جامعة الفرات
هندسة مدنية الرقة

سلم تصحيح مقرر رياضيات 1/
سنة ثانية - الفصل الثاني 2024/2025.

السؤال الأول: (15 درجة)

$$M(X) = \sum x_i p_i(x) = (1)(0,4) + 3(0,1) + 4(0.2) + 5(0.3) = 3 \quad (5)$$

$$D(X) = \sum x_i^2 p(x) - M^2 = M(X^2) - M^2 =$$

$$[1(0.4) + 9(0.1) + 16(0.2) + 25(0.3)] - 9 = 3 \quad (5)$$

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \sqrt{3} = 1.7 \quad (5)$$

السؤال الثاني: (20 درجة)

$f(x) = \frac{2}{27}(1+x)$ حيث $2 \leq X \leq 5$.

① ايجاد تابع التوزيع للمتحول

$$F_X(x) = p(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)\,dx = \frac{2}{27}\int_{2}^{x}(1+x)\,dx = \frac{2}{27}\left[x + \frac{x^2}{2}\right]_2^x$$

$$= \frac{2}{27}\left[x + \frac{x^2}{2} - 2 - 2\right] = \frac{2}{27}\left[x + \frac{x^2}{2} - 4\right] \quad (10)$$

حيث أن $x \in [2,5]$

$F(x) = 0 \; ; \; x < 2$

$F(x) = 1 \; ; \; x > 5$

② $F(4) = p(X \leq 4) = \int_{-\infty}^{x} f(x)\,dx = \frac{2}{27}\int_{2}^{4}(1+x)\,dx = \frac{16}{27} = 0,59$ (10)

أو

$$p(X \leq 4) = F_X(4) = \frac{2}{27}\left[4 + \frac{16}{2} - 4\right] = \frac{16}{27}$$

السؤال الثالث: (20 درجة) لإيجاد الحل الأمثل بالطريقة البيانية نتبع الخطوات الآتية:

① كتابة البرنامج الخطي من الشكل القياسي وذلك كما يلي:

$$\text{Min } Z = 8X_1 + 10X_2 \longrightarrow Z = 8X_1 + 10X_2 = 0$$

جعل القيود أي المتراجحات من شكل معادلات مستقيمة:

$$\begin{cases} 4X_1 + 2X_2 = 12 \\ X_1 + X_2 = 5 \end{cases}$$

(5)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

② الخطوة الثانية تمثيل كل المتباينات على الشكل البياني، تحديد منطقة الحل الحل الأمثل :

$Z = 8X_1 + 10X_2 = 0$

X_1	0	5
X_2	0	-4

$d_1 : 4X_1 + 2X_2 = 12$

X_1	0	3
X_2	6	0

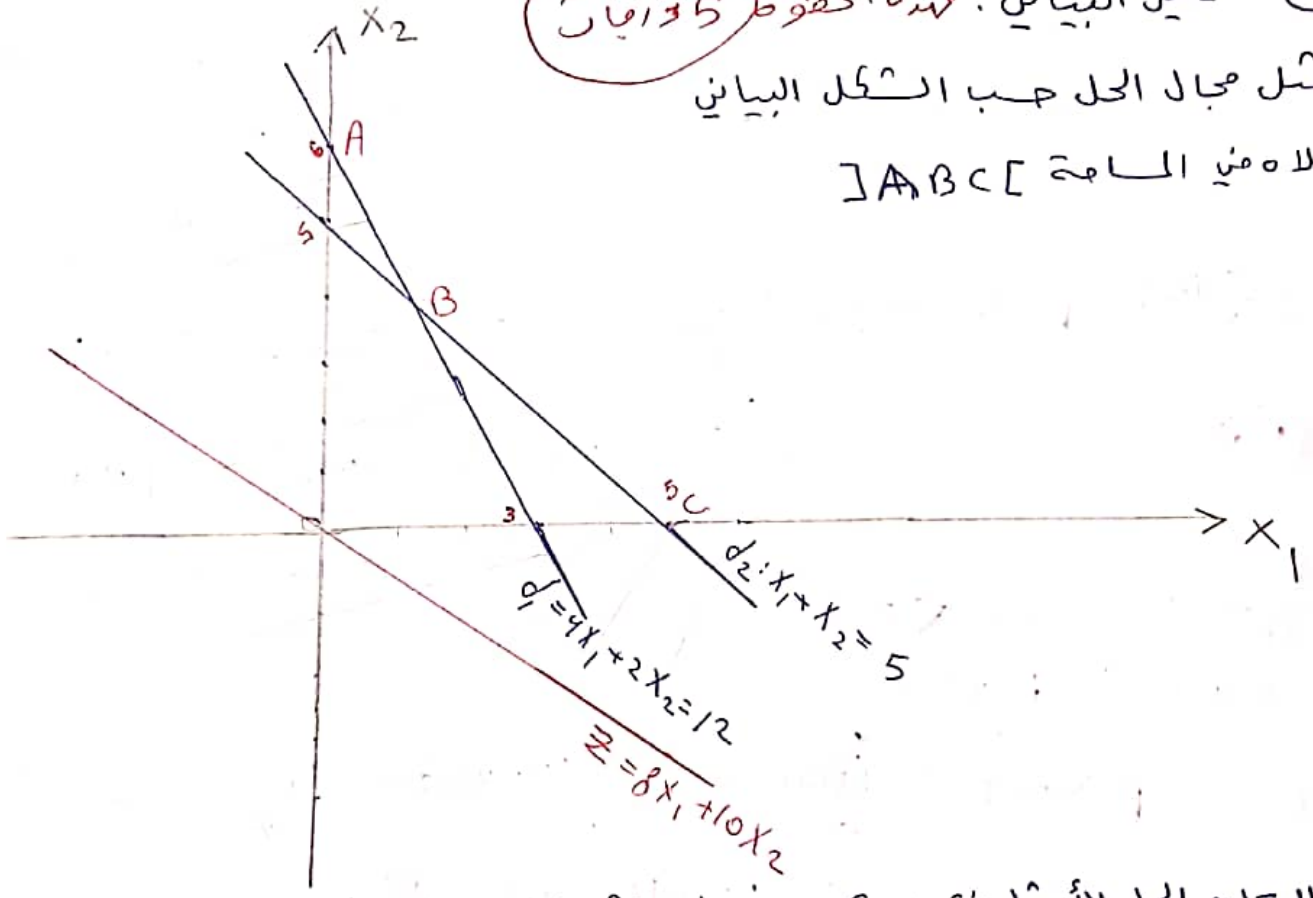
$d_2 : X_1 + X_2 = 5$

X_1	0	5
X_2	5	0

5

③ التمثيل البياني : لهذه الخطوة 5 درجات

يتمثل مجال الحل حسب الشكل البياني أعلاه في المساحة]ABC[



لإيجاد الحل الأمثل نقوم بتعويض إحداثيات نقاط تقاطع مجال الحل في دالة الهدف Z ونأخذ أقل قيمة للدالة Z كما يلي :

$A : (X_1 = 0 , X_2 = 6) \Rightarrow Z = 8(0) + 10(6) = 60$

$B : (X_1 = 1 , X_2 = 4) \Rightarrow Z = 8(1) + 10(4) = 48$

$C : (X_1 = 5 , X_2 = 0) \Rightarrow Z = 8(5) + 10(0) = 40$

5

ومنه الحل الأمثل يكمن في أقل قيمة لدالة الهدف Z وهي $Z = 40$ ومنه نكتب الحل الأمثل

$$Z = 40 \; , \; X_1 = 5 \; , \; X_2 = 0$$

ممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الرابع: حل مسألة البرمجة الخطية باستخدام طريقة السيمبلكس (5 درجة)

$$\text{Max } Z = 6X_1 + 2X_2$$
$$12X_1 + 4X_2 \leq 200$$
$$3X_1 + 5X_2 \leq 150$$
$$X_1, X_2 \geq 0$$

نتبع الخطوات التالية:

① نقوم بتحويل القيود إلى المساواة باضافة المتغير الوهمي S_i لكل متباينة أي تحويل المتراجحة إلى الصيغة القياسية:

$$\begin{cases} 6X_1 + 2X_2 + 0S_1 + 0S_2 \\ 12X_1 + 4X_2 + S_1 = 200 \\ 3X_1 + 5X_2 + S_2 = 150 \end{cases} \quad (5)$$

② نقدم دالة الهدف
$$-6X_1 - 2X_2 + 0S_1 + 0S_2 = 0$$
$$12X_1 + 4X_2 + S_1 = 200$$
$$3X_1 + 5X_2 + S_2 = 150$$

③ نقوم بتحويل قيم المتراجحة إلى جدول الحل الأساسي الابتدائي:

B.V	X_1	X_2	S_1	S_2	R.H.S	
S_1	12	4	1	0	200	$\frac{200}{12} = 16.6$
S_2	3	5	0	1	150	$\frac{150}{3} = 50$
$Z - C_j$	-6	-2	0	0	0	

(متغير الداخل)

(متغير الخارج)

(5)

B.V	X_1	X_2	S_1	S_2	R.H.S
X_1	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{12}$	0	$\frac{200}{12} = 16.6 = \frac{50}{3}$
S_2	0	4	$-\frac{1}{4}$	1	100
$Z - C_j$	0	0	$\frac{1}{2}$	0	100

معادلة المحور

(5)

وصلنا إلى الحل الأمثل لأن قيم دالة الهدف أكبر أو تساوي الصفر

$$Z = 100, \quad X_1 = \frac{200}{12} = 16.6 \text{ أو } \frac{50}{3}, \quad X_2 = 0$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

حساب الصف S_2 : عناصر الصف الجديد = عناصر الصف القديم - (عنصر التقاطع × معامل التكرار)

$3 - (3 \times 1) = 0$

$5 - (3 \times \frac{1}{3}) = 4$

$0 - (3 \times \frac{1}{12}) = -\frac{1}{4}$

$1 - (3 \times 0) = 1$

$150 - (3 \times \frac{200}{12}) = 100$

حساب صف الهدف :

$-6 - (-6 \times 1) = 0$

$-2 - (-6 \times \frac{1}{3}) = 0$

$0 - (-6 \times \frac{1}{12}) = \frac{1}{2}$

$0 - (-6 \times 0) = 0$

$0 - (-6 \times \frac{200}{12}) = 100$

الممسوحه ضوئيا بـ CamScanner