0)_2 - (0)_2 = (0)_2$$
$$(1)_2 - (1)_2 = (0)_2$$
$$(1)_2 - (0)_2 = (1)_2$$
$$(0)_2 - (1)_2 = (1)_2$$

في الحالة الرابعة تم الاستلاف إلى المطروح منه من الخانة التالية (على اليسار) وأصبحت عملية الطرح $(1)_2 = (1)_2 - (10)_2$.

مثال 9: أوجد ناتج ما يلي $(1110)_2 - (101)_2 = (\quad)_2$

الحل:

نتيجة الاستلاف $\rightarrow$

		0	10	
	1	1	~~1~~	~~0~~
−		1	0	1
=	1	0	0	1

وبالتالي فان:

$$(1110)_2 - (101)_2 = (1001)_2$$

3- عملية الضرب:

$(0)_2 * (0)_2 = (0)_2$
$(0)_2 * (1)_2 = (0)_2$
$(1)_2 * (0)_2 = (0)_2$
$(1)_2 * (1)_2 = (1)_2$

مثال 10: أوجد ناتج ما يلي $(1010)_2 * (101)_2 = (\quad)_2$

الحل:

$$\begin{array}{rcccccc} & & & 1 & 0 & 1 & 0 \\ & & * & & 1 & 0 & 1 \\ \hline & & & 1 & 0 & 1 & 0 \\ + & & 0 & 0 & 0 & 0 & \\ & 1 & 0 & 1 & 0 & & \\ \hline & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}$$

إذاً لدينا:

$$(1010)_2 * (101)_2 = (110010)_2$$

4- عملية القسمة:

$(1)_2 \div (1)_2 = (1)_2$
$(0)_2 \div (1)_2 = (0)_2$

مثال 11: أوجد ناتج ما يلي $(110111)_2 \div (101)_2 = (\quad)_2$

الحل:

$$\begin{array}{r|l} & 1011 \\ \hline 101 & 110111 \\ & 101 \\ \hline & 00111 \\ & 101 \\ \hline & 0\,101 \\ & 101 \\ \hline & 000 \end{array}$$

وبالتالي فان:

$$(110111)_2 \div (101)_2 = (1011)_2$$

3-2-2 النظام الثماني (Octal system)

في نظام العد الثماني لدينا ما يلي:

- الأساس $b=8$.
- مجموعة الرموز المستخدمة $\mathcal{D}_8 = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 \}$.

ويتكون العدد في النظام الثماني من سلسلة من الخانات التي تستخدم رموز هذا النظام، ويكون لكل خانة وزن يحدد حسب ترتيب الخانة بالقيمة 8^i حيث i هو رقم الخانة ويبدأ من الصفر لخانة الجزء الصحيح الأولى (من اليمين) ثم 1 وهكذا. أما بالنسبة للجزء الكسري فيبدأ رقم الخانة من 1- للخانة الأولى من اليسار ثم 2- وهكذا.

وتتم عملية الجمع في النظام الثماني وفق القواعد المنظمة بالجدول التالي:

+	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7	10
2	2	3	4	5	6	7	10	11
3	3	4	5	6	7	10	11	12
4	4	5	6	7	10	11	12	13
5	5	6	7	10	11	12	13	14
6	6	7	10	11	12	13	14	15
7	7	10	11	12	13	14	15	16

مثال 12: أوجد ناتج ما يلي $(611237)_8 + (7025)_8 = (\quad)_8$

الحل:

المنقول $\rightarrow$ 1 1

$$\begin{array}{r} 6\ 1\ 1\ 2\ 3\ 7 \\ +\quad\ 7\ 0\ 2\ 5 \\ \hline 6\ 2\ 0\ 2\ 6\ 4 \end{array}$$

أي أن:

$$(611237)_8 + (7025)_8 = (620264)_8$$

2-2-3-1 التحويل بين النظام الثماني والنظام العشري
(Conversion between octal and decimal)

بشكل عام يمكن تمثيل أي عدد كسري في النظام الثماني على النحو التالي:

$$(x_{n-1}\cdots x_1x_0\,.\,x_{-1}x_{-2}\cdots x_{-m})_8 \quad ; \; x_i \in \mathcal{D}_8$$

حيث i رقم الخانة، n عدد خانات الجزء الصحيح، m عدد خانات الجزء الكسري. ويتم تحويل هذا العدد إلى النظام العشري باستخدام العلاقة التالية:

$$(x_{n-1}\cdots x_1x_0\,.\,x_{-1}x_{-2}\cdots x_{-m})_8 = (\sum_{i=-m}^{n-1} x_i 8^i)_{10}$$

مثال 13: حول العدد $(207.51)_8$ إلى النظام العشري.

الحل:

فيما يلي وزن خانات العدد $(207.51)_8$

2	0	7	5	1	← الخانة
8^2	8^1	8^0	8^{-1}	8^{-2}	← الوزن
64	8	1	0.125	0.015625	

وبالتالي فان:

$$\begin{aligned}(207.51)_8 &= 2*8^2 + 0*8^1 + 7*8^0 + 5*8^{-1} + 1*8^{-2}\\ &= 128 + 0 + 7 + 0.625 + 0.015625\\ &= (135.640625)_{10}\end{aligned}$$

لتحويل عدد من النظام العشري إلى النظام الثماني نقوم بما يلي:

أولاً- تحويل الجزء الصحيح من النظام العشري إلى النظام الثماني، ويتم ذلك بتنفيذ الخطوات التالية:

1- نقوم بإجراء القسمة الصحيحة لهذا الجزء على الأساس 8 .

2- يكون باقي القسمة هو قيمة الخانة الأولى من اليمين للعدد المكافئ في النظام الثماني.

3- نقوم بإجراء القسمة الصحيحة لناتج القسمة السابقة على الأساس 8 ، ونكرر تلك الخطوة حتى يكون الناتج صفراً.

4- نرتب باقي القسمة في كل مرة من اليمين إلى اليسار فنحصل على العدد المكافئ في النظام الثماني.

ثانياً- تحويل الجزء الكسري من النظام العشري إلى النظام الثماني، ويتم ذلك بتنفيذ الخطوات التالية:

1- نضرب الجزء الكسري بالأساس 8 .

2- يكون الجزء الصحيح لناتج الضرب هو قيمة الخانة الأولى من اليسار للجزء الكسري المكافئ في النظام الثماني.

3- نضرب الجزء الكسري لناتج عملية الضرب السابقة بالأساس 8 ، ونكرر تلك الخطوة حتى يكون الجزء الكسري الناتج صفراً، أو حتى نحصل على الدقة المطلوبة.

4- نرتب الجزء الصحيح لناتج الضرب في كل مرة من اليسار إلى اليمين فنحصل على الجزء الكسري المكافئ في النظام الثماني.

مثال 14: حول العدد $(135.640625)_{10}$ إلى النظام الثماني.

الحل:

أولاً: تحويل الجزء الصحيح $(135)_{10}$ إلى النظام الثماني

القسمة الصحيحة على 8	باقي القسمة	
135 ÷8=16	7	← قيمة الخانة من اليمين
16 ÷8=2	0	
2 ÷8=0	2	← قيمة الخانة من اليسار

ويكون الناتج:

$$(135)_{10} = (207)_8$$

ثانياً: تحويل الجزء الكسري $(0.640625)_{10}$ إلى النظام الثماني

ضرب الجزء الكسري بالأساس 8	الجزء الصحيح لناتج الضرب	
0.640625*8=5.125	5	← قيمة الخانة من اليسار
0.125*8=1.000	1	← قيمة الخانة من اليمين

ويكون الناتج:

$$(0.640625)_{10} = (0.51)_8$$

وبالتالي نجد أن:

$$(135.640625)_{10} = (702.51)_8$$

2-2-3-2 التحويل بين النظام الثماني والنظام الثنائي
(Conversion between octal and binary)

نلاحظ أن استخدام ثلاث خانات ثنائية تكفي لتمثيل رموز النظام الثماني وذلك مبين بالجدول التالي:

العدد المكافئ في النظام الثماني	العدد في النظام الثنائي باستخدام 3-Bit
0	000
1	001
2	010
3	011
4	100
5	101
6	110
7	111

لذلك نستطيع تحويل عدد من النظام الثنائي إلى النظام الثماني بتنفيذ الخطوات التالية:

1- نقسم الجزء الصحيح من العدد الثنائي إلى مجموعات كل منها تتكون من ثلاث خانات ابتدءاً من اليمين إلى اليسار، ويمكن إضافة خانات صفرية إلى يسار الجزء الصحيح حتى تكتمل المجموعة الأخيرة.

2- نقسم الجزء الكسري من العدد الثنائي إلى مجموعات كل منها تتكون من ثلاث خانات ابتدءاً من اليسار إلى اليمين، ويمكن إضافة خانات صفرية إلى يمين الجزء الكسري حتى تكتمل المجموعة الأخيرة.

3- نستبدل كل مجموعة (ثلاث خانات ثنائية) بالقيمة المكافئة لها في النظام الثماني، فنحصل بذلك على العدد المكافئ في النظام الثماني.

مثال 15: حول العدد $(10110111.0111011)_2$ إلى النظام الثماني.

الحل:

الجزء الصحيح			الجزء الكسري		
10110111-			0111011		
010	110	111	011	101	100
2	6	7	3	5	4

وبالتالي فان:

$$(10110111.0111011)_2 = (267.354)_8$$

لتحويل عدد من النظام الثماني إلى النظام الثنائي نتبع الخطوات التالية:

1- نستبدل كل خانة من العدد بالقيمة المكافئة لها في النظام الثنائي باستخدام 3-Bit .

2- نرتب الخانات الثنائية وفق تسلسلها فينتج العدد المكافئ في النظام الثنائي.

3- نحذف الخانات الصفرية على يسار الجزء الصحيح المكافئ إذا وجدت، وعلى يمين الجزء الكسري المكافئ إذا وجدت.

مثال 16: حول العدد $(271.065)_8$ إلى النظام الثنائي.

الحل:

الجزء الصحيح			الجزء الكسري		
2	7	1	0	6	5
010	111	001	000	110	101

إذاً لدينا:

$$(271.065)_8 = (10111001.000110101)_2$$

4-2-2 النظام الست عشري (Hexadecimal system)

في نظام العد الست عشري لدينا ما يلي:

- الأساس $b=16$.
- مجموعة الرموز المستخدمة

$$\mathcal{D}_{16} = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F \}$$

حيث أن

$$A=(10)_{10} , B=(11)_{10} , C=(12)_{10} , D=(13)_{10} , E=(14)_{10} , F=(15)_{10}$$

ويتكون العدد في النظام الست عشري من سلسلة من الخانات التي تستخدم رموز هذا النظام، ويكون لكل خانة وزن يحدد حسب ترتيب الخانة بالقيمة 16^i حيث i هو رقم الخانة ويبدأ من الصفر لخانة الجزء الصحيح الأولى (من اليمين) ثم 1 وهكذا. أما بالنسبة للجزء الكسري فيبدأ رقم الخانة من 1- للخانة الأولى من اليسار ثم 2- وهكذا. وفيما يلي وزن خانات العدد $(2CA.E)_{16}$

2	C	A	E	← الخانة
16^2	16^1	16^0	16^{-1}	← الوزن
256	16	1	0.0625	

وتتم عملية الجمع في النظام الست عشري وفق القواعد المنظمة بالجدول التالي:

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10
2	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11
3	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12
4	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13
5	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14
6	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15
7	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16
8	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17
9	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18
A	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
B	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A
C	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B
D	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C
E	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D
F	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D	1E

مثال 17: أوجد ناتج ما يلي $(9CA)_{16} + (A4)_{16} = (\quad)_{16}$

الحل:

المنقول $\rightarrow$ 1

	9	C	A
+		A	4
	A	6	E

وهكذا نجد أن:

$$(9CA)_{16} + (A4)_{16} = (A6E)_{16}$$

2-2-4-1 التحويل بين النظام الست عشري والنظام العشري
(Conversion between hexadecimal and decimal)

أولاً: التحويل من النظام الست عشري إلى النظام العشري

بشكل عام يمكن تمثيل أي عدد كسري في النظام الست عشري على النحو التالي:

$$(x_{n-1}\cdots x_1x_0 \,.\, x_{-1}x_{-2}\cdots x_{-m})_{16} \quad ; \; x_i \in \mathcal{D}_{16}$$

حيث i رقم الخانة، n عدد خانات الجزء الصحيح، m عدد خانات الجزء الكسري. ويتم تحويل هذا العدد إلى النظام العشري باستخدام العلاقة التالية:

$$(x_{n-1}\cdots x_1x_0 \,.\, x_{-1}x_{-2}\cdots x_{-m})_{16} = (\sum_{i=-m}^{n-1} x_i 16^i)_{10}$$

مثال 18: حول العدد $(A6E.3)_{16}$ إلى النظام العشري.

الحل:

$$(A6E.3)_{16} = A*16^2 + 6*16^1 + E*16^0 + 3*16^{-1}$$
$$= 2560 + 96 + 14 + 0.1875$$
$$= (2670.1875)_{10}$$

ثانياً: التحويل من النظام العشري إلى النظام الست عشري

يتم تحويل عدد من النظام العشري مؤلف من جزء صحيح وجزء كسري إلى النظام الست عشري على مرحلتين :

المرحلة الأولى: تحويل الجزء الصحيح من النظام العشري إلى النظام الست عشري، ويتم ذلك بتنفيذ الخطوات التالية:

1- نقوم بإجراء القسمة الصحيحة للجزء الصحيح على الأساس 16 .

2- باقي القسمة يمثل قيمة الخانة الأولى من اليمين للعدد المكافئ في النظام الست عشري.

3- نقوم بإجراء القسمة الصحيحة لناتج القسمة السابقة على الأساس 16 ، ونكرر تلك الخطوة حتى يكون الناتج صفراً.

4- نرتب باقي القسمة في كل مرة من اليمين إلى اليسار ونأخذ المكافئ لها في النظام الست عشري، فنحصل على العدد المكافئ في النظام الست عشري.

المرحلة الثانية: تحويل الجزء الكسري من النظام العشري إلى النظام الست عشري ، ويتم ذلك بتنفيذ الخطوات التالية:

1- نضرب الجزء الكسري بالأساس 16 .

2- يكون الجزء الصحيح لناتج الضرب هو قيمة الخانة الأولى من اليسار للجزء الكسري المكافئ في النظام الست عشري.

3- نضرب الجزء الكسري لناتج عملية الضرب السابقة بالأساس 16 ، ونكرر تلك الخطوة حتى يكون الجزء الكسري الناتج صفراً، أو حتى نحصل على الدقة المطلوبة.

4- نرتب الجزء الصحيح لناتج الضرب في كل مرة من اليسار إلى اليمين فنحصل على الجزء الكسري المكافئ في النظام الست عشري.

مثال 19: حول العدد $(508.9)_{10}$ إلى النظام الست عشري.

الحل:

نلاحظ أن العدد يتألف من جزء صحيح و جزء كسري لذلك يتم التحويل إلى النظام الست عشري على مرحلتين.

المرحلة الأولى: تحويل الجزء الصحيح $(508)_{10}$ إلى النظام الست عشري

	المكافئ في النظام الست عشري	باقي القسمة	القسمة الصحيحة على 16
← قيمة الخانة من اليمين	C	12	508 ÷16=31
	F	15	31 ÷16=1
← قيمة الخانة من اليسار	1	1	1 ÷16=0

ويكون الناتج:

$$(508)_{10} = (1FC)_{16}$$

المرحلة الثانية: تحويل الجزء الكسري $(0.9)_{10}$ إلى النظام الست عشري

	المكافئ في النظام الست عشري	الجزء الصحيح لناتج الضرب	ضرب الجزء الكسري بالأساس 16
← قيمة الخانة من اليسار	E	14	0.9*16=14.4
	6	6	0.4*16=6.4
← قيمة الخانة من اليمين	6	6	0.4*16=6.4

ويكون الناتج:

$$(0.9)_{10} = (0.E66)_{16}$$

وبالتالي نجد أن:

$$(508.9)_{10} = (1FC.\ E66)_{16}$$

2-2-4-2 التحويل بين النظام الست عشري والنظام الثنائي
(Conversion between hexadecimal and binary)

نلاحظ أن رموز النظام الست عشري تمثل باستخدام أربع خانات ثنائية كما هو مبين بالجدول التالي:

العدد المكافئ في النظام الست عشري	العدد في النظام الثنائي باستخدام 4-Bit
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
A	1010
B	1011
C	1100
D	1101
E	1110
F	1111

لذلك نستطيع تحويل عدد من النظام الثنائي إلى النظام الست عشري بتنفيذ الخطوات التالية:

1- نقسم الجزء الصحيح من العدد الثنائي إلى مجموعات كل منها تتكون من أربع خانات ابتدءاً من اليمين إلى اليسار، ويمكن إضافة خانات صفرية إلى يسار الجزء الصحيح حتى تكتمل المجموعة الأخيرة.

2- نقسم الجزء الكسري من العدد الثنائي إلى مجموعات كل منها تتكون من أربع خانات ابتدءاً من اليسار إلى اليمين، ويمكن إضافة خانات صفرية إلى يمين الجزء الكسري حتى تكتمل المجموعة الأخيرة.

3- نستبدل كل مجموعة (أربع خانات ثنائية) بالقيمة المكافئة لها في النظام الست عشري، فنحصل بذلك على العدد المكافئ في هذا النظام .

مثال 20: حول العدد $(10110111.1111011)_2$ إلى النظام الست عشري.

الحل:

الجزء الصحيح		الجزء الكسري	
10110111		1111011	
1011	0111	1111	0110
B	7	F	6

وبالتالي نجد أن

$$(10110111.1111011)_2 = (B7.F6)_{16}$$

لتحويل عدد من النظام الست عشري إلى النظام الثنائي نتبع الخطوات التالية:

1- نستبدل كل خانة من العدد بالقيمة المكافئة لها في النظام الثنائي باستخدام 4-Bit .

2- نرتب الخانات الثنائية وفق تسلسلها فينتج العدد المكافئ في النظام الثنائي.

3- نحذف الخانات الصفرية على يسار الجزء الصحيح المكافئ إذا وجدت، وعلى يمين الجزء الكسري المكافئ إذا وجدت.

مثال 21: حول العدد $(2DA.E8)_{16}$ إلى النظام الثنائي.

الحل:

الجزء الصحيح			الجزء الكسري	
2	D	A	E	8
0010	1101	1010	1110	1000

وبالتالي فان:

$$(2DA.E8)_{16} = (1011011010.11101)_2$$

2-2-4-3 التحويل بين النظام الست عشري والنظام الثماني
(Conversion between hexadecimal and octal)

لإجراء التحويل بين النظام الست عشري والنظام الثماني نستخدم النظام الثنائي كوسيط في عملية التحويل.

مثال 22: حول العدد $(2DA.E8)_{16}$ إلى النظام الثماني.

الحل:

نظام العد	الجزء الصحيح				الجزء الكسري	
النظام الست عشري ←	2		D	A	E	8
↓	0010		1101	1010	1110	1000
النظام الثنائي ←	1011011010				11101	
↓	001	011	011	010	111	010
النظام الثماني ←	1	3	3	2	7	2

وبالتالي يكون الناتج

$$(2DA.E8)_{16} = (1332.72)_8$$

مثال 23: حول العدد $(715.43)_8$ إلى النظام الست عشري.

الحل:

نظام العد	الجزء الصحيح			الجزء الكسري	
النظام الثماني ←	7	1	5	4	3
↓	111	001	101	100	011
النظام الثنائي ←	111001101			100011	
↓	0001	1100	1101	1000	1100
النظام الست عشري ←	1	C	D	8	C

وبالتالي يكون الناتج:

$$(715.43)_8 = (1CD.8C)_{16}$$